الجُمْهوريَّة العَربيَّة السُّوريَّة

وزارة التّربيَة

المركز الوطني لتطوير المناهج التربوية



الهندسة والجبر

كتاب المدرس

الصَّفُّ الثامن



المؤسّسة العامة للطباعة

2016–2017 م

1437 هـ



طُبِع أوَّل مرَّة للعام الدراسي 2016 – 2017 م

إعـداد

أ.د. عمران قوبا

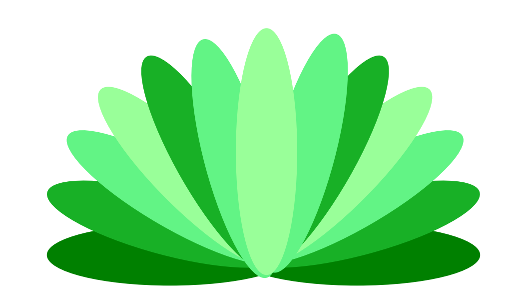
ميكائيل الحمود

أيشوع اسحق

عصام علي

روال ندور

نهلة مشرقي



مُقدّمة:

التفكير الرياضياتي حاجة فطرية عند الانسان ننميها عند طلابنا بإعطائهم جزء يسير من المعارف الرياضياتية، البعيدة عن التلقين، والتي تكسب الطالب أساليب تحليل المفاهيم والبرهنة على صحة قضاياها برهانا منطقيا، إضافة إلى مهارات يستعملها لاتخاذ القرار السليم بشأن الظواهر التي يراها وتنمي قدرته في التنبؤ بنتائجها والوقاية من سلبياتها.

يأتي هذا الكتاب ليؤكد على ذلك وليعمق قدرات الطالب في فهم القضايا التي تتعلق بالأشياء المحسوسة واستنتاج خواصها وإثبات صحة هذه الخواص إثباتاً منطقياً ومن ثم الانتقال إلى التفكير في المفاهيم المجردة.

يشتملُ الكتاب على خمس وحداتٍ يضم كلٌّ منها عدداً من الدروس. ونجدُ في كلِّ وحدةٍ عدداً من الفقراتِ المميَّزةِ التي نُجْمِلُها فيما يأتي:

 انطلاقة نشطة

تبدأ كل وحدة من وحدات الكتاب بانطلاقة نشطة، وهي عبارة عن أسئلة وتمارين تهدف إلى تثبيت المرتكزات المعرفية اللازمة للوحدة والتمهيد لدروس الوحدة.

يعطي المدرس وقتاً مناسباً للطلاب للإجابة عن الأسئلة المطروحة فيها إما بشكل إفرادي أو على شكل مجموعات حسب ما يراه مناسباً

(ويخصص لها الوقت المناسب لمناقشتها) وسننوه على المدة الزمنية المخصصة لكل انطلاقة نشطة على حدتها. في كل وحدة من وحدات الدليل.

وهنا نؤكد على زميلنا المدرس عدم حل تمارين الانطلاقة النشطة للطلاب مباشرة.

نشاط

يبدأ كل درس بنشاط تعلمي مبني على مفاهيم سابقة و يمهد لمفاهيم فقرة التعلم اللاحقة ، ودور المدرس هو طرح الأسئلة التي يتضمنها النشاط وتفعيل دور الطالب وإثارة المناقشة والحوار للإجابة عن الأسئلة الواردة ليكون دور المدرس مرشداً وميسراً ومعلماً أثناء سير الدرس.

تعلم

فقرة يتم فيها تثبيت المعلومات والأفكار التي يجب أن يكون قد تعلمها الطالب في مناقشة النشاط تم إضافة أمثلة محلولة متنوعة تتناول أهداف الدرس

تحقق من فهمك

وهي فقرة تضم تمارين وتطبيقات مباشرة يحلها الطلاب بأنفسهم بغية التأكد من مدى استيعابهم لأهداف الدرس.

تنويه:

طرائق التدريس التي عرضناها في هذا الدليل هي طرائق مقترحة تساعد المدرس في الابتعاد عن التلقين أثناء سير الدرس ويمكن للمدرس إيصال الأفكار للطلاب بطرائق أخرى يرى أنها مناسبة لسوية طلابه في الصف على أن تكون تفاعلية.

نأمل من زملائنا، موجهين ومدرسين، تزويدنا بمقترحاتهم المتعلقة بهذا الكتاب وبالصعوبات التي تواجههم ومدى استجابة طلابهم لمواضيعه

المُعدّون

المحتوى

الجبر

الهندسة


الوحدة الأولى
الأعداد العادية والعمليات عليها
1 الجمع والطرح
2 الضرب
3 القسمة

انطلاقة نشطة

.1 في كلٍ مما يلي، واحدة فقط من الإجابات الثلاث ① و ② و ③ المقترحة صحيحة، أشر إليها.

.1 اصطاد عامر 48 سمكة، واصطاد باسل 16 سمكة. حصة باسل مما اصطادا معاً هي

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{6}{8}$ ③ $\frac{1}{3}$

.2 $\frac{0.6}{4.2}$ يساوي ① $\frac{60}{42}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ 0.142857

.3 يمكن التأكد من ① $\frac{3}{5} < \frac{5}{8}$ ② $\frac{3}{5} > \frac{5}{8}$ ③ $\frac{3}{5} = \frac{5}{8}$

.4 يمكن التأكد من أنَّ $\frac{5}{8} \times \frac{4}{7}$ يساوي ① $\frac{5}{14}$ ② $\frac{45}{78}$ ③ $\frac{9}{15}$

.2 اكتب كلاً من النسب المئوية الآتية بصيغة كسر عادي.

① $5\,\%$ ② $12\,\%$ ③ $40\,\%$ ④ $75\,\%$

الحل

① $\frac{5}{100}$ ② $\frac{12}{100}$ ③ $\frac{40}{100}$ ④ $\frac{75}{100}$

.3 اكتب كلاً من الكسور الآتية بصيغة نسبة مئوية. ① $\frac{9}{50}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{7}{25}$

الحل

① $18\,\%$ ② $40\,\%$ ③ 30% ④ $28\,\%$

.4 أوجد كسرين عاديين مقاماهما متساويان، يساوي أحدهما الكسر X ويساوي الآخر الكسر Y.

① $X = \frac{-1}{2}$ و $Y = \frac{3}{4}$ ② $X = \frac{4}{3}$ و $Y = \frac{-5}{7}$ ③ $X = \frac{5}{8}$ و $Y = \frac{-13}{12}$

الحل

① $\frac{-2}{4}$ و $\frac{3}{4}$ ② $\frac{28}{21}$ و $\frac{-15}{21}$ ③ $\frac{15}{24}$ و $\frac{-26}{24}$

.5 في كلٍّ من القائمتين الآتيتين كسرٌ مغاير لبقية الكسور (دخيل عليها)، أشرْ إليه.

① $\frac{-4.5}{-2}$ ، $\frac{45}{20}$ ، $\frac{19}{14}$ ، $\frac{-22.5}{-10}$ ، $\frac{27}{12}$ ، $\frac{-9}{-4}$.

② $\frac{48}{-9}$ ، $\frac{0.16}{-0.03}$ ، $\frac{-80}{15}$ ، $\frac{-160}{0.3}$ ، $\frac{32}{-6}$ ، $\frac{-16}{3}$.

الحل

① $\frac{19}{14}$.

② $\frac{-160}{0.3}$.

6. بسِّطْ كلاً من الكسور الآتية بعد تحديد إشارته.

① $-\frac{14}{8}$ ② $\frac{-30}{150}$ ③ $\frac{15}{-2.1}$ ④ $\frac{-90}{-75}$ ⑥ $\frac{0.84}{3.6}$ ⑤ $\frac{42}{-210}$

الحل

① $-\frac{14}{8} = -\frac{7}{4}$ ② $\frac{-30}{150} = -\frac{1}{5}$ ③ $\frac{15}{-2.1} = -\frac{150}{21} = -\frac{50}{7}$

④ $\frac{18}{25} = \frac{90}{75} = \frac{-90}{-75}$ ⑥ $\frac{7}{30} = \frac{21}{90} = \frac{84}{360} = \frac{0.84}{3.6}$ ⑤ $-\frac{1}{5} = \frac{42}{-210}$

7. اكتب خمسة كسور $\frac{a}{b}$ يساوي كلٌّ منها $\frac{5}{6}$. واحسب الجداء $6 \times a$ و $5 \times b$. ماذا تستنتج؟

الحل

$$\frac{15}{18} = \frac{10}{12} = \frac{100}{120} = \frac{0.5}{0.6} = \frac{50}{60} = \frac{a}{b}$$

نلاحظ $5 \times b = 6 \times a$ في جميع الحالات الخمسة

8. استعمل قاعدة الضرب التقاطعي لحساب العدد المجهول في كل حالة.

① $\frac{8}{x} = \frac{5}{4}$ ② $\frac{25}{2} = \frac{17}{x}$ ③ $-\frac{35}{x} = \frac{4}{7.2}$

الحل

① $x = \frac{8 \times 4}{5} = \frac{32}{5}$ ② $x = \frac{2 \times 17}{25} = \frac{34}{25}$

③ $-\frac{35}{x} = \frac{4}{7.2}$ $x = \frac{-35 \times 7.2}{4} = \frac{-35 \times 72}{40} = \frac{-35 \times 18}{10} = -63$

9. استعمل قاعدة الضرب التقاطعي للتحقق من تساوي أو عدم تساوي الكسرين في كل حالة.

① $\frac{9.2}{16}$ و $\frac{13.8}{24}$ ② $\frac{1534}{8821}$ و $\frac{15}{62}$ ③ $\frac{24}{99.2}$ و $\frac{93.4}{537}$

الحل

① $13.8 \times 16 = 220.8$ و $9.2 \times 24 = 220.8$ **إذن** $\frac{9.2}{16} = \frac{13.8}{24}$

10. فيما يلي أربع عبارات، أشر إلى الصحيحة منها وإلى الخاطئة، معللاً إجابتك.

① قال زياد: « أستطيع اختصار الكسر $\frac{60}{18}$ على 2 »

✓ لأن كل من البسط والمقام يقبل القسمة على العدد 2.

② قالت إيلين: « أستطيع اختصار الكسر $\frac{-60}{35}$ على 5 »

✓ لأن كل من البسط والمقام يقبل القسمة على العدد 5.

③ قالت إيناس: « أستطيع اختصار الكسر $\frac{132}{104}$ على 3 »

× لأن المقام لا يقبل القسمة العدد 3.

④ قال طارق: « أستطيع اختصار الكسر $\frac{774}{-144}$ على 9 »

✓ لأن كل من البسط والمقام يقبل القسمة على العدد 9.

11. احسب العدد المجهول في كل حالة.

① $\frac{13}{4} = \frac{39}{x}$ ② $\frac{17}{x} = \frac{72}{27}$ ③ $\frac{x}{18} = \frac{15}{45}$

الحل

① $x = 12$ ② $x = \frac{27 \times 17}{72} = \frac{51}{8}$ ③ $x = 6$

12. ولد أرخميدس في سيراكوزة الإيطالية في العام -287 ، وقُتل بيد جندي روماني وعمره 75 سنةً.

تُرى في أي عام قُتل؟

الحل

قُتل في عام $-287 + 72 = -215$

أي في عام 215 قبل الميلاد

1 الجمع والطرح.

اهداف الدرس:

1) يجمع الكسور ويطرحها في حالة المقامات متساوية.
2) يجمع الكسور ويطرحها في حالة واحدٌ من المقامات مضاعفٌ لبقية المقامات.
3) يجمع الكسور ويطرحها في حالة كيفما كانت المقامات.

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصة دراسية واحدة.

المرتكزات المعرفية:

ننبه الطالب إلى أن هذا الدرس هو تمديد قواعد الجمع والطرح التي عرضت في الصف السابع لتشمل الكسور.

عرض الدرس:

يبدأ هذا الدرس بنشاط من ثلاث فقرات توضح حالات جمع الكسور الثلاث (المقامات متساوية، المقامات مضاعفٌ لبقية المقامات، كيفما كانت المقامات)

بعد حل الطلاب للنشاط ومناقشة هذه الحلول وتقويمها من قبل المدرس يكون الطالب قادرا على استنتاج القاعدة لذلك نطلب من الطلاب كتابتها ومن ثم التحقق من صحتها من خلال مثال.


نشاط « تمديد القواعد التي عرضت في الصف السابع لتشمل الكسور»

.1 « المقامات متساوية »

① قام كل من الطالبين باسم و هاشم بجمع الكسرين $\frac{-9}{7}$ و $\frac{5}{7}$.

حل باسم: $\frac{5}{7}+\frac{9}{7}-=\frac{5}{7}+\frac{-9}{7}$. وإذ $\frac{5}{7}>\frac{9}{7}$ و $\frac{4}{7}=\frac{5}{7}-\frac{9}{7}$، فإنَّ $\frac{-9}{7}+\frac{5}{7}=-\frac{4}{7}$

حل هاشم: $\frac{-9}{7}+\frac{5}{7}=\frac{-9+5}{7}=\frac{-4}{7}=-\frac{4}{7}$.

② اشرح الطريقة التي اتبعها كلٌّ منهما لحساب المجموع.

1

الحل

انطلق باسم من كون كل كسر هو عدد عادي ومن ثم جمع العددين

إما هاشم وضع للكسرين المقام ذاته ومن ثم جمع البسطين باعتبارهما عددين صحيحين

2. « واحدٌ من المقامات مضاعفٌ لبقية المقامات»

انسخ، ثمَّ أكمل. $-\frac{1}{2}+\frac{5}{8}=\frac{\cdots}{8}+\frac{5}{8}=\frac{\cdots}{\cdots}$.

الحل $-\frac{1}{2}+\frac{5}{8}=\frac{-4}{8}+\frac{5}{8}=\frac{1}{8}$

3. « كيفما كانت المقامات »

وحِّدْ مقامي الكسرين $\frac{-1}{2}$ و $\frac{5}{3}$ ، ثمَّ احسب $\frac{-1}{2}+\frac{5}{3}$ بصيغة كسر.

الحل $\frac{-1}{2}+\frac{5}{3}=\frac{-3}{6}+\frac{10}{6}=\frac{7}{6}$

بعد الانتهاء من النشاط يكون الطالب قادرا على فهم امثلة التعلم ولكن يجب التركيز على الصياغة اللغوية الصحيحة للإجابات ومن ثم نطلب من الطلاب حل تحقق من فهمك على غرار الأمثلة المحلولة.



تحقق من فهمك

① انسخْ وأكمل: $\frac{5}{9}+\frac{1}{3}=\frac{5}{9}+\frac{\cdots}{9}=\frac{\cdots}{9}$

الحل $\frac{5}{9}+\frac{1}{3}=\frac{5}{9}+\frac{3}{9}=\frac{8}{9}$

② احسب الناتج في كل حالة من الحالات الآتية بصيغة كسر عادي.

الحل

① $\frac{-7}{5}+\frac{-3}{5}=\frac{-10}{5}=-2$

⑤ $\frac{4}{1.2}-\frac{5.3}{1.2}-\frac{0.7}{1.2}=\frac{4-5.3-0.7}{1.2}=\frac{4-6}{1.2}=\frac{-2}{1.2}=\frac{-20}{12}=\frac{-5}{3}$

⑥ $-\frac{6}{7}+\frac{21.3}{35}=\frac{-30}{35}+\frac{21.3}{35}=\frac{-8.7}{35}$

③ اكتب طلائع مضاعفات العدد 6، ثمَّ طلائع مضاعفات العدد 8.

الحل

طلائع مضاعفات العدد 6 هي 6 و 12 و 18 و 24 و 60 و …

طلائع مضاعفات العدد 8 هي 8 و 16 و 24 و 32 و 40 و …

وبعد الانتهاء من حل تحقق من فهمك يعطى تدرب كواجب للمنزل يصحح في بداية الدرس القادم.



تدرب

① انسخْ وأكمل.

① $\frac{5}{8}-\frac{1}{6}=\frac{\cdots}{24}-\frac{\cdots}{24}=\frac{\cdots}{\cdots}$ ② $\frac{5}{3}-\frac{7}{4}=\frac{\cdots}{12}-\frac{\cdots}{12}=\frac{\cdots}{12}$

الحل

① $\frac{5}{8}-\frac{1}{6}=\frac{15}{24}-\frac{4}{24}=\frac{11}{24}$ ② $\frac{5}{3}-\frac{7}{4}=\frac{20}{12}-\frac{21}{12}=\frac{-1}{12}$

② احسب بصيغة كسر عادي: ① $\frac{7}{4}+\frac{2}{9}$ ② $-\frac{5}{8}+\frac{1}{12}$ ③ $\frac{7}{9}-\frac{5.1}{6}$

الحل

① $\frac{7}{4}+\frac{2}{9}=\frac{63}{36}+\frac{8}{36}=\frac{71}{36}$

② $-\frac{5}{8}+\frac{1}{12}=\frac{-15}{24}+\frac{2}{24}=\frac{-13}{24}$

③ $\frac{7}{9}-\frac{5.1}{6}=\frac{14}{18}-\frac{15.3}{18}=\frac{-1.3}{18}=\frac{-13}{180}$

③ احسب بصيغة كسر، ثمَّ اختصر ما حصلت عليه ، إنْ أمكن. (لاحظ أنَّ عدداً x يكتب $\frac{x}{1}$)

① $\frac{5}{3}+\frac{-13}{3}$ ② $-\frac{4}{7}+\frac{12}{7}$ ③ $\frac{-4}{5}-\frac{-3}{5}$ ④ $\frac{-13}{9}+\frac{27}{9}$

⑤ $\frac{22}{15}-\frac{8}{15}+\frac{7}{15}$ ⑥ $-\frac{1}{4}-\frac{5}{4}+\frac{3}{4}$ ⑦ $-6+\frac{3}{5}$

الحل

1

① $\frac{5}{3}+\frac{-13}{3}=\frac{-8}{3}$

② $-\frac{4}{7}+\frac{12}{7}=\frac{8}{7}$

③ $\frac{-4}{5}-\frac{-3}{5}=\frac{-4}{5}+\frac{3}{5}=\frac{-1}{5}$

⑤ $\frac{22}{15}-\frac{8}{15}+\frac{7}{15}=\frac{21}{15}=\frac{7}{5}$

⑥ $-\frac{1}{4}-\frac{5}{4}+\frac{3}{4}=-\frac{3}{4}$

⑦ $-6+\frac{3}{5}=-\frac{30}{5}+\frac{3}{5}=-\frac{27}{5}$

④ خلطت زينة $\frac{3}{5}$ الليتر من عصير التفاح مع $\frac{6}{5}$ الليتر من عصير العنب لملء وعاء سعته ليتران.

كم ليتراً من عصير الموز تحتاج زينة إضافته؟

الحل

تحتاج زينة $\frac{11}{5}=\frac{6}{5}-\frac{3}{5}-\frac{10}{5}=\frac{6}{5}-\frac{3}{5}-2$ من عصير الموز

حول الدرس القادم:

اطلب من طلابك تحضير النشاط القادم.

2 الضرب

اهداف الدرس:

1) يضرب الكسور العادي.

2) يطبق قاعدة لضرب كسرين عاديين.

3) ينشر عبارة ويبسطها.

4) يحلل عبارة ويبسطها.

عدد الحصص المخصصة للدرس:

3 حصص.

المرتكزات المعرفية:

تعلم الطالب قواعد الضرب ويأتي هذا الدرس لتعزيز ما تعلمه الطالب في الصف السابع واستعمال ضرب الاعداد العادية في النشر والتحليل وتبسيطه العبارات والكسور .

عرض الدرس:

يتألف النشاط من سؤالين الأول: ليتذكر الطالب ضرب كسرين وسؤال ثان يجعل الطالب يستنتج قاعدة لضرب كسرين.

بعد حل الطلاب للنشاط ومناقشة هذه الحلول وتقويمها من قبل المدرس نطلب من كل طالب استعمال القاعدة لضرب كسرين.



نشاط « تزويد الأعداد العادية بالقاعدة $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ »

1. في كل من الحالات الآتية، احسب الناتج مستعملاً العمليات على الكسور العادية، ثمَّ تحقق باستعمال العمليات على الكسور العشرية.

① $\frac{3}{4} \times \frac{7}{5}$ ② $\frac{-3}{4} \times \frac{7}{5}$ ③ $\frac{3}{4} \times \frac{-7}{-5}$ ④ $\frac{3}{-4} \times \left(-\frac{7}{5}\right)$

الحل

1

① باستعمال العمليات على الكسور العادية $1.05=\frac{3}{4}\times\frac{7}{5}=\frac{3\times7}{4\times5}=\frac{21}{20}$

وباستعمال العمليات على الكسور العشرية $1.05=0.75\times1.4=\frac{3}{4}\times\frac{7}{5}=\frac{3}{4}\times\frac{7}{5}$

2. أعطِ قاعدة لضرب كسرين عاديين.

الحل

إن ناتج ضرب كسرين عاديين هو كسر عادي بسطة ناتج ضرب البسطين ومقامه ناتج ضرب المقامين.

وبصياغة رياضياتية $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$

بعد الانتهاء من النشاط يكون الطالب قادرا على فهم امثلة التعلم لذلك نطلب من الطلاب قراءة تلك الأمثلة ثم ننتقل الى فقرة اكتساب معارف وهنا يكون دور المدرس ميسراً فيطلب من الطلاب قراءة القاعدة ومن ثم قراءة الأمثلة ويوضح المدرس الغامض منها.

ومن ثم نطلب من الطلاب حل تحقق من فهمك على غرار الأمثلة المحلولة.



تحقق من فهمك

① أوجد إشارة كل جداء ثم احسبه.

① $\frac{5}{-4}\times\frac{-9}{13}$ ② $\frac{-25}{11}\times\frac{9}{4}$ ③ $\frac{0}{7}\times\frac{-3}{4}$

الحل

① $\frac{5}{-4}\times\frac{-9}{13}=\frac{45}{52}$

② $\frac{-25}{11}\times\frac{9}{4}=-\frac{225}{44}$

③ $\frac{0}{7}\times\frac{-3}{4}=0$

② أعطِ إشارة الجداء دون إنجاز الحساب.

① $-4\times4\times7.4$ ② $-2\times(-21.4)\times(-10)$

③ $-2(-1.55)\times(-2)\times77\times18\times(-0.14)(-0.12)$

الحل

① سالب ② سالب ③ سالب

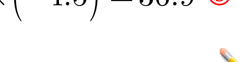
④ احسب يدوياً.

① $(-2.4)\times(-5.5)$ ② $(-8.2)-(-4.5)$ ③ $(-8.2)\times(-4.5)$

الحل

① $(-2.4)\times(-5.5)=+13.2$ ② $(-8.2)-(-4.5)=-8.2+4.5=-3.7$

③ $(-8.2)\times(-4.5)=36.9$




تدرب

① فيما يلي احسب كل جداء بأبسط صيغة ممكنة:

① $\frac{1}{3}\times\frac{12}{7}$ ② $\frac{-2}{5}\times\frac{10}{3}$ ③ $\frac{3}{-14}\times\frac{-7}{2}$

الحل

① $\frac{1}{3}\times\frac{12}{7}=\frac{4}{7}$

② $\frac{-2}{5}\times\frac{10}{3}=\frac{-20}{15}=\frac{-4}{3}$

③ $\frac{3}{-14}\times\frac{-7}{2}=\frac{3}{4}$

② أنجز كلاً من الجداءات الآتية.

① $5y\times(-8)$ ② $(-7)\times z\times 3$ ③ $-(-4\times 15x)$

الحل

① $5y\times(-8)=-40y$

② $(-7)\times z\times 3=-21z$

③ $-(-4\times 15x)=+60x$

③ فيما يلي احسب كل جداء بأبسط صيغة ممكنة مع مراعاة أن $a=\frac{a}{1}$:

① $7\times\frac{3}{8}$ ② $\frac{9}{16}\times(-8)$ ③ $\frac{3}{10}\times 50$ ④ $-15\times\frac{-2}{5}$

الحل

1

① $7\times\frac{3}{8}=\frac{7}{1}\times\frac{3}{8}=\frac{21}{8}$

② $\frac{9}{16}\times(-8)=\frac{9}{16}\times\frac{(-8)}{1}=\frac{-9}{2}$

④ عبِّرْ بصيغة كسر عادي أو بصيغة عدد صحيح عما يلي.

① $\frac{7}{12}$ من العدد 18 ② $\frac{7}{12}$ من الكسر $\frac{5}{14}$ ③ $-\frac{2}{3}$ من الكسر $\frac{9}{4}$

④ $\frac{5}{2}$ من $\frac{2}{3}$ العدد 18. ⑤ $\frac{2}{5}$ من $-\frac{25}{7}$ من العدد 18 .

الحل

① $\frac{7}{12}$ من العدد 18 هو

$$\frac{7}{12}\times18=\frac{7}{12}\times\frac{18}{1}=\frac{7\times18}{12}=\frac{42}{4}$$

④ $\frac{5}{2}$ من $\frac{2}{3}$ العدد 18 هو

$$\frac{5}{2}\times\frac{2}{3}\times18=\frac{5}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{18}{1}=\frac{5\times2\times18}{6}=45$$

⑤ حسبَ باسم جداء ضرب الكسرين $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{2}$ كما يلي:

$$\frac{3}{4}\times\frac{5}{2}=\frac{3}{4}\times\frac{10}{4}=\frac{30}{4}=\frac{15}{2}$$

ما رأيك بهذا الحساب؟

الحل

قام باسم بتوحيد مقامي الكسرين قبل القيام بعملية الضرب وهذا أمر غير لازم ومن ثم خطأ بأن وضع المقام المشترك ولم يكتب ناتج ضرب المقامين.

حول الدرس القادم:

اطلب من طلابك مراجعة كيفية تقريب عدد.

3 القسمة

هداف الدرس:

1) يوجد مقلوب كسر.

2) يوجد خارج قسمة كسرين.

3) ينجز أوليات العمليات الحسابية.

4) يوجد القيمة التامة أو القيمة التقريبية لخارج قسمة.

عدد الحصص المخصصة للدرس:

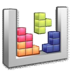
حصتان.

المرتكزات المعرفية:

يفترض من الطالب أن يكون امتلك مهارات ضرب كسرين والتي تعتبر عملية أساسية في عملية قسمة الكسور .

عرض الدرس:

يتألف النشاط من عدة أسئلة تمكن الطالب من التعامل مع محتويات الدرس والتمكن منها فيكون الطالب قد ادرك محتوى الدرس قبل البدء فيه.



نشاط « كتابة مقلوب كسر وخارج قسمة كسرين بصيغة كسر عادي »

.1 « مقلوب كسر »

1. احسب $\frac{4}{3} \times \frac{3}{4}$. ما مقلوب $\frac{4}{3}$؟ وما مقلوب $\frac{3}{4}$؟

الحل

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$$

مقلوب $\frac{4}{3}$ هو $\frac{3}{4}$

مقلوب $\frac{3}{4}$ هو $\frac{4}{3}$

2. هل أحد الكسرين $\frac{2}{7}$ و $\frac{-7}{2}$ مقلوب للآخر ؟

الحل

لا، لأن $\frac{-7}{2}\times\frac{2}{7}=-1\neq 1$

3. ما مقلوب كلٍ من $\frac{2}{7}$ و $\frac{-7}{2}$ ؟ وما مقلوب $\frac{a}{b}$ ؟ (مع $a\neq 0$ و $b\neq 0$).

الحل

مقلوب $\frac{2}{7}$ هو $\frac{7}{2}$

مقلوب $\frac{-7}{2}$ هو $-\frac{2}{7}$

مقلوب $\frac{a}{b}$ هو $\frac{b}{a}$

2. « القسمة هي الضرب بالمقلوب »

خارج القسمة على عدد (يغاير الصفر) هو جداء الضرب بمقلوب ذلك العدد. أوجد قاعدة للتقسيم على $\frac{a}{b}$ ، (مع $a\neq 0$ و $b\neq 0$).

3. « القيمةُ التامةُ أو قيمةٌ تقريبيةٌ لخارج القسمة »

1. أوجد القيمةَ التامةَ لخارج القسمة في كلٍّ مما يأتي:

- $\frac{14}{7}$
- $\frac{28}{-7}$
- $\frac{-15}{-3}$
- $\frac{-16}{-8}$
- $\frac{0}{-2}$
- $\frac{-5}{0}$

الحل

- $\frac{14}{7}=2$
- $\frac{28}{-7}=-4$
- $\frac{-15}{-3}=5$
- $\frac{-16}{-8}=2$
- $\frac{0}{-2}=0$
- $\frac{-5}{0}$ لا يمكن إيجاد القيمة

2. $\frac{7}{-3}$ هو خارج قسمة 7 على -3.

استعمل آلتك الحاسبة مستعملاً الزر ÷ لحساب خارج القسمة ستجد على الشاشة $-2.333\,333\,333$

- هل $\left(-2.333\ 333\ 333\right)\times\left(-3\right)$ يساوي 7 ؟

الحل

لا $\left(-3\right)\times\left(-2.333\ 333\ 333\right)=6.999\,999\,999$

- هل العدد الذي ظهر على الشاشة هو القيمة التامة لخارج القسمة $\frac{7}{-3}$ ؟

الحل

لا لان $\left(-3\right)\times\left(-2.333\ 333\ 333\right)\neq 7$

- قرِّبْ العدد $-2.333\ 333\ 333$ إلى منزلتين عُشريتين.

الحل

-2.33

بعد حل الطلاب للنشاط ومناقشة هذه الحلول وتقويمها من قبل المدرس يكون الطالب قادرا على فهم امثلة التعلم لذلك نطلب من الطلاب قراءة تلك الأمثلة ثم ننتقل الى فقرة اكتساب معارف والتي تعتبر فقرة أساسية في هذه الوحدة وهنا سوف يتعلم خلاصة الوحدة الأولى.

ومن ثم نطلب من الطلاب حل تحقق من فهمك على غرار الأمثلة المحلولة.

تحقق من فهمك

① اكتب بصيغة كسر عادي مقلوبً كلٍ من الأعداد الآتية:

① $\frac{7}{9}$ ② $\frac{-3}{8}$ ③ $\frac{9}{-4}$ ④ $\frac{3.4}{3}$

الحل

① مقلوب $\frac{7}{9}$ هو $\frac{9}{7}$ ② مقلوب $\frac{-3}{8}$ هو $\frac{-8}{3}$

② أيمكنك إيجادُ عددٍ تضربه بالكسر $\frac{5}{9}$ فتحصل على 1 ؟

الحل نعم مقلوب $\frac{5}{9}$ و هو $\frac{9}{5}$

③ انسخ، ثمَّ أكمل $\frac{\cdots}{\cdots}=\frac{\cdots}{\cdots}\times\frac{3}{4}=\frac{5}{7}\div\frac{3}{4}$.

الحل

$$\frac{3}{4}\div\frac{5}{7}=\frac{3}{4}\times\frac{7}{3}=\frac{7}{4}$$

④ احسب ناتج كلٍّ من: ① $\frac{-3}{5}\div\frac{-10}{11}$ ② $-2\div\frac{13}{3}$ ③ $\frac{\frac{4}{3}}{-\frac{8}{15}}$ ④ $\frac{\frac{16}{-5}}{2}$

الحل

① $\frac{-3}{5}\div\frac{-10}{11}=\frac{-3}{5}\times\frac{11}{-10}=\frac{33}{50}$

② $-2\div\frac{13}{3}=\frac{-2}{1}\div\frac{13}{3}=\frac{-2}{1}\times\frac{3}{13}=\frac{-6}{13}$

③ $\frac{\frac{4}{3}}{-\frac{8}{15}}=\frac{4}{3}\times\frac{15}{-8}=-\frac{5}{2}$

④ $\frac{\frac{16}{-5}}{2}=\frac{16}{-5}\div 2=\frac{16}{-5}\times\frac{1}{2}=-\frac{8}{5}$



تدرب

① انسخْ وأكملْ.

① $7\times\frac{1}{7}=\cdots$ ② $-6\times\cdots=1$ ③ $-6.5\times\cdots=1$

④ $-6.5\times\cdots=0$ ⑤ $-6.5+\cdots=0$ ⑥ $-6.5\times\cdots=-1$

الحل

① $7\times\frac{1}{7}=1$ ② $-6\times(-1)=1$ ③ $-6.5\times\frac{1}{-6.5}=1$

④ $-6.5\times 0=0$ ⑤ $-6.5+6.5=0$ ⑥ $-6.5\times\frac{1}{6.5}=-1$

② فيما يلي احسب خارج كل قسمة بأبسط صيغة ممكنة:

① $\frac{4}{5}\div\frac{3}{7}$ ② $\frac{4}{5}\div\frac{-2}{3}$ ③ $\frac{-5}{4}\div\frac{15}{-2}$ ④ $-2\div\frac{4}{5}$

الحل

① $\frac{4}{5}\div\frac{3}{7}=\frac{4}{5}\times\frac{7}{3}=\frac{28}{15}$

② $\frac{4}{5}\div\frac{-2}{3}=\frac{4}{5}\times\frac{-3}{2}=\frac{-6}{5}$

③ أممكن أن يكون $\frac{7}{5}$ مساوياً جداء ضرب $\frac{8}{3}$ بعدد؟ في حالة الإيجاب ما هو ذلك العدد؟

الحل

④ فيما يأتي، اكتب العدد الموصوف بالشكل العشري.

① مقلوب 100 ② نظير $\frac{1}{10}$ ③ مقلوب (نظير 2) ④ نظير (مقلوب 2)

الحل

① 0.01 ② -0.1 ③ $\frac{-1}{2}=-0.5$ ④ $-\frac{1}{2}=-0.5$

⑤ كتلة زيت الزيتون، الذي نحصل عليه من الزيتون المعصور، تعادل $\frac{2}{11}$ من كتلة الزيتون المعصور. وبعد عصر كمية من الزيتون، حصلنا على $500\ \mathrm{kg}$ من الراسب.

ما هي كتلة الزيتون المعصور؟

الحل

$\frac{9}{11}\times x=500$ وبالتالي $x=500\times\frac{11}{9}=\frac{5500}{9}$

حول الدرس القادم:

اطلب من طلابك مراجعة دروس الوحدة ومن ثم حل السؤال الأول والثاني من تمرينات الوحدة.

يخصص لحل التمرينات 6 حصص

تمرينات ومسائل

1

في كل حالة آتية، هناك إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة. أشر إليها.

❶ $(-1)\times(-4)\times 6\times(-2)\times 5$ يساوي: ① 240 ② 120 ③ -240

❷ ناتج $\frac{-5}{3}-\frac{7}{3}$ هو ① 4 ② $\frac{12}{6}$ ③ $\frac{2}{3}$

❸ ناتج $\frac{1}{8}+\frac{3}{4}$ هو ① $\frac{4}{12}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ $\frac{4}{8}$

❹ ناتج $\frac{1}{4}+4-$ هو ① $-\frac{3}{4}$ ② $\frac{-15}{4}$ ③ -1

❺ ناتج $\frac{-25}{6}\times\frac{3}{5}$ هو ① $\frac{-75}{11}$ ② $\frac{18\times(-125)}{30}$ ③ $\frac{-5}{2}$

❻ أكل صادق $\frac{1}{8}$ كعكة، ثم أكل صبحي $\frac{1}{7}$ ما بقي منها، إذن:

① أكل صادق أكثر من صبحي. ② أكل صبحي أكثر من صادق. ① أكلا قطعتين متساويتين.

❼ ثُلثا -12 يساوي ① $\frac{-24}{36}$ ② 8 ③ -8

❽ مقلوب $-\frac{7}{3}$ هو ① $-\frac{3}{7}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{3}{7}$

❾ ناتج $\frac{-10}{7}\div\frac{9}{5}$ هو ① $\frac{-90}{35}$ ② $-\frac{63}{50}$ ③ $-\frac{18}{7}$

❿ ناتج $\frac{9}{4}\times\frac{2}{3}-\frac{5}{3}$ هو ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $-\frac{13}{12}$

2

قلْ إنْ كنت موافقاً أو غير موافق على الادعاء الآتي واشرح رأيك.

① لحساب $A=\frac{6+11}{12+11}$، أختصرُ على 6 ثمَّ على 11 فأجد $A=\frac{1}{2}$.

✘ لا يمكن اختصار أحد حدي الجمع على عدد بل يجب قسمة كلا الحدين على العدد ذاته

② $\frac{3}{4\times 5}$ يساوي $5\times\frac{3}{4}$.

✘ عند ضرب كسر بعدد نضرب البسط بذلك العدد وليس البسط.

③ ثُلْثُ النصف يساوي رُبْعَ الثُلثين.

✓ لان ثُلْثُ النصف يساوي $\frac{1}{6}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ و رُبْعَ الثُلثين $\frac{1}{6}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}$

④ $\frac{4}{5}$ ضرب مقلوب العدد $\frac{2}{3}$ يساوي $\frac{6}{5}$.

✓ لان $\frac{6}{5}=\frac{3}{2}\times\frac{4}{5}$

⑤ مقلوب مجموع عددين x و y غير معدومين، يساوي مجموع مقلوبي x و y.

✗ لان مقلوب مجموع عددين x و y هو $\frac{1}{x+y}$ و مجموع مقلوبي x و y هو $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$

⑥ قسمةُ x على 3 ثمَّ قسمة الناتج على 7 ثمَّ قسمة الناتج على 13، يؤول إلى قسمة x على 273.

✓ لان قسمة x على 3 هو $\frac{x}{3}$ و قسمة الناتج على 7 هو $\frac{x}{21}=\frac{1}{7}\times\frac{x}{3}$ و قسمة الناتج على 13 هو $\frac{x}{273}=\frac{1}{13}\times\frac{x}{21}$

⑦ مقلوب جداء عددين x و y غير معدومين، يساوي جداء مقلوبي x و y.

✓ لان مقلوب جداء عددين x و y هو $\frac{1}{xy}$ و جداء مقلوبي x و y هو $\frac{1}{xy}=\frac{1}{y}\times\frac{1}{x}$

⑧ أياً كان العدد العادي x، كان $3\times(2x)$ مساوياً $(3\times2)\times(3\times x)$

✗ لان $(3\times2)\times(3\times x)=6\times(3\times x)=18x$ و $3\times(2x)=6x$

⑨ مقلوب أي عدد موجب غير معدوم أصغر منه.

✗ لان مقلوب العدد $\frac{1}{2}$ أكبر من مقلوبه 2

⑩ لا يوجد عدد يساوي مقلوبه.

✗ لان $\frac{1}{1}=1$

3 اختصرْ في كل حالة العبارة المعطاة، إنْ كانت قابلة للاختصار.

① $A=\frac{2\times(-5)\times(-7)}{3\times(-10)}$ ② $B=\frac{-3+7}{4+7}$ ③ $C=\frac{0.3\times7}{(-3)\times0.7}$

الحل

1

① $A=\dfrac{2\times(-5)\times(-7)}{3\times(-10)}=-\dfrac{7}{3}$

② $B=\dfrac{-3+7}{4+7}=\dfrac{4}{11}$

③ $C=\dfrac{0.3\times 7}{(-3)\times 0.7}=-1$

4 انسخ وأكمل.

المدة بالدقائق	كسر الساعة	كسر مختصر
1	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$
30	$\frac{30}{60}$	
15		
40		

الحل

المدة بالدقائق	كسر الساعة	كسر مختصر
1	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$
30	$\frac{30}{60}$	$\frac{1}{2}$
15	$\frac{15}{60}$	$\frac{1}{4}$
40	$\frac{40}{60}$	$\frac{2}{3}$

5 احسب بصيغة كسر عادي:

① $\dfrac{3}{7}+5$ ② $-\dfrac{21}{12}-\dfrac{3}{4}$ ③ $-\dfrac{7}{9}+\dfrac{-1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{5}-\dfrac{-5}{-6}$

⑤ $-2+\dfrac{5}{4}$ ⑥ $\dfrac{7.5}{8}-\dfrac{11}{6}$ ⑦ $\dfrac{7.3}{6}-\dfrac{4.2}{9}$ ⑧ $\dfrac{-5}{20}+\dfrac{9}{-6}$

الحل

① $\frac{3}{7}+5=\frac{3}{7}+\frac{35}{7}=\frac{38}{7}$

② $-\frac{21}{12}-\frac{3}{4}=-\frac{21}{12}-\frac{9}{12}=\frac{-30}{12}=\frac{-5}{2}$

③ $-\frac{7}{9}+\frac{-1}{4}=-\frac{28}{36}+\frac{-9}{36}=\frac{-37}{36}$

6 احسب بصيغة كسر عادي:

① $X=-\frac{7}{2}+\frac{5}{3}+\frac{11.5}{7}$

② $Y=\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{5}{9}$

الحل

①

$$X=-\frac{7}{2}+\frac{5}{3}+\frac{11.5}{7}$$
$$=-\frac{147}{42}+\frac{70}{42}+\frac{69}{42}$$
$$=-\frac{6}{42}$$
$$=-\frac{1}{7}$$

②

$$Y=\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{5}{9}$$
$$=\frac{24}{36}+\frac{9}{36}-\frac{20}{36}$$
$$=\frac{13}{36}$$

7 بدِّلْ ترتيب الحدود لتحسب الناتج بصيغة كسر عادي:

① $X=\frac{4}{7}+\frac{3}{4}+\frac{2}{7}+\frac{5}{4}+\frac{1}{7}$

② $Y=\frac{5}{12}-\frac{5}{3}+\frac{2}{12}-\frac{2}{3}$

الحل

①

$$X=\frac{4}{7}+\frac{3}{4}+\frac{2}{7}+\frac{5}{4}+\frac{1}{7}$$
$$=\frac{4}{7}+\frac{2}{7}+\frac{1}{7}+\frac{3}{4}+\frac{5}{4}$$
$$=1+2=3$$

②

$$Y=\frac{5}{12}-\frac{5}{3}+\frac{2}{12}-\frac{2}{3}$$
$$=\frac{5}{12}+\frac{2}{12}-\frac{5}{3}-\frac{2}{3}$$
$$=\frac{7}{12}-\frac{7}{3}=\frac{21}{12}=\frac{7}{4}$$

8 1. لا تملك رغد سوى $\frac{2}{5}$ من سعر لعبة فيديو رغبت شراءها. دفع والدها 35% من سعر اللعبة، ودفعت والدتها $\frac{3}{20}$ من سعرها. أيكفي ما تجمَّع لديها لشراء اللعبة؟

2. في عيد ميلادها، أعطاها عمُّها بطاقة بقيمة 700 ليرة سورية. فإذا عَلِمَتْ رغد أنَّ سعر اللعبة هو 4200 ليرة سورية، هل تُقدم على شرائها؟

الحل

1. دفع والدي رغد $\frac{50}{100} = \frac{35}{100} + \frac{3}{20}$ أي نصف سعر اللعبة

ولكن تملك رغد أقل من نصف سعر اللعبة

لذلك لا يكفي ما تجمع لشراء اللعبة

2. مجموع ما دفع الوالدين وما لديها هو $\frac{90}{100} = \frac{2}{5} + \frac{35}{100} + \frac{3}{20}$

$$4480 = 3780 + 700 = 4200 \times \frac{90}{100} + 700$$

طالما اصبح لديها مبلغ أكبر من سعر اللعبة لذلك ستقدم رغد على لشراء اللعبة.

9 المربع السحري

المربع السحري هو المربع الذي تكون جداءات الأعداد الواقعة في كل سطر وفي كل عمود وفي كل قطر فيه متساوية.

أكمل المربع المرسوم جانباً ليكون سحرياً ويكون كل جداء مساوياً -216.

	1	
		4
		-3

الحل

-12	1	18
9	-6	4
2	36	-3

10 احسب ذهنياً كلاً من العبارات الآتية عند $x = -4$.

① $7x+8$ ② $-5+5x$ ③ $-8-2x$

الحل

① -20 ② -25 ③ -24

11 انسخ ثمَّ أكمل الجدول المرافق مختصراً النواتج ما أمكن.

$\times\left(-\frac{3}{4}\right)$

$-\frac{4}{3}$	$\frac{5}{9}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	-5	1	0

الحل

$-\frac{4}{3}$	$\frac{5}{9}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	-5	1	0
1	$-\frac{5}{12}$	$\frac{9}{16}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{15}{4}$	$-\frac{3}{4}$	**0**

12 احسب بصيغة كسر عادي، فكِّرْ بتبسيط الكسور قبل إجراء عملية الضرب.

❶ $\frac{-4}{3}\times\frac{3}{5}$ ❷ $\frac{-5.5}{8}\times(-4)$

❸ $\frac{0.4}{0.3}\times\left(-\frac{9}{16}\right)$ ❹ $\frac{1}{-2}\times\frac{2}{3}\times\frac{-3}{4}\times\frac{6}{-5}$

❺ $\frac{13}{7}\times(-14)\times\frac{5}{26}$ ❻ $\left(\frac{-3}{5}\right)\times\left(\frac{-5}{3}\right)\times\left(\frac{3}{-5}\right)\times\left(\frac{5}{-3}\right)$

الحل

❶ $\frac{-4}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{-4}{5}$

❷ $\frac{-5.5}{8}\times(-4)=\frac{5.5}{2}=\frac{55}{20}=\frac{11}{4}$

❸ $\frac{0.4}{0.3}\times\left(-\frac{9}{16}\right)=\frac{4}{3}\times\left(-\frac{9}{2}\right)=-6$

❹ $\frac{1}{-2}\times\frac{2}{3}\times\frac{-3}{4}\times\frac{6}{-5}=\frac{1}{4}\times\frac{6}{-5}=\frac{-3}{10}$

❺ $\frac{13}{7}\times(-14)\times\frac{5}{26}=-2\times\frac{5}{2}=-5$

❻ $\left(\frac{-3}{5}\right)\times\left(\frac{-5}{3}\right)\times\left(\frac{3}{-5}\right)\times\left(\frac{5}{-3}\right)=1$

13 استعمل الآلة الحاسبة لحساب الناتج بصيغة كسر عادي.

① $\frac{7}{12}-\frac{5}{12}\times\frac{72}{21}$ ② $\left(\frac{7}{12}-\frac{5}{12}\right)\times\frac{72}{21}$

الحل

① $\frac{7}{12}-\frac{5}{12}\times\frac{72}{21}\approx 1.42857$ ② $\left(\frac{7}{12}-\frac{5}{12}\right)\times\frac{72}{21}=0.57142857$

14 لتكن العبارة $A=4x+3-2x-1$

1. حلِّلْ المقدار $4x-2x$، ثمَّ احسب ناتجه.

2. بسِّط العبارة A.

الحل

1. $4x-2x=x(4-2)=2x$

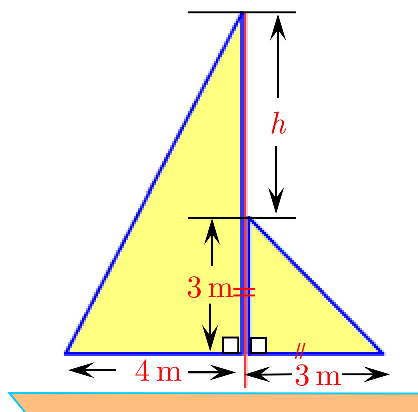
2. تبسِيط العبارة A.

$$A=4x+3-2x-1$$
$$=4x-2x+3-1 \quad .$$
$$2x+2$$

15 

قارب شراعي

في الشكل المجاور قارب شراعي ذو شراعين.



1. اكتب عبارة مساحة الشراع الكبير بدلالة h. ثمَّ بسِّطْ هذه العبارة.

2. احسب بالأمتار المربعة مجموع مساحتي الشراعين في كلٍّ من الحالتين الآتيتين. ① $h=2.7\text{ m}$ ② $h=13\text{ dm}$

الحل

1. عبارة مساحة الشراع الكبير بدلالة h هي

$$S_1=\frac{4\times(3+h)}{2}=2(3+h)$$

2. مجموع مساحتي الشراعين

$$S=S_1+S_2=2(3+h)+\frac{9}{2}$$

① في حالة $h = 2.7\ \text{m}$ يكون

$$\begin{aligned} S &= 2(3+2.7)+\frac{9}{2} \\ &= 2\times 5.7+4.5 \\ &= 11.2+4.5 = 15.7\,\text{m}^2 \end{aligned}$$

16 خصصت إحدى محطات البث $\frac{3}{4}$ وقتها لبث الأغاني. $\frac{3}{5}$ الأغاني التي تبثها عربية.

1. ما الوقت الذي تشغله الأغاني العربية من زمن البث ؟

2. إذا افترضنا أنَّ جميع الأغاني التي تبث تستغرق الزمن ذاته، وليكن ست دقائق. استمعت إلى المحطة مدة ساعتين. كم أغنية عربية تكون قد سمعت ؟

الحل

1. الوقت الذي تشغله الأغاني العربية من زمن البث هو

$$\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{20}$$

أي الوقت الذي تشغله الأغاني العربية $\frac{9}{20}$ من زمن البث

2. عدد الأغاني العربية هو $\frac{120}{6}=20$

17 ما خارج قسمة 1 على:

① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{-3}{7}$ ③ $-\frac{1}{23}$ ؟

الحل

① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{-7}{3}$ ③ -23 ؟

18 أوجد ذهنياً العدد الناقص.

① $\frac{5}{-4}\times\frac{-4}{5}=\cdots$ ② $\frac{-3}{8}\times\cdots=1$ ③ $11\times\cdots=1$

الحل

① $\frac{5}{-4}\times\frac{-4}{5}=1$ ② $\frac{-3}{8}\times\frac{-8}{3}=1$ ③ $11\times\frac{1}{11}=1$

19 احسب بصيغة كسر عادي. فكِّرْ بالاختصار قبل إجراء القسمة.

① $\frac{5}{6} \div \frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{8} \div \frac{-5}{4}$ ③ $\frac{-9}{5} \div \frac{-3}{10}$

④ $\frac{-5}{9} \div \frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{1}{38} \div \left(-\frac{1}{19}\right)$ ⑥ $\frac{121}{6} \div \frac{-11}{6}$

الحل

① $\frac{5}{6} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{6} \times \frac{4}{3} = \frac{10}{9}$

② $\frac{5}{8} \div \frac{-5}{4} = \frac{5}{8} \times \frac{-4}{5} = -\frac{1}{2}$

③ $\frac{-9}{5} \div \frac{-3}{10} = \frac{-9}{5} \times \frac{-10}{3} = 6$

20 أيمكنك إيجادُ عددٍ تضربه بالكسر $\frac{5}{6}$ فتحصل على:

① 2 ؟ ② -10 ؟ ③ 12 ؟ ④ $\frac{7}{6}$ ؟

الحل

① $\frac{6}{5} \times 2 = \frac{12}{5}$ ② $\frac{6}{5} \times (-10) = -12$ ③ $\frac{6}{5} \times 12 = \frac{72}{5}$

21 كتبت سعاد (a) $2-5(-3) = 2-5-3$ (b) $7\times(-3)-12 = 7-3-12$

ما تعليقك على ما كتبته سعاد في كلٍ من (a) و (b) ؟ صحِّح الأخطاء.

الحل

لم تراعي سعاد أولوية الضرب على الجمع لذلك لم تفلح في الكتابة

(a) $2-5(-3) = 2+15 = 17$ (b) $7\times(-3)-12 = -21-12 = -33$

22 في عملية شراء، أنفق عمران ثُلثَ ما يقتني من نقود في مخزن رياضي وربع ما يقتني في إحدى المكتبات. بقي معه 1690 ليرة. ما المبلغ الذي يقتنيه عمران قبل عملية الشراء.

الحل

نفرض المبلغ هو x فيكون

$$x-\frac{x}{3}-\frac{x}{2}=1690$$
$$\frac{6x}{6}-\frac{2x}{6}-\frac{3x}{6}=1690$$
$$\frac{x}{6}=1690$$
$$x=10140$$

23 أكمل لتحصل على مساواة صحيحة.

① $\frac{7}{3}+\frac{\cdots}{\cdots}=1$ ② $\frac{7}{3}-\frac{\cdots}{\cdots}=1$ ③ $\frac{7}{3}\times\frac{\cdots}{\cdots}=1$ ④ $\frac{7}{3}\div\frac{\cdots}{\cdots}=1$

الحل

① $\frac{7}{3}+\frac{-4}{3}=1$ ② $\frac{7}{3}-\frac{4}{3}=1$ ③ $\frac{7}{3}\times\frac{3}{7}=1$ ④ $\frac{7}{3}\div\frac{7}{3}=1$

24 احسب بصيغة كسر عادي:

① $A=\frac{7}{15}\times\frac{3}{4}-\frac{13}{20}$ ② $B=-\frac{3}{8}:\frac{5}{2}+\frac{13}{40}$

الحل

$$A=\frac{7}{15}\times\frac{3}{4}-\frac{13}{20}$$
$$=\frac{7}{20}-\frac{13}{20}$$
$$=\frac{-6}{20}=-\frac{3}{10}$$

25 احسب بصيغة كسر عادي. فكِّرْ في العمليات التي لها أولوية الإنجاز.

① $A=\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\times\frac{3}{2}$ ② $B=\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\right)\times\frac{3}{2}$ ③ $C=1+\frac{1}{2}\times5-\frac{3}{4}$

④ $D=\left(2-\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{3}{5}+2\right)$ ⑤ $E=\frac{6}{2-\frac{1}{4}}$ ⑥ $F=\frac{4}{3}\left(2-\frac{5}{4}-\frac{3}{2}\right)$

⑦ $G=\frac{8\times4}{44}$ ⑧ $H=\frac{5-2}{3\times5}$ ⑨ $I=\frac{15+9}{15\times4}$

الحل

① $A=\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\times\frac{3}{2}=\frac{2}{3}+\frac{5}{2}=\frac{4}{6}+\frac{15}{6}=\frac{19}{6}$

② $B=\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\right)\times\frac{3}{2}=\frac{7}{3}\times\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$

③ $C=1+\frac{1}{2}\times 5-\frac{3}{4}=1+\frac{5}{2}-\frac{3}{4}=\frac{11}{4}$

④ $D=\left(2-\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{3}{5}+2\right)=\frac{5}{3}\times\frac{13}{5}=\frac{13}{3}$

26 بسِّطْ كلاً من العبارات الآتية.

① $2x\times(-2)5+8x$　② $2x-5+8x-1$

③ $2x-5-8x+2$　④ $2x+(-5)\times 8x+2$

الحل

① $2x\times(-2)5+8x=20x+8x=28x$

② $2x-5+8x-1=2x+8x-5-1=10x-6$

27 احسب كلاً من الحالتين الآتيتين $\frac{a}{b}+c$ و $\frac{a+b}{c}$ و $\frac{a}{b+c}$

① $a=-1$ و $b=\frac{1}{3}$ و $c=\frac{2}{5}$.　② $a=2$ و $b=-\frac{1}{2}$ و $c=\frac{5}{2}$.

الحل

① $a=-1$ و $b=\frac{1}{3}$ و $c=\frac{2}{5}$.

$$\frac{a}{b}+c=\frac{-1}{\frac{1}{3}}+\frac{2}{5}=-3+\frac{2}{5}=\frac{-13}{5}$$

$$\frac{a+b}{c}=\frac{-1+\frac{1}{3}}{\frac{2}{5}}=\frac{\frac{-2}{3}}{\frac{2}{5}}=\frac{-2}{3}\times\frac{5}{2}=\frac{-5}{3}$$

$$\frac{a}{b+c}=\frac{-1}{\frac{1}{3}+\frac{2}{5}}=\frac{-1}{\frac{11}{15}}=-1\times\frac{15}{11}=\frac{-15}{11}$$



28 جمع أو طرح كسور عادية

احسب ناتج كل مما يلي بصيغة كسر عادي أو عدد صحيح:

① $\frac{1}{3}+\frac{5}{3}$ ② $1+\frac{2}{5}$ ③ $\frac{2}{9}-\frac{5}{9}$

④ $\frac{1}{21}+\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{1}{5}-\frac{3}{10}$ ⑥ $\frac{5}{2}+\frac{4}{3}$

الحل

① $\frac{1}{3}+\frac{5}{3}=2$ ② $1+\frac{2}{5}=\frac{7}{5}$ ③ $\frac{2}{9}-\frac{5}{9}=\frac{-3}{9}=\frac{-1}{3}$

29 قسمة كسور عادية

فيما يلي احسب خارج كل قسمة بأبسط صيغة ممكنة مع مراعاة أن $\frac{a}{1}=a$:

① $\frac{5}{4}\div 3$ ② $\frac{15}{4}\div 5$ ③ $\frac{4}{5}\div(-8)$ ④ $\frac{-2}{3}\div(-6)$

الحل

① $\frac{5}{4}\div\frac{3}{1}=\frac{5}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{12}$ ② $\frac{15}{4}\div 5=\frac{15}{4}\div\frac{5}{1}=\frac{15}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{3}{4}$

30 تعلَّم تحرير النصوص والحلول

اقرأ النص ثمَّ الحل المعروض من قبل الطالبة علا. ثمَّ اكتب الحل بعد الأخذ بمجمل الملاحظات على حل علا.

النص: بمناسبة عيد ميلادها، استعملت علا $\frac{7}{10}$ كمية السكر التي بحوزتها والبالغة 5 كغ لصنع الحلويات، و $\frac{2}{3}$ ما تبقى لصنع العصير. احسب كمية السكر التي استعملتها علا:

① في صنع الحلويات. ② في صنع العصير.

حل علا مع ملاحظات المصحح:

رقمي الطلبات

1

$\frac{7}{10}\times 5=\frac{35}{10}=3.5$ ما هذه النتيجة؟

$1-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}\times\frac{2}{3}=\frac{3\times 2}{10\times 3}=\frac{6}{30}$ (هل العددان $1-\frac{7}{10}$ و $\frac{2}{3}\times\frac{3}{10}$ متساويان؟)

(علام يدل العدد $\frac{6}{30}$؟ ولمَ لم تختصريه؟)

الحل

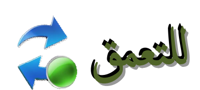
① كمية السكر التي استعملتها علا في صنع الحلويات هي

$$\frac{7}{10}\times 5=\frac{35}{10}=3.5$$

② ما تبقى من كمية السكر هو $1-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}$

كمية السكر التي استعملتها علا في صنع العصير هي

$$\frac{2}{3}\times\frac{3}{10}=\frac{2}{10}=0.2$$

التعمق 

31 حذار من استخدام القيم التقريبية في مقارنة كسرين

1. اكتب كلاًّ من الكسرين $\frac{2}{3}$ و $\frac{87}{130}$ بالشكل العشري مقرباً الناتج لمنزلتين عشريتين.

هل هذان الكسران متساويان؟

2. استعمل آلةً حاسبة للمقارنة بين قيمتي الكسرين $\frac{41\,152}{24\,691}$ و $\frac{617\,285}{370\,368}$.

هل هذان الكسران متساويان؟ تحقق من إجابتك.

الحل

1. $\frac{2}{3}\approx 0.67$ و $\frac{87}{130}\approx 0.67$

لا الكسران غير متساويان ولكن قيمتهما التقريبية متساوية

32 أوجد كل ناتج مما يأتي بالشكل العشري.

① نصف ثُلثي 24. ② ثلاثة أثمان خُمس 6.4 . ③ خُمسُ سُبْعِ 2100

الحل

① نصف ثُلثي 24.

$$\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times 24 = 8$$

② ثلاثة أثمان خُمْس 6.4 .

$$\frac{3}{8}\times\frac{1}{5}\times 6.4 = \frac{24}{50} = 4.8$$

③ خُمْسُ سُبْعِ 2100

$$\frac{1}{5}\times\frac{1}{7}\times 2100 = 60$$

33 حكاية المقلوب

1. ① احسب $\dfrac{1}{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}$ ② $\dfrac{3}{2}+\dfrac{2}{1}$

2. هل $\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{2}$ هو مقلوب $\dfrac{3}{2}+\dfrac{2}{1}$؟

الحل

1. ① $\dfrac{6}{7} = \dfrac{1}{\frac{7}{6}} = \dfrac{1}{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}$ ② $\dfrac{2}{1}+\dfrac{3}{2}=\dfrac{7}{2}$

2. نلاحظ من الطلب الأول أن $\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{2}$ ليس مقلوب $\dfrac{2}{1}+\dfrac{3}{2}$

34 تنوّع

احسب بصيغة كسر. ① $1+\dfrac{5+\frac{3}{4}}{2+\frac{3}{4}}$ ② $\dfrac{2-\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{3}}\times\dfrac{1-\frac{1}{3}}{2+\frac{1}{4}}$

الحل

$$1+\frac{5+\frac{3}{4}}{2+\frac{3}{4}} = 1+\frac{\frac{23}{4}}{\frac{11}{4}} = 1+\frac{23}{4}\times\frac{4}{11} = 1+\frac{23}{11} = \frac{34}{11}$$

1

35 اختبار

أُجري اختبار في مادة الرياضيات لصفٍّ ثامن قوامه 16 طالبة و 10 طلاب.

$\frac{3}{4}$ من الطالبات نلن درجة النجاح، و $\frac{3}{5}$ من الطلاب نالوا درجة النجاح. ما نسبة الناجحين من الصف؟

الحل

عدد الطالبات اللاتي نلن درجة النجاح هو $\frac{3}{4}\times 16 = 12$

عدد الطلاب الذين نالوا درجة النجاح هو $\frac{3}{5}\times 10 = 6$

نسبة الناجحين من الصف هي $\frac{18}{26} = \frac{9}{13} \approx 69\%$

36 تفهم صياغة نص

وجدت في أحد المراجع العائدة للعام 1938 القاعدة الآتية: لتقسيم كسر عادي على عدد صحيح، نضرب مقام الكسر بذلك العدد ونحتفظ ببسطه. أعطِ ثلاثة أمثلة تستخدم فيها هذه القاعدة.

الحل

$$\frac{\frac{5}{2}}{3} = \frac{5}{6}\ ,\ \frac{\frac{15}{8}}{5} = \frac{5}{8},\ \frac{\frac{10}{8}}{10} = \frac{1}{8}$$

37 ازدياد ؛ نقصان

بكم مثلٍ نضرب عدداً ؟ لكي:

① يزداد بمقدار ثلاثة أرباعه. ② ينقص بمقدار ثلاثة أثمانه.

الحل

① يزداد بمقدار ثلاثة أرباعه.

$$\frac{3}{4}x + x = \left(\frac{3}{4}+1\right)x = \frac{7}{4}x$$

أي نضرب المقدار بالعدد $\frac{7}{4}$

② ينقص بمقدار ثلاثة أثمانه.

$$x - \frac{3}{8}x = \left(1 - \frac{3}{8}\right)x = \frac{5}{8}x$$

x

أي نضرب المقدار بالعدد $\frac{5}{8}$

38 في البستان

① سعة مرش $18\ L$، ملئ حتى 75% من سعته. ما كمية الماء الموجود فيه؟

② ملئ مرش حتى ثلاثة أرباعه، فوجد فيه $18\ L$ من الماء. ما سعة المرش؟

الحل

38 في البستان

① كمية الماء الموجود فيه هي $\frac{75}{100} \times 18 = 13.5$

② نفرض سعة المرش هي x فتكون سعة المرش هي

$$\frac{3}{4} \times x = 18$$

$$\frac{3x}{4} = 18$$

$$3x = 72$$

$$x = 24$$

39 تبسيط الجداء

مثال: $\frac{2}{3} \times x \times \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times x = \frac{8}{15}x$

بسِّطْ كلاًّ من الجداءات الآتية:

① $\frac{1}{4} \times \frac{3}{2} \times x$ ② $-\frac{5}{2} \times a \times \frac{4}{25}$ ③ $\frac{-4}{7} \times 3x \times \left(-\frac{11}{6}\right)$

④ $x \times 2 \times \frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{3} \times 3 \times z$ ⑥ $-\frac{1}{2} \times (-1) \times x$

الحل

① $\frac{1}{4}\times\frac{3}{2}\times x=\frac{3}{8}x$ ② $-\frac{5}{2}\times a\times\frac{4}{25}=\frac{2}{5}a$ ③ $\frac{-4}{7}\times 3x\times\left(-\frac{11}{6}\right)=\frac{22}{7}x$

④ $x\times 2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}x$ ⑤ $-\frac{1}{3}\times 3\times z=-z$ ⑥ $-\frac{1}{2}\times(-1)\times x=\frac{1}{2}x$

40 تبسيط المجموع

مثال: $-\frac{1}{3}a+\frac{5}{3}a+2=\left(-\frac{1}{3}+\frac{5}{3}\right)x+2=\frac{4}{3}a+2$

بسِّطْ كلاً من العبارات الآتية:

① $\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}x$ ② $a-\frac{4}{5}a$ ③ $2x+\frac{2}{5}x-x$

الحل

① $\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}x=\frac{1}{4}x$

② $a-\frac{4}{5}a=\left(1-\frac{4}{5}\right)a=\frac{1}{5}a$

③ $\left(2+\frac{2}{5}-1\right)x=\frac{7}{5}x$

41 انشر ثمّ احسب:

① $\frac{1}{3}\times(2+x)$ ② $-\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}+x\right)$ ③ $-\frac{2}{5}\left(\frac{3}{4}-y\right)$

الحل

① $\frac{1}{3}\times(2+x)=\frac{2}{3}+\frac{x}{3}$ ② $-\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}+x\right)=\frac{-3}{4}+-\frac{3}{2}x$

42 دون حساب

من بين الجداءات الآتية، أشِرْ إلى المتساوية منها دون إجراء العمليات.

① $7\times 8\times 9\times 10$ ② $(-7)\times 8\times(-9)\times 10$

③ $7\times(-8)\times(-9)\times(-10)$ ④ $-7\times 8\times 9\times 10$

⑤ $-7\times(-8)\times(-9)\times(-10)$ ⑥ $0.7\times(-80)\times 9\times 10$

الحل

① = ②=⑤ ③ =④= ⑥

43 الكسور والعمليات الحسابية

ليكن $A = \frac{12}{7} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9}$ و $B = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9}$

1 احسب A واكتب الناتج بأبسط كسر ممكن. **2.** احسب B واكتب الناتج بصيغة عدد عادي.

الحل

$$A = \frac{12}{7} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9} = \frac{12}{7} - \frac{7}{15} = \frac{174}{105} - \frac{49}{105} = \frac{125}{105} = \frac{25}{21}$$

$$B = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9} = \left(\frac{-7}{3}\right) \div \frac{1}{9} = \frac{-7}{3} \times 9 = -21$$

44 مهارة

استخدم مهارتك في حساب:

① $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} - \frac{2}{4} - \frac{4}{6} - \frac{6}{8} - \frac{8}{10} - \frac{10}{12}$

② $\frac{-6}{5} \times \frac{-5}{4} \times \frac{-4}{3} \times \frac{-3}{2} \times \frac{-2}{1} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$

الحل

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} - \frac{2}{4} - \frac{4}{6} - \frac{6}{8} - \frac{8}{10} - \frac{10}{12}$$

$$= \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{6}{8}\right) + \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{6}\right) + \left(\frac{4}{5} - \frac{8}{10}\right) + \left(\frac{5}{6} - \frac{10}{12}\right) = 0$$

$$\frac{-6}{5} \times \frac{-5}{4} \times \frac{-4}{3} \times \frac{-3}{2} \times \frac{-2}{1} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$$

$$= \frac{\cancel{-6}}{\cancel{5}} \times \frac{-\cancel{5}}{\cancel{4}} \times \frac{-\cancel{4}}{\cancel{3}} \times \frac{-\cancel{3}}{\cancel{2}} \times \frac{-\cancel{2}}{1} \times \frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{6}} = 1$$

1

45 مجاهيل في مجموع

احسب قيمة المجهول في كل من المجاميع الآتية:

① $\frac{1}{2}+y=\frac{3}{4}$ ② $-\frac{3}{4}+z=-\frac{5}{8}$ ③ $2+x=-\frac{5}{7}$

الحل

① $y=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ ② $z=-\frac{5}{8}+\frac{3}{4}=\frac{1}{8}$

46 مجاهيل في جداء

احسب قيمة المجهول في كل من الجداءات الآتية:

① $-\frac{1}{2}\times y=\frac{5}{3}$ ② $-3\times z=-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{-3}{2}\times x=9$

الحل

① $y=\frac{\frac{5}{3}}{-\frac{1}{2}}=\frac{5}{3}\times\frac{-2}{1}=\frac{-10}{3}$ ② $z=\frac{-\frac{1}{3}}{-3}=\frac{1}{9}$

47 مع حرفٍ أو حرفين

1. في كل حالة، احسب A ، عند كل من القيم الآتية للحرف x:

$x=-2$ $x=-0.5$ $x=\frac{7}{3}$ $x=-\frac{2}{3}$

① $A=2x+3$ ② $A=\frac{x-3}{7}$

2. في حالة $x=-\frac{7}{8}$ و $y=\frac{3}{10}$، احسب:

① $x+y$ ② $x-y$ ③ $2-xy$ ④ $x\div y+4$

الحل

1. من اجل $A=2(-2)+3=-1$

2. ① $x+y=-\frac{7}{8}+\frac{3}{10}=\frac{-23}{40}$ ② $x-y=-\frac{7}{8}-\frac{3}{10}=-\frac{47}{40}$



الوحدة الثانية
قوى الأعداد العادية

1. قوى العدد 10.
2. قواعد على قوى العدد 10.
3. قوى صحيحة لعدد نسبي.
4. الجذور التربيعية وخواصها.

انطلاقة نشطة

في كلٍ مما يأتي، واحدة فقط من الإجابات ① و ② و ③ صحيحة، أشر إليها.

① $13.8 \times 1\,000$ يساوي ① 138 ② 1380 ③ 13 800

② $0.0037 \times 1\,000$ يساوي ① 0.37 ② 3.7 ③ 37

③ 135.2×0.01 يساوي ① 0.1352 ② 1.352 ③ 13.52

④ 6.19×0.001 يساوي ① 0.006 19 ② 0.06 19 ③ 0.619

⑤ ترمز $\mathcal{A}$ إلى مساحة دائرة، نصف قطرها نصف قطرها R،

R

تُعطى $\mathcal{A}$ بالصيغة $\mathcal{A} = \pi R^2$.

الرمز R^2 يدل على ① $R + R$ ② $R \times R$ ③ $2R$

⑥ يرمز V إلى حجم مكعب، طول حرفه a، يُعطى V بالصيغة $V = a^3$

a

الرمز a^3 يدل على ① $a + a^2$ ② $a \times a \times a$ ③ $3a$

⑦ هي ذي النتيجة التي حصلنا عليها من عملية حسابية باستعمال آلةٍ حاسبةٍ 3.538441805

إذا قرَّبنا هذه النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة حصلنا على

① 3.6 ② 3.53 ③ 3.5

⑧ إذا قرَّبنا 3.538441805 إلى أقرب جزء من مئة حصلنا على

① 3.54 ② 3.538 ③ 3.53

1 قوى العدد 10.

اهداف الدرس:

1) يحسب قوى العدد 10.

2) يكتب الصيغة المعيارية لعدد عشري.

3) ينتقل من قوى العدد 10 الى صيغة عدد عشري وبالعكس .

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصتان.

المرتكزات المعرفية:

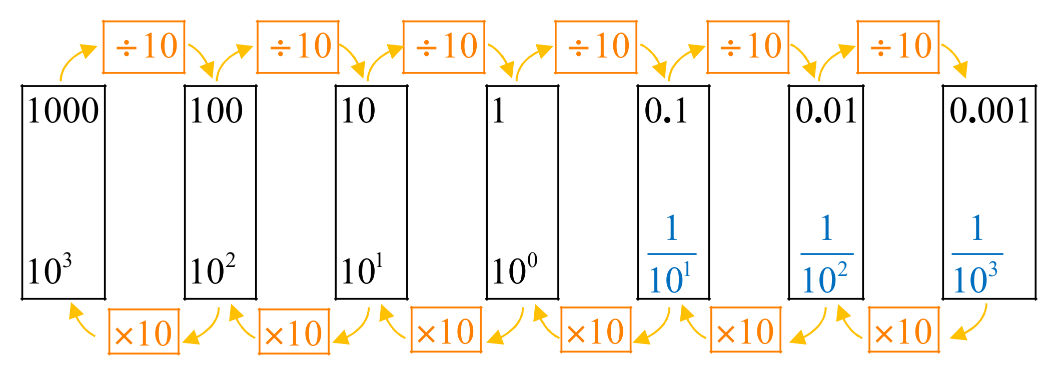
يمكن تذكير الطالب بكيفية القسمة بالعدد 10 او 100 او 1000 والقسمة عليها .

عرض الدرس:

يأتي النشاط ليمرن الطالب على كيفية الانتقال بالفاصلة عن الضرب بالعدد 10 أو القسمة على العدد 10.



في كل إطار مما يلي تجد العدد ذاته. انسخ ثم أكمل:



يعتبر هذا النشاط مرتكز معرفي وليس عرض لمحتوى الدرس لذلك هنا يحتاج الطالب توضيح من قبل المدرس لمحتويات التعلم وخاصة شرح التعريف والتركيز على شروطه ثم نطلب من الطلاب قراءة تلك الأمثلة ثم ننتقل الى فقرة اكتساب معارف وهنا يوضح المدرس كيفية الانتقال من قوى العدد 10 الى صيغة عدد عشري وبالعكس .

ومن ثم نطلب من الطلاب حل تحقق من فهمك على غرار الأمثلة المحلولة.

تحقق من فهمك

① اكتب كلاً من الأعداد التالية بالشكل العَشْري:

① 10^{7} ② 10^{9} ③ 10^{-6} ④ 10^{-8}

الحل

① $10^{7} = 10\,000\,000$ ② $10^{9} = 1000\,000\,000$

③ $10^{-6} = 0.000001$ ④ $10^{-8} = 0.00000001$

② اكتب كلاً من الأعداد التالية بشكل 10^{n}:

① $100\ 000\ 000$ ② $0.000\ 01$ ③ 0.01 ④ مليون

الحل

① 10^{8} ② 10^{-5} ③ 10^{-2} ④ 10^{6}

③ اكتب كلاً من الأعداد الآتية بالصيغة المعيارية:

① 3.7 ② 853.6 ③ $2\ 365$

④ $566\ 3.3$ ⑤ 0.9 ⑥ $0.000\ 005\ 1$

الحل

① 3.7×10^{0} ② 8.536×10^{2} ③ $2\ .365 \times 10^{3}$

④ $5.66\ 33 \times 10^{3}$ ⑤ 9×10^{-1} ⑥ $5.\ 1 \times 10^{-6}$



تدرب

① اكتب كلاً من الأعداد الآتية بالشكل العَشري:

.1 ① 10^{7} ② 10^{4} ③ 10^{0} ④ 10^{2}

.2 ① 10^{-5} ② 10^{-4} ③ 10^{-3} ④ 10^{-1}

.3 ① 10^{9} ② 10^{-2} ③ 10^{8} ④ 10^{-6}

الحل

1. ① 10000000 ② 10000 ③ 1 ④ 100
2. ① 0.00001 ② 0.0001 ③ 0.001 ④ 0.1
3. ① 1000000000 ② 0.01 ③ 100000000 ④ 0.000001

② اكتب كلاً من الأعداد الآتية بدلالة قوةٍ للعدد 10:

1. ① $100\ 000$ ② $10\ 000\ 000$ ③ 10
2. ① $0.000\ 1$ ② $0.000\ 001$ ③ 0.1
3. ① $100 \times 1\ 000$ ② $\dfrac{1}{10\ 000}$ ③ 1

الحل

1. ① 10^5 ② 10^4 ③ 10^0
2. ① 10^{-4} ② 10^{-6} ③ 10^{-1}
3. ① 10^{-5} ② 10^{-4} ③ 10^0

③ اكتب كلاً من الأعداد التالية بالصيغة المعيارية:

① 75 ② 0.0123 ③ $84\ 677$

④ 0.98 ⑤ 0.002 ⑥ $0.000\ 025$

الحل

① 7.5×10^1 ② 1.23×10^{-2} ③ $8.4\ 677 \times 10^4$

④ 9.8×10^{-1} ⑤ 2×10^{-3} ⑥ 2.5×10^{-5}

④ في كل ليتر من دم الإنسان يوجد بحدود $4\,500$ مليار كرية حمراء

1. اكتب الصيغة العَشرية لهذا العدد.
2. أكمل كلاً من: ① $45 \times 10^{\cdots}$ ② $0.45 \times 10^{\cdots}$
3. اكتب كلاً من هذين العددين بالصيغة المعيارية.

الحل

1. الصيغة العَشْرية لهذا العدد هي 4.5×10^3
2. أكمل كلاً من: ① 45×10^2 ② 0.45×10^4
3. 4.5×10^3 4.5×10^3

② قواعد قوى العدد 10.

اهداف الدرس:

1) يستعمل قاعدة الضرب $10^{n} \times 10^{m} = 10^{n+m}$.

2) يستعمل قاعدة المقلوب: $\frac{1}{10^{n}} = 10^{-n}$.

4) يستعمل قاعدة التقسيم: $\frac{10^{n}}{10^{m}} = 10^{n-m}$.

3) يستعمل قاعدة قوة قوة: $\left(10^{n}\right)^{m} = 10^{n \times m}$.

4) يحصر عدد بين قوتين متتاليتين

عدد الحصص المخصصة للدرس:

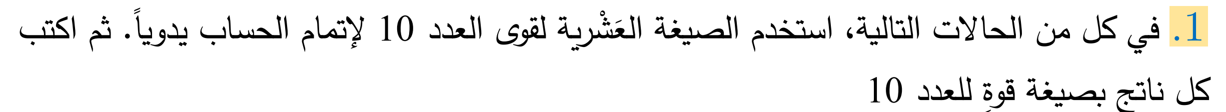
حصتان.

المرتكزات المعرفية:

يفترض من الطالب أن قد تمكن من محتويات الدرس الأول والذي يعتبر مرتكز معرفي لهذا الدرس.

عرض الدرس:

يتألف النشاط من سؤالين الأول: يجعل الطالب يستعمل الأمثلة ليستنتج قواعد القوى للعدد 10 وسؤال ثان يجعل الطالب يستنتج قواعد القوى للعدد 10 الأربعة المعروضة في الدرس.



نشاط « العمل على اكتشاف قواعد حساب قوى العدد 10 »

1. في كل من الحالات التالية، استخدم الصيغة العَشْرية لقوى العدد 10 لإتمام الحساب يدوياً. ثم اكتب كل ناتج بصيغة قوةٍ للعدد 10

.1 ① $10^{3} \times 10^{2}$ ② $10^{3} \times 10^{5}$ ③ $10^{-1} \times 10^{-2}$

④ $10^{3} \times 10^{-2}$ ⑤ $10^{3} \times 10^{1}$ ⑥ $10^{4} \times 10^{0}$

.2 ① $\frac{10^{5}}{10^{2}}$ ② $\frac{10^{3}}{10^{-1}}$ ③ $\frac{10^{-3}}{10^{2}}$ ④ $\frac{10^{-2}}{10^{2}}$

.3 ① $\left(10^{3}\right)^{2}$ ② $\left(10^{2}\right)^{3}$ ③ $\left(10^{-1}\right)^{2}$ ④ $\left(10^{-3}\right)^{-2}$

2

الحل

1. ① $10^{3} \times 10^{2} = 100000 = 10^{5}$

2. ① $\dfrac{10^{5}}{10^{2}} = \dfrac{100000}{100} = 1000 = 10^{3}$

3. ① $\left(10^{3}\right)^{2} = \left(1000\right)^{2} = 1000000 = 10^{6}$

2. اكتب القواعد التي تسمح بالوصول إلى تلك النتائج دون استعمال اللغة العشرية.

- الضرب: $10^{n} \times 10^{m} = 10^{n+m}$
- المقلوب: $\dfrac{1}{10^{n}} = 10^{-n}$
- التقسيم: $\dfrac{10^{n}}{10^{m}} = 10^{n-m}$
- قوة قوة: $\left(10^{n}\right)^{m} = 10^{n\times m}$

بعد الانتهاء من النشاط يكون الطالب قادرا على فهم امثلة التعلم حيث النشاط يمكن الطالب من فهم محتويات الدرس ولكن يجب التركيز على الصياغة اللغوية الصحيحة للإجابات ثم ننتقل الى فقرة اكتساب معارف وهنا يوضح المدرس كيفية حصر عدد بين قوتين متتاليتين .

ومن ثم نطلب من الطلاب حل تحقق من فهمك على غرار الأمثلة المحلولة.

تحقق من فهمك

اكتب كل ناتج بالصيغة 10^{p} حيث p عدد صحيح.

① ① $10^{5} \times 10^{7}$ ② $10^{10} \times 10^{-5}$ ③ $10^{-8} \times 10^{4}$ ④ $10^{-9} \times 10^{-3}$

② ① $\dfrac{1}{10^{3}}$ ② $\dfrac{1}{10^{-8}}$ ③ $\dfrac{1}{10^{-4}} \times 10^{4}$

③ ① $\dfrac{10^{11}}{10^{6}}$ ② $\dfrac{10^{5}}{10^{-8}}$ ③ $\dfrac{10^{-30}}{10^{-10}}$

④ ① $(10^3)^5$ ② $(10^4)^{-3}$ ③ $(10^{-1})^{-9}$

الحل

① ① $10^5 \times 10^7 = 10^{12}$ ② $10^{10} \times 10^{-5} = 10^5$ ③ $10^{-8} \times 10^4 = 10^{-4}$

④ $10^{-9} \times 10^{-3} = 10^{-11}$

② ① $\frac{1}{10^3} = 10^{-3}$ ② $\frac{1}{10^{-8}} = 10^8$ ③ $\frac{1}{10^{-4}} \times 10^4 = 10^8$

③ ① $\frac{10^{11}}{10^6} = 10^5$ ② $\frac{10^5}{10^{-8}} = 10^{13}$ ③ $\frac{10^{-30}}{10^{-10}} = 10^{-20}$

④ ① $(10^3)^5 = 10^{15}$ ② $(10^4)^{-3} = 10^{-12}$ ③ $(10^{-1})^{-9} = 10^9$




تدرب

① اكتب كل ناتج بالصيغة 10^p حيث p عدد صحيح.

① $\frac{10^2}{10^{-4}}$ ② $(10^{-2})^4$ ③ $\frac{1}{10^4} \times 10^{-7}$

الحل

① $\frac{10^2}{10^{-4}} = 10^6$ ② $(10^{-2})^4 = 10^{-8}$ ③ $\frac{1}{10^4} \times 10^{-7} = 10^{-11}$

② اكتب كل ناتج مما يلي بصيغة قوة واحدة للعدد 10.

① $(10^2)^3 \times 10^4$ ② $10^{-1} \times (10^{-2})^4$ ③ $\frac{(10^5)^2}{10^7}$ ④ $\frac{10^4 \times 10^9}{(10^5)^3}$

الحل

① $\left(10^{2}\right)^{3}\times10^{4}=10^{10}$ ② $10^{-1}\times\left(10^{-2}\right)^{4}=10^{-9}$ ③ $\dfrac{\left(10^{5}\right)^{2}}{10^{7}}=10^{3}$

④ $\dfrac{10^{4}\times10^{9}}{\left(10^{5}\right)^{3}}=10^{-2}$

③ قطر ذرة هيدروجين هو بحدود $0.000\,000\,1\ mm$.

1. اكتب هذا العدد بصيغة قوةٍ للعدد 10

2. احسب الطول الذي نحصل عليه إذا جاورنا على مستقيم واحد عشر ملايين ذرة هيدروجين.

الحل

1. $0.000\,000\,1\ mm = 10^{-7}$

2. الطول الذي نحصل عليه إذا جاورنا على مستقيم واحد عشر ملايين ذرة هيدروجين هو

$$10^{-7}\times10\,000\,000=1mm$$

حول الدرس القادم:

اطلب من طلابك تحضير النشاط القادم.



قوى صحيحة لعدد نسبي

اهداف الدرس:

1) يستعمل قاعدة الضرب $a^n \times a^m = a^{n+m}$ و $(a \times b)^n = a^n \times b^n$.

2) يستعمل قاعدة المقلوب: $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$.

5) يستعمل قاعدة التقسيم: $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ و $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$.

5) يتعامل مع أولويات العمليات

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصتان.

المرتكزات المعرفية:

يفترض من الطالب أن قد تمكن من محتويات الدرس الأول والثاني حيث إن الدرسين السابقين مرتكزان معرفيان لهذا الدرس فهذا الدرس هو تمديد للقواعد التي تعلمها الطالب في الدرس السابق بحيث يكون الأساس أي عدد نسبي بدلا من العدد 10.

عرض الدرس:

يتألف النشاط على غرار النشاط السابق من سؤالين الأول: يجعل الطالب يستعمل الأمثلة ليستنتج قواعد القوى للعدد a وسؤال ثان يجعل الطالب يستنتج قواعد القوى للعدد a الأربعة المعروضة في الدرس.



نشاط « إدخال واستعمال العدد a^n »



1. احسب، مستخدماً تعريف القوة $\left(5^3 = 5 \times 5 \times 5 \quad ; \quad 3^2 = 3 \times 3\right)$

① $5^3 \times 5^2$ ② $7^2 \times 7^1$ ③ $8^5 \times 8^2$

④ $\dfrac{5^3}{5^2}$ ⑤ $\dfrac{7^2}{7^3}$ ⑥ $\dfrac{8^4}{8^1}$

⑦ $3^3 \times 5^3$ ⑧ $7^2 \times 5^2$ ⑨ $4^3 \times 6^3$

الحل

① $5^3 \times 5^2 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$

④ $\frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5} = 5$

⑦ $3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 15 \times 15 \times 15 = 15^3$

2. ما هي القواعد التي تجيز الحصول على النواتج السابقة دون العودة إلى تعريف القوة في كل حالة.

الحل

1) $a^n \times a^m = a^{n+m}$ ؛

2) $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ ؛

3) $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ ؛

4) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ؛

نلاحظ أن النشاط يمكن الطالب من تعلم محتويات التعلم دون الحاجة لشرح المدرس لذلك نطلب من الطلاب قراءة تلك الأمثلة ثم ننتقل الى فقرة اكتساب معارف وهنا يكون دور المدرس ميسراً فهذه الفقرة تعتبر تثبيت لمعلومات الدرس ولا تحتاج للشرح.

ومن ثم نطلب من الطلاب حل تحقق من فهمك على غرار الأمثلة المحلولة.

تحقق من فهمك

① في كل حالة آتية، اكتب العدد بصيغة قوة:

① $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ ② $1.3 \times 1.3 \times 1.3 \times 1.3 \times 1.3$

الحل

① 3^7 ② 1.3^5

② احسب الناتج الصحيح بالصيغة الكسرية أو بالصيغة العشرية.

① 5^2 ② 5^{-2} ③ $(-9)^2$

④ $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ ⑤ $\left(-\frac{1}{4}\right)^3$ ⑥ $(-2)^{-5}$

الحل

① 25 ② $\frac{1}{25}$ ③ 81

④ $\frac{4}{25}$ ⑤ $-\frac{1}{48}$ ⑥ $\frac{-1}{32}$

③ استخدم خواص القوى لكتابة النواتج بصيغة قوة واحدة.

① $5^3 \times 5^2$ ② $(-4)^3 \times (-4)^5$ ③ $8^2 \times 8^3 \times 8^5$

④ $3^4 \times 3^{-2}$ ⑤ $\frac{7^3}{7^2}$ ⑥ $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7$

الحل

① 5^5 ② $(-4)^8$ ③ 8^{10}

④ 3^2 ⑤ 7^2 ⑥ $\left(\frac{2}{3}\right)^{12}$



تدرب

① في كل حالة آتية، اكتب العدد بصيغة قوة:

① $(-2) \times (-2) \times (-2)$ ② 25 ③ -32

الحل

① $(-2)^3$ ② 5^2 ③ -2^5

② احسب الناتج الصحيح بالصيغة الكسرية أو بالصيغة العشرية.

① 1^9 ② 3^{-3} ③ $(-0.4)^2$

④ $\left(\frac{-3}{-4}\right)^3$ ⑤ $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ ⑥ $(-0.4)^{-3}$

الحل

① 1000000000 ② $\frac{1}{27}$ ③ 0.16

④ $\frac{27}{48}$ ⑤ $\frac{4}{9}$ ⑥ $\frac{-1}{0.048}$

③ استخدم خواص القوى لكتابة النواتج بصيغة قوة واحدة.

2

① $2^{-3} \times 2^{-4}$ ② $6^{4} \times 6^{-7}$ ③ $(-7)^{-4} \times (-7)^{2} \times (-7)^{-3}$

④ $\frac{2^5}{2^3}$ ⑤ $\frac{-10}{(-10)^4}$ ⑥ $\left(-\frac{5}{7}\right)^2 \times \left(-\frac{5}{7}\right)^3 \times \left(-\frac{5}{7}\right)$

الحل

① 2^{-7} ② 6^{-3} ③ $(-7)^{-5}$

④ 2^2 ⑤ -10^{-3} ⑥ $\left(-\frac{5}{7}\right)^6$

④ مكعب طول حرفه $\frac{3}{2}$ dm احسب حجمه بالسنتيمترات المكعبة.

الحل

$$\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{8} \times 10^{-3}$$

حول الدرس القادم:

اطلب من طلابك كتابة جدول بالأعداد التي يحفظ مربعاتها.

الجذور التربيعية

اهداف الدرس:

1) يعرف الجذر التربيعي لعدد موجب.

2) يجد الجذر التربيعي لعدد موجب.

3) يستعمل خواص الجذور التربيعية

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصتان.

المرتكزات المعرفية:

تعلم الطالب كيفية إيجاد الجذر التربيعي سابقا ولكن يأتي هذا الدرس ليثبت المعلومات السابقة وتعلم خواص جديدة حول الجذر التربيعي .

لذلك يمكن ان نذكر الطالب بإيجاد مربعات الاعداد الموجودة في النشاط .

عرض الدرس:

يتألف النشاط من سؤال ذكر الطالب بمربعات الاعداد والتي يعتبر العملية الأساسية لإيجاد الجذر التربيعي لعدد موجب.



نشاط « إيجاد الجذر التربيعي لعدد موجب»

نعلم أنَّ $a \times a = a^2$ نسمي a^2 مربع العدد a املأ الجداول الآتية بأعداد مناسبة.

العدد a	0	1	2	3	4	5	6	7	8
a^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64

العدد a	9	10	11	12	13	14	15	16	17
a^2	81	100	121	144	169	196	225	256	289

العدد a	18	19	20

400	361	324	a^2

بعد حل الطلاب للنشاط ومناقشة هذه الحلول وتقويمها يطلب المدرس من الطلاب قراءة التعريف تلك الأمثلة ثم ننتقل الى فقرة خواص الجذر التربيعي والتي تعتبر فقرة أساسية في هذا الدرس .

ومن ثم نطلب من الطلاب حل تحقق من فهمك على غرار الأمثلة المحلولة.



تحقق من فهمك

① اكتب الجذور التربيعية للأعداد 196 ، 64 ، 1 ، 0 ، 5 .

الحل

14 ، 8 ، 1 ، 0 ، $\sqrt{5}$.

② أرض مربعة الشكل مساحتها 225 احسب طول ضلعها.

الحل

طول ضلعها 15

③ احسب ناتج كل من الأعداد الآتية: ① $\dfrac{\sqrt{72}}{\sqrt{32}}$ ② $\left(\sqrt{5}\right)^6$ ③ $\sqrt{(3)^6 \times (5)^4}$

الحل

① $\dfrac{\sqrt{72}}{\sqrt{32}} = \dfrac{6\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = 1.5$ ② 125 ③ $(3)^3 \times (5)^2 = 27 \times 25 = 675$

تدرب

① احسب طول ضلع مربع مساحته ① $1\ \text{cm}^2$ ؟ ② $4\ \text{cm}^2$ ؟ ③ $36\ \text{cm}^2$ ؟

الحل

① $1\ \text{cm}$ ؟ ② $2\ \text{cm}$ ؟ ③ $6\ \text{cm}$

② بسط الجذور الآتية: $\sqrt{75}$ ، $\sqrt{32}$ ، $\sqrt{108}$

الحل

$\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ ، $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ ، $\sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

③ مساحةُ مربعٍ تساوي $30\ \text{cm}^2$ ويرمز S إلى طول ضلعه مقاساً بالسنتمترات.

1. هل S عدد صحيح ؟

2. احصر S بين عددين صحيحين متتالين.

3. استخدم آلتك الحاسبة لحساب S مقرباً لأقرب جزء من مئة.

الحل

1. $S = \sqrt{30}$ فهي عدد غير صحيح ؟
2. $5 < S < 6$.
3. $S \approx 5.48$.

2

حول الدرس القادم:

اطلب من طلابك مراجعة دروس الوحدة ومن ثم حل السؤال الأول والثاني من تمرينات الوحدة.

يخصص لحل التمرينات 5 حصص

تمرينات ومسائل

1 في كل حالة آتية، هناك إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة. أشر إليها.

❶ 10^{-4} يساوي ① $0.000\ 1$ ② $-10\ 000$ ③ $0.000\ 01$

❷ $\frac{1}{10^7}$ يساوي ① -10^7 ② 10^{-7} ③ $0.000\ 000\ 01$

❸ الصيغة المعيارية للعدد 385.2 هي:

① 3.852×10^2 ② 3.852×10^{-2} ③ $0.385\ 2\times10^3$

❹ الصيغة المعيارية للعدد $0.003\ 5$ هي:

① 3.5×10^{-4} ② 35×10^{-4} ③ 3.5×10^{-3}

❺ $10^6\times10^{-2}$ يساوي ① 10^8 ② 10^4 ③ 10^{14}

❻ $\frac{10^5}{10^9}$ يساوي ① 10^{-4} ② 10^4 ③ 10^{14}

❼ $\frac{3\times10^4\times12\times10^2}{2\times10^3}$ يساوي ① 18^3 ② $(18\times10)^3$ ③ 1.8×10^4

❽ 3.25×10^7 يكتب أيضاً:

① 325×10^6 ② 32.5×10^6 ③ 0.325×10^6

❾ $\cdots=\frac{3^2\times3^5}{3^4}$ يساوي ① $\frac{1}{2}\times3^5$ ② 3^3 ③ 3^6

❿ مساحة مربع تساوي $35\ m^2$، طول ضلعه بالأمتار مقرباً إلى أقرب جزء من مئة يساوي:

① 5.91 ② 5.92 ③ 17.50

2 قلْ إنْ كنت موافقاً أو غير موافق على كلٍ من التأكيدات التالية. علل إجابتك.

❶ تقسيم عدد على مليون يؤول إلى ضربه بالعدد 10^6. ✗ لأنه عند القسمة على مليون نقسم على 10^6 إي نضرب بـ 10^{-6}	❻ -7^{-2} هو -7^2. ✓ لأن مقلوب -7^2 هو $-7^{-2}=-\frac{1}{7^2}=\frac{1}{-7^2}$
❷ يتألف العدد 21.75×10^{14} من 12 رقماً.	❼ نصف $2^{2\ 002}$ هو $2^{1\ 001}$.

✗ بل 16 رقماً لأن $21.75\times10^{14} = 2175000\,000\,000\,000$	✗ لأن نصف $2^{2\,002}$ هو $\frac{2^{2\,002}}{2} = \frac{2^{2\,002}}{2^1} = 2^{2\,001}$
❸ $4\times10^5+7\times10^3$ يساوي 11×10^8. ✗ لأن $4\times10^5+7\times10^3 = 10^3(400+7)$ $= 407\times10^3$ $\neq 11\times10^8$	❽ $2+2^{-1}$ يساوي 2^0. ✗ لأن $2+2^{-1} = 2+\frac{1}{2} = \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2} \neq 2^0$
❹ تقدير للعدد $78\,000\,000$ هو 8×10^6. ✓ لأن $78\,000\,000 = 7.8\times10^6$ $\approx 8\times10^6$	❾ مكعب $2x$ هو $2x^3$. ✗ لأن مكعب $2x$ هو $(2x)^3 = 8x^3$
❺ $33+3\times5^2$ يساوي $2^3\times3^3$. ✗ لأن $33+3\times5^2 = 3(11+25)$ $= 3\times36$ $= 3^3\times2^2$	❿ $-(-5)^3$ عددٌ سالب. ✗ لأن $-(-5)^3 = -(-5)(-5)(-5)$ عدد الإشارات زوجي فهو موجب

3 من الأرقام إلى الحروف

مثال: 10^2 يكتب **مئة**. على غرار المثال السابق، عبِّر كتابةً عن كلٍ من الأعداد التالية:

.1 ① 10^7 ② 10^3 ③ 10^0

.2 ① 10^{-4} ② 10^{-2} ③ 10^{-8}

.3 ① 5×10^6 ② 2×10^8 ③ 3×10^{-9}

الحل

.1 ① عشر ملايين ② الف ③ واحد

.2 ① جزء من عشرة الاف ② جزء من مئة ③ جزء من مئة مليون

.3 ① خمسة ملايين ② مئتا مليون ③ ثلاثة أجزاء من مليار

4 أعداد كبيرة

مثال: 370 000 000 يكتب، على سبيل المثال، $37 \times 10\ 000\ 000$، أي 37×10^{7}

على غرار المثال السابق، عبِّر عن كلٍ من الأعداد التالية بصيغتين أخريين:

.1 ① 120 000 ② 574 000 000 ③ 9 000 000 000

.2 ① 5×10^{6} ② 15×10^{10} ③ 3.4×10^{8}

الحل

.1 ① $12 \times 10^{4} = 12 \times 10000$ ② $574 \times 10^{6} = 574 \times 1000000$

③ $9 \times 10^{9} = 9 \times 1000000000$

.2 ① $5 \times 1000000 = 5000000$ ② $150000000000 = 15 \times 10000000000$

③ $3.4 \times 100000000 = 340000000$

5 يحتوي جسم الإنسان على:

- 3 ملايين شعرة في رأسه بدءاً من ولادته حتى مماته.
- 14 مليار خلية عصبية عائشة في دماغه.
- 4 ملايين سنتيمتر مربع من الأمعاء للقيام بمهمة تغذيته.
- بحدود 3 مليارات نبضة قلبية تسمح له بالحياة.

اكتب كلاً من الأعداد السابقة بصيغةٍ تظهر فيها قوةٌ للعدد 10.

الحل

- 3×10^{6}
- 14×10^{9}
- 4×10^{6}
- 3×10^{9}

6 أعداد صغيرة

مثال: يُكتب العدد 0.000 84، على سبيل المثال، بالشكل $84 \times 0.000\ 01$، أو 84×10^{-5}

على غرار المثال السابق، عبِّر عن كلٍ من الأعداد التالية بصيغتين أخريين:

.1 ① 0.19 ② 0.005 37 ③ 0.034

.2 ① 3×10^{-9} ② 2.5×10^{-5} ③ 128×10^{-6}

2

الحل

.1 ① $0.19 = 19 \times 0.01 == 19 \times 10^{-2}$

② $0.005\ 37 = 537 \times 0.00001 = 537 \times 10^{-5}$

③ $0.034 = 34 \times 0.001 = 34 \times 10^{-3}$

7 يقدِّر العلماء الفيزيائيون عمر الكون بحدود 15 مليار سنة.

باستعمال آلتك الحاسبة، احسب العمر المقدر للكون بالثواني.

الحل

$$15000\,000\,000 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 = 473040000000000000$$

8 احسب ناتج كلٍ من $A = (-6 \times 3)^2$ و $B = -6 \times 3^2$

الحل

$$A = (-6 \times 3)^2 = (-18)^2 = (18)^2 = 324$$

$$B = -6 \times 3^2 = -6 \times 9 = -54$$

9 انسخ وأكمل كل مساواة فيما يلي:

① $121.85 \times 10^{\cdots} = 12\ 785$

② $46.147 \times 10^{\cdots} = 46\ 147$

③ $0.04 \times 10^{\cdots} = 4\ 000$

④ $10^{\cdots} \times 0.027 = 2.7$

⑤ $10^{3} \times \cdots = 6\ 000$

⑥ $10^{-2} \times \cdots = 3.14$

⑦ $10^{4} \times \cdots = 17.5$

⑧ $10^{-1} \times \cdots = 47.68$

الحل

① $121.85 \times 10^{2} = 12\ 785$

② $46.147 \times 10^{3} = 46\ 147$

③ $0.04 \times 10^{5} = 4\ 000$

④ $10^{2} \times 0.027 = 2.7$

⑤ $10^{3} \times 6 = 6\ 000$

⑥ $10^{-2} \times 314 = 3.14$

⑦ $10^{4} \times 0.00175 = 17.5$

⑧ $10^{-1} \times 476.8 = 47.68$

10 اكتب كل ناتج بالصيغة 10^p.

① $10^{17} \times 10$ ② 10×10^{-3} ③ $10^{-8} \times 10^{8} \times 10^{-5}$

④ $\frac{10^2}{10^{-4}}$ ⑤ $\left(10^{-2}\right)^4$ ⑥ $\frac{1}{10^4} \times 10^{-7}$

الحل

① 10^{18} ② 10^{-2} ③ 10^{-5}

④ 10^{6} ⑤ 10^{-8} ⑥ 10^{-11}

11 انسخ ثم أكمل كل مساواةٍ آتية:

① $10^5 \times 10^{\cdots} = 10^9$ ② $10^7 \times 10^{\cdots} = 10^3$

③ $10^{-3} \times 10^{\cdots} = 10^6$ ④ $10^{\cdots} \times 10^{-5} = 10^{-12}$

الحل

① $10^5 \times 10^{4} = 10^9$ ② $10^7 \times 10^{-4} = 10^3$

③ $10^{-3} \times 10^{9} = 10^6$ ④ $10^{-7} \times 10^{-5} = 10^{-12}$

12 انسخ ثم أكمل كل مساواةٍ آتية:

① $\frac{10^3}{10^{\cdots}} = 10^3$ ② $\frac{10^{\cdots}}{10^4} = 10^2$ ③ $\frac{10^3}{10^{\cdots}} = 10^{-2}$ ④ $\frac{10^{\cdots}}{10^5} = 10^{-9}$

الحل

① $\frac{10^3}{10^0} = 10^3$ ② $\frac{10^6}{10^4} = 10^2$ ③ $\frac{10^3}{10^5} = 10^{-2}$ ④ $\frac{10^{-4}}{10^5} = 10^{-9}$

13 اكتب كل ناتج مما يلي بصيغة قوة واحدة للعدد 10.

① $\frac{10^3 \times 10^{-6}}{10^4}$ ② $\frac{10^{-5} \times 10^2}{10^{-7}}$ ③ $\frac{10^3 \times 10^{-9}}{10^2 \times 10^{-4}}$

الحل

① 10^{-7} ② 10^{4} ③ 10^{-4}

14 احسب $C = 4x^2 - 5x + 2.7$ عند $x = -3$.

الحل

$$C = 4x^2 - 5x + 2.7$$
$$= 4(-3)^2 - 5(-3) + 2.7$$
$$= 36 + 15 + 2.7$$
$$= 53.7$$

15 **1.** اكتب $5\ 831 \times 10^7$ بالصيغة $a \times 10^{11}$.

2. أوجد الصيغة المعيارية للعدد 0.061×10^{-17}.

الحل

1. $5\ 831 \times 10^7 = 0.5\ 831 \times 10^{11}$

2. $0.061 \times 10^{-17} = 6.1 \times 10^{-19}$.

16 اكتب كلاً من الأعداد الآتية بالصيغة المعيارية:

① $3\ 400 \times 10^{-5}$ ② $3 \times 10^6 \times 6 \times 10^{-4}$

③ $21.5 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^4$ ④ $9.2 \times 10^{-1} \times 4.3 \times 10^{-5}$

الحل

① $3\ .4 \times 10^{-2}$ ② $3 \times 10^6 \times 6 \times 10^{-4} = 1.8 \times 10^3$

17 احسب ناتج كلٍ من العددين التاليين واكتبه بالصيغة $a \times 10^p$.

① $A = \dfrac{0.25 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-5}}$ ② $B = 5.7 \times 10^{-7} \times 1\ 200 \times 10^{-10}$

الحل

① $A = \dfrac{0.25 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-5}} = \dfrac{25 \times 10^4 \times 8}{5 \times 10^{-5}} = 4 \times 10^{10}$

18 احسب ناتج كل عدد واكتبه بالصيغة المعيارية.

① ① $12 \times 10^7 \times 15 \times 10^4$ ② $12 \times 10^7 + 15 \times 10^4$

② ① $8.3 \times 10^4 \times 135.2 \times 10^4$ ② $591 \times 10^8 + 2.8 \times 10^8 - 0.05 \times 10^{12}$

③ ① $\dfrac{45\times10^{6}}{9\times10^{3}}$ ② $\dfrac{18\times10^{4}\times5\times10^{-7}}{4\times10^{-3}\times0.9\times10^{10}}$

④ ① $\dfrac{49\times10^{-3}}{28\times10^{-5}}$ ② $49\times10^{-3}+28\times10^{-5}$

الحل

① ① $12\times10^{7}\times15\times10^{4}=180\times10^{11}=1.8\times10^{13}$

② ① $8.3\times10^{4}\times135.2\times10^{4}=1.12216\times10^{11}$

19 في كل حالة تالية، احسب ناتجي العددين ثم قارن بينهما:

① $(-2)^3$ ثم -2^3 ② $(-2)^4$ ثم -2^4

③ 3^2+3^2 ثم 3^4 ④ 5^2+5^2 ثم 10^2

الحل

① $(-2)^3=-8$ و $-2^3=-8$ الناتجان متساويان

② $(-2)^4=16$ و $-2^4=-16$ الناتجان غير متساويان

③ $3^2+3^2=9+9=18$ ثم $3^4=81$ الناتجان غير متساويان

20 احسب ناتج كلٍ مما يلي:

① $5\times2^2-3\times8$ ② $5\left(2^2-3\times8\right)$ ③ $5\times\left(2^2-3\right)\times8$ ④ $\left(5\times2^2-3\right)\times8$

الحل

① $5\times2^2-3\times8=20-24=-4$

② $5\left(2^2-3\times8\right)=5\left(-20\right)=-100$

21 احسب ناتج كلٍ مما يلي:

① $3\times4^2+5$ ② $(3\times4)^2+5$ ③ $3\times\left(4^2+5\right)$ ④ $\left(3\times(-4)^2\right)+5$

الحل

① $3\times4^2+5=53$

② $(3\times4)^2+5=149$

2

22 احسب ناتج كلٍ مما يلي:

① $3(5-7)^2+(2^3)^2$ ② $3\times5-7^2+(2^3)^2$ ③ $3\times(5-7+2^3)^2$

الحل

① $3(5-7)^2+(2^3)^2=12+64=76$

② $3\times5-7^2+(2^3)^2=15-49+64=30$

23 يقدَّر عمر الأرض بحوالي 454×10^7 سنة.

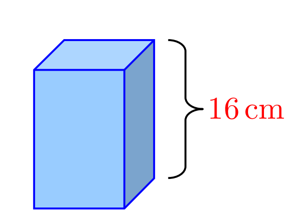
كم مليوناً من السنوات عمر الأرض ؟ اكتبه بالصيغة المعيارية

الحل

عمر الأرض هو 4540 مليون سنة

الصيغة المعيارية هي 4.54×10^9

24 متوازي مستطيلات قائم، قاعدته مربع.



ارتفاعه يساوي 16 cm وحجمه يساوي $1\ 550\ \text{cm}^3$.

احسب القيمة التقريبية لطول ضلع قاعدة الشكل لأقرب جزء من مئة.

الحل

مساحة القاعدة $1\ 550\div16=96.875$

طول ضلع قاعدة الشكل 9.8425

القيمة التقريبية لطول ضلع قاعدة الشكل لأقرب جزء من مئة هي 9.84



25 عمليات على قوى العدد 10

لحساب $10^n \times 10^m$ نجمع الأسس، أي $10^n \times 10^m = 10^{n+m}$.

مثال: $10^3 \times 10^2 = 10^{3+2} = 10^5$

لحساب $10^n \div 10^m$ نطرح الأسس، أي $10^n \div 10^m = 10^{n-m}$.

مثال: $10^5 \div 10^2 = 10^{5-2} = 10^3$

لحساب $\left(10^n\right)^m$ نضرب الأسس، أي $\left(10^n\right)^m = 10^{n\times m}$.

مثال: $\left(10^4\right)^2 = 10^{4\times 2} = 10^8$

احسب ناتج كلٍ مما يلي ثم اكتبه بالشكل 10^n

① $10^{15} \times 10^{-1} \times 10^3$ ② $\left(10^2\right)^4 \times 10^{-3}$ ③ $\dfrac{10^3}{10^2 \times 10^{-7}}$ ④ $\dfrac{\left(10^3\right)^2}{\left(10^{-1}\right)^4}$

الحل

① $10^{15} \times 10^{-1} \times 10^3 = 10^{17}$ ② $\left(10^2\right)^4 \times 10^{-3} = 10^5$

③ $\dfrac{10^3}{10^2 \times 10^{-7}} = 10^{-8}$ ④ $\dfrac{\left(10^3\right)^2}{\left(10^{-1}\right)^4} = 10^{10}$

26 تغيير كتابة عدد

مثال: لكتابة 189×10^7 بالصيغة $a \times 10^8$، نتصرف كالآتي:

$$189 \times 10^7 = \frac{189}{10} \times 10^7 \times 10 = 18.9 \times 10^8$$

تصرف بطريقة مماثلة لما ورد في المثال السابق.

1. اكتب 489×10^7 بالصيغة $a \times 10^5$.

2. اكتب 67×10^4 بالصيغة $b \times 10^7$.

3. اكتب 128×10^{-5} بالصيغة 1.28×10^n.

الحل

$$\frac{489}{100}\times 10^{7}\times 100 = 4.89\times 10^{9}$$

1. $489\times 100\times \frac{10^{7}}{100} = 48900\times 10^{5}$

2. $\frac{67}{1000}\times 10^{4}\times 1000 = 0.067\times 10^{7}$

3. $128\times 10^{-5} = 1.28\times 10^{-3}$ بالصيغة 1.28×10^{n}.

27 الكتابة بالصيغة المعيارية

مثال: $45\times 10^{8} = 4.5\times 10\times 10^{8} = 4.5\times 10^{9}$

كتبنا 45 بالصيغة $a\times 10^{n}$، حيث a عدد صحيح مغاير للصفر ذو منزلة واحدة.

تصرف بطريقة مماثلة لما ورد في المثال السابق لكتابة كلٍ من الأعداد الآتية بالصيغة المعيارية:

① 347 ② $0.004\ 7$ ③ 68.5

④ 936×10^{4} ⑤ 0.024×10^{-2} ⑥ 53.18×10^{-3}

الحل

① $347 = 3.47\times 100 = 3.47\times 10^{2}$

④ $936\times 10^{4} = 9.36\times 100\times 10^{4} = 9.36\times 10^{6}$

28 جمع وطرح قوى العدد 10

لجمع أو طرح عددين بالصيغة $a\times 10^{p}$ و $b\times 10^{q}$، نكتبهما بقوتين متساويتين للعدد 10.

مثال:

$$2\times 10^{3} + 4\times 10^{4} = \frac{2}{10}\times 10\times 10^{3} + 4\times 10^{4} = 0.2\times 10^{4} + 4\times 10^{4}$$
$$= (0.2+4)\times 10^{4} = 4.2\times 10^{4}$$

1. انسخ وأكمل:

$$2\times 10^{5} + 3\times 10^{8} = \cdots\times 10^{8} + 3\times 10^{8} = (\cdots + 3)\times 10^{8} = \cdots\times 10^{8}$$

2. اكتب كلاً من الأعداد الآتية بالصيغة $a\times 10^{p}$:

① $4\times 10^{22} - 3\times 10^{18}$ ② $5\times 10^{-3} + 6\times 10^{-5}$

③ $10^{17} - 2\times 10^{15} + 3\times 10^{13} - 4\times 10^{11}$

الحل

.1 $2\times10^5+3\times10^8=0.002\times10^8+3\times10^8=(0.002+3)\times10^8=3.002\times10^8$

.2 اكتب كلاً من الأعداد الآتية بالصيغة $a\times10^p$:

① $4\times10^{22}-3\times10^{18}=(4+0.0003)10^{22}=4.0003\times10^{22}$

29 تعلم الكتابة

اقرأ نص السؤال، ثم اقرأ حل الطالب. بعد ذلك، أجب عن السؤال آخذاً بالاعتبار مُجمل الملاحظات حول حل الطالب.

النص :

$$A=\frac{5\times10^{-3}\times12\times10^4}{3\times10^5} \quad \text{و} \quad B=\left(\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{5}$$

.1 احسب العدد A واعطِه الصيغة المعيارية.

.2 اكتب B بصيغة كسر.

حل الطالب:

.1 $A=\frac{0.005\times120000}{300000}=0.002$

ملاحظات المصحح:

① عند كتابة $\frac{0.005\times120000}{300000}$ لم تستعمل قواعد العمليات على قوى العدد.

② الصيغة 0.002 ليست معيارية.

$B=-\frac{99}{80}$ عليك أن تنجز الحل بالتفصيل.



30 تحويلات

استعمل قوى العدد 10 لإنجاز التحويلات الآتية:

.1 ① $1\text{ mm}=\cdots\text{m}$ ② $1\text{ km}=\cdots\text{m}$

(m : متر ؛ mm : ميليمتر ؛ km : كيلومتر)

.2 ① $1000\text{ t}=\cdots\text{dcg}$ ② $1\text{ mg}=\cdots\text{kg}$

(t : طن ؛ dcg : ديكاغرام ؛ mg : ميليغرام ؛ kg : كيلوغرام)

.3 ① $10\ \text{m}^2 = \cdots \text{km}^2$ ② $1\ \text{mm}^2 = \cdots \text{m}^2$

③ $10\ \text{cm}^2 = \cdots \text{dm}^2$ ④ $1000\ \text{mm}^2 = \cdots \text{cm}^2$

.4 ① $462\ \text{km}^3 = \cdots \text{m}^3$ ② $23.7\ \text{dm}^3 = \cdots \text{L}$

الحل

.1 ① $1\ \text{mm} = 10^{-3}\text{m}$ ② $1\ \text{km} = 10^3\text{m}$

.2 ① $1000\ \text{t} = 10^5\ \text{dcg}$ ② $1\ \text{mg} = 10^{-9}\ \text{kg}$

.3 ① $10\ \text{m}^2 = 10^{-5}\text{km}^2$ ② $1\ \text{mm}^2 = 10^{-6}\ \text{m}^2$

③ $10\ \text{cm}^2 = 10^{-1}\ \text{dm}^2$ ④ $1000\ \text{mm}^2 = 10^1\ \text{cm}^2$

.4 ① $462\ \text{km}^3 = 462 \times 10^9\ \text{m}^3$ ② $23.7\ \text{dm}^3 = 2.37 \times 10\,\text{L}$

31 تبسيط الكتابة

يرمز x إلى عددٍ غير معدوم. اكتب كلاً من الأعداد الآتية، في كل حالة، بأبسط ما يمكن:

.1 ① $x^3 \times x^4$ ② $x^2 \times x^{-3}$ ③ $x^{-2} \times x^{-3}$

.2 ① $\dfrac{x^5}{x^3}$ ② $\dfrac{x^2}{x^5}$ ③ $\dfrac{x^{-3}}{x^4}$

.3 ① $\left(x^5\right)^2$ ② $\left(-5x\right)^2$ ③ $\left(3x^2\right)^3$

الحل

.1 ① $x^3 \times x^4 = x^7$ ② $x^2 \times x^{-3} = x^{-1}$ ③ $x^{-2} \times x^{-3} = x^{-5}$

.2 ① $\dfrac{x^5}{x^3} = x^2$ ② $\dfrac{x^2}{x^5} = x^{-3}$ ③ $\dfrac{x^{-3}}{x^4} = x^{-7}$

.3 ① $\left(x^5\right)^2 = x^{10}$ ② $\left(-5x\right)^2 = 25x^2$ ③ $\left(3x^2\right)^3 = 27x^6$

32 مساحة وحجم

.1 كم يبلغ طول ضلع مربع مساحته $15^{10}\ \text{cm}^2$ ؟

.2 كم يبلغ طول حرف مكعب حجمه $7^{15}\ \text{cm}^3$ ؟

.3 كم يبلغ مجموع أطوال أحرف مكعب حجمه $12^{21}\ \text{cm}^3$ ؟

الحل

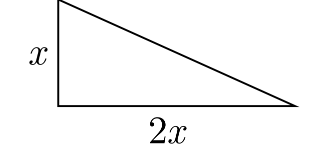
.1 15^5 cm **.2** 7^5 cm **.3** $12 \times 12^7 = 12^8$ cm

33 مساحة ومعادلة

ليكن ABC مثلثاً قائم الزاوية في A، عُلِمَ أنَّ $AC = 2AB$. نرمز بالرمز x إلى طول الضلع $[AB]$ بالسنتيمترات.

.1 احسب، بدلالة x، مساحة المثلث ABC.

.2 عند أية قيمة للرمز x تكون مساحة المثلث $64\ \text{cm}^2$ ؟



الحل

.1 مساحة المثلث ABC هي x^2

.2 عند $x = 8$

34 أجهزة دقيقة.

- ميزان إلكتروني، يزِن بدقة 0.000 000 01 غرام.
- ساعة حائط إلكترونية، ارتيابها السنوي 0.000 000 000 6.

اكتب كلاً من العددين السابقين مع قوةٍ للعدد 10.

الحل

- 10^{-8}
- 6×10^{-10}.

35 انسخ وأكمل كل مساواة فيما يلي:

① $5 \times 10^{\cdots} = 0.000\ 5$ ② $37.6 \times 10^{\cdots} = 0.376$

③ $1\ 492.7 \times 10^{\cdots} = 1.492$ ④ $0.031 \times 10^{\cdots} = 0.003\ 1$

الحل

① $5 \times 10^{-4} = 0.000\ 5$ ② $37.6 \times 10^{-2} = 0.376$

③ $1\ 492.7 \times 10^{-3} = 1.492$ ④ $0.031 \times 10^{-1} = 0.003\ 1$

36 كتلة قنبلة هيدروجينية هي بحدود 1.66×10^{-12} kg.

باستعمال آلتك الحاسبة، احسب قيمةً تقريبية لعدد القنابل في غرامٍ واحد من الهيدروجين.

الحل

كتلة قنبلة هيدروجينية بالغرام $1.66\times10^{-12}\ \text{kg}=1.66\times10^{-9}\ \text{g}$

عدد القنابل في غرامٍ واحد من الهيدروجين هو $1\div1.66\times10^{-9}\approx602$

37 **1.** اكتب 0.057×10^{-5} بالصيغة $a\times10^{7}$.

2. أوجد الصيغة المعيارية للعدد $2\ 532\times10^{20}$.

الحل

1. $0.057\times10^{-5}=0.000000000000057\times10^{7}$.

2. $2\ 532\times10^{20}=2.532\times10^{23}$.

38 في الفضاء:

يقطع الصوت متراً واحداً بحدود 3×10^{-3} ثانية. وينفذ حاسبٌ عمليةً واحدة بحدود 3×10^{-9} ثانية.

1. اكتب كلاً من الزمنين السابقين بالصيغة العَشْرية.

2. عبِّر عن كلٍ من الزمنين السابقين كتابةً.

الحل

1. $3\times10^{-3}=0.003\ ,\ 3\times10^{-9}=0.000000003$

2. 3×10^{-3} ثلاثة أجزاء من الف

3×10^{-9} ثلاثة أجزاء من مليار

39 استعمل آلتك الحاسبة لحساب ناتج العملية وكتابته بالصيغة $a\times10^{p}$:

① ① $3.2\times10^{15}+571\times10^{13}$ ② $3.2\times10^{15}\times571\times10^{13}$

② ① $934\times10^{-17}-6.34\times10^{-15}$ ② $0.015\ 2\times10^{-8}\div\left(8\times10^{-3}\right)$

الحل

① ① $3.2\times10^{15}+571\times10^{13}=(320+571)10^{13}=891\times10^{13}$

② $3.2\times10^{15}\times571\times10^{13}=1827.2\times10^{28}$



1. نظير المجموع ونظير الفرق.
2. حذف الأقواس.
3. اختزال عبارة رمزية.
4. نشر $(a+b)(c+d)$.
5. اختبار مساواة رمزية.



انطلاقة نشطة

3

معنى الكلمات:

- الحساب الرمزي يعني أن نعمل مع العبارات التي تحوي الحروف $x, y, a, b, \ldots$
- كل حرف من تلك الحروف يرمز إلى عدد (أسميناه رمزاً)

في كلٍ مما يلي، هناك واحدة فقط من الإجابات ① و ② و ③ صحيحة مقترحة، أشر إليها:

① في حالة $x = 3$، قيمة العبارة $5x - 1$ تساوي

① 7 ② 10 ③ **14**

② في حالة $x = 5$، قيمة العبارة $-3x + 7$ تساوي

① **$2(x-9)$** ② $2x - 9$ ③ $2(9-x)$

③ جُمِعَ العدد 2 مع جداء ضرب x بالعدد 4 فكان الناتج

① $(2+4)x$ ② $2(4+x)$ ③ **$2+4x$**

④ ضُرِبَ العدد 2 بمجموع العددين x و 4 فكان الناتج

① $(2+4)x$ ② **$2(4+x)$** ③ $2+4x$

⑤ يعطى محيط المستطيل المرسوم جانباً بالصيغة

① $2x+9$ ② **$2(x+9)$** ③ $2 \times 9 + x$

⑥ تُعطى مساحة سطح هذا المستطيل بالصيغة .

① $x+9$ ② $2 \times 9 \times x$ ③ **$9x$**

x cm

9 cm

⑦ يرمز x إلى عدد. الصيغة المختزلة للعبارة $5x + x$ هي

① $5x$ ② **$6x$** ③ $5x^2$

⑧ يرمز a إلى عدد. الصيغة المختزلة للعبارة $5a - a$ هي ....

① 5 ② $5 - 2a$ ③ **$4a$**

⑨ يرمز z إلى عدد. بعد نشر الجداء $7(z+2)$ نحصل على ....

① $7z+2$ ② **$7z+14$** ③ $z+14$

نظير المجموع ونظير الفرق.

اهداف الدرس:

1) يجد نظير المجموع $a+b$

2) يجد نظير الفرق $a-b$

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصة واحدة.

المرتكزات المعرفية:

يمكن تذكير الطالب بكيفية إيجاد معكوس عدد عادي .

عرض الدرس:

يأتي هذا النشاط ليمكن الطالب من التعامل مع النظير في جميع حالات إيجاد نظير مجموع أو طرح حدين.

نشاط « التخمين وإيجاد النظير »

1. انسخ وأكمل الجدول التالي:

a	b	$a+b$	$a-b$	$-(a+b)$	$-(a-b)$	$-a-b$	$-a+b$
2	1	3	1	-3	-1	-3	-1
-1	-2	-3	1	3	-1	3	-1
-5	3	-2	-8	2	8	2	8
-2	8	6	-10	-6	10	-6	10

2. ما نظير $a+b$ ؟ وما نظير $a-b$ ؟

الحل:

نظير $a+b$ هو $-a-b$

نظير $a-b$ هو $-a+b$

3. ارسم كلاً من الأشكال التالية، ووضِعْ على المستقيم الموجه، مستعيناً بالفرجار:

$a+b$ و $-a$ و $-b$ و $-(a+b)$ و $-a-b$

① a و b موجبان:

$-(a+b)$

$-a-b$ $\quad -b$ $\quad -a$ $\quad O$ $\quad a$ $\quad b$

بعد الانتهاء من النشاط يكون الطالب قادرا على فهم امثلة التعلم حيث النشاط يمكن الطالب من فهم محتويات الدرس .

ومن ثم نطلب من الطلاب حل تحقق من فهمك على غرار الأمثلة المحلولة.

تحقق من فهمك

① اكتب كلاً من العبارات التالية دون أقواس:

① $-(x+2)$ ② $-(5+2a)$ ③ $-(3+x)$

④ $-(5-x)$ ⑤ $-(7-2y)$ ⑥ $-(-6-4x)$

الحل:

① $-x-2$ ② $-5-2a$ ③ $-3+x$

④ $-5+x$ ⑤ $-7+2y$ ⑥ $6+4x$

② إذا كان $A=a-b-c$ و $B=-a+b+c$

1. احسب A و B في حالة: $a=-3$ و $b=-4$ و $c=9$

2. ماذا تستنتج من السؤال 1 ؟

3. اختر قيمة للرمز a وقيمةً للرمز b وقيمةً للرمز c، هل النتيجة السابقة مؤكدة ؟

الحل:

1. $A=-3+4-9=-8$ و $B=+3-4+9=8$

2. نستنتج من السؤال 1 أن A نظير B

3. $A=-4+4-9=-9$ و $B=+4-4+9=9$

نعم النتيجة السابقة مؤكدة في هذه الحالة

تدرب

① اكتب نظير كل عبارة:

① $5+a$ ② $7+3x$ ③ $4a+9$ ④ x^2+2x+4

الحل:

① $-5-a$ ② $-7-3x$ ③ $-4a-9$ ④ $-x^2-2x-4$

② $A=13+29-74+56$ و $B=-13-29+74-56$

1. احسب قيمة A.

3

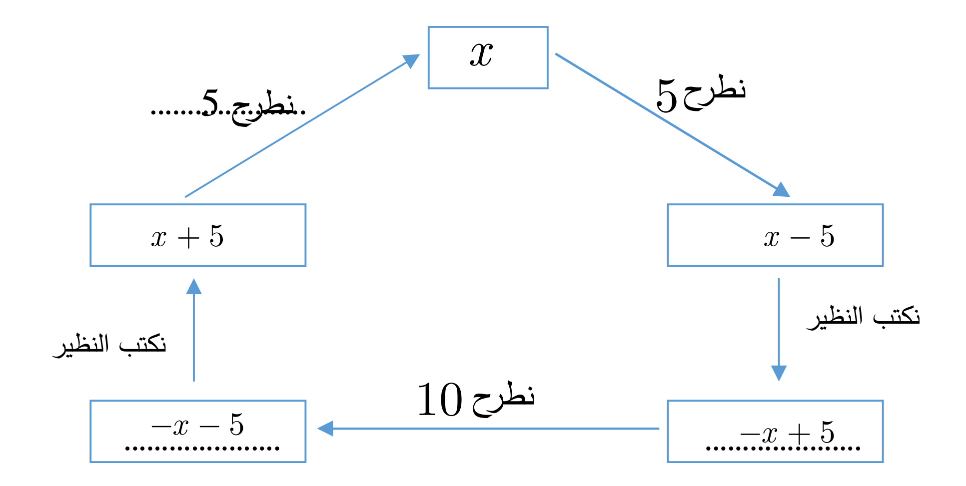
2. احسب قيمة B دون إجراء عمليات الحساب شارحاً ما قمت به.

الحل:

1. $A = 24$

2 $B = -24$ لان B معكوس العدد A

③ انسخ وأكمل المخطط التالي بوضع العبارة المناسبة في كل مستطيل وملء الفراغات في كل انتقال:



حول الدرس القادم:

اطلب من طلابك تكملة تدرب وظيفة وتحضير النشاط القادم.

حذف الأقواس.

اهداف الدرس:

1) يبسط عبارة تحوي أقواس

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصة واحدة.

المرتكزات المعرفية:

يمكن تذكير الطالب بقواعد ضرب الإشارات وكذلك بقواعد النشر وأيضاً نظير المجموع $a+b$ ونظير الفرق $a-b$.

عرض الدرس:

يأتي هذا النشاط ليوضح أهمية الاقواس عند التعبير عن المسائل وكذلك ليوضح الحاجة لحذف الاقواس من أجل حساب النواتج.

نشاط « بيان معنى حذف الأقواس »

.1 **موقف أول:** لدى ماهر 1250 ليرة سورية. ليربح مبلغاً إضافياً ساعد والدته في أعمال المطبخ، فكافأته أمه بمبلغ 350 ليرة سورية. اشترى ماهر مما معه كتاباً بمبلغ 225 ليرة سورية.

موقف ثان: لدى سلمى 1250 ليرة سورية. اشترت مما معها هديةً لصديقتها بمبلغ 350 ليرة سورية وكتاباً بمبلغ 225 ليرة سورية.

1. اثنتان فقط من العبارات التالية تسمحان بحساب رصيد ماهر. أشِرْ إليهما.

① $1250+350-225$ ② $1250-350+225$

③ $1250-350-225$ ④ $1250+(350-225)$

2. اكتب عبارتين مختلفتين تسمح كلٌ منهما بحساب رصيد سلمى.

الحل:

① $1250-350-225$ ② $1250-(350+225)$

3. احسب الرصيد الجديد لكلٍ من ماهر وسلمى.

الحل:

الرصيد الجديد لماهر $1250+(350-225)=1250+125=1375$

الرصيد الجديد لسلمى $1250-(350+225)=1250-575=675$

.2 ترمز a و b و c إلى ثلاثة أعداد.

1. اكتب $a+(b+c)$ بدون أقواس.

2. اكتب $a+(b-c)$ بدون أقواس مستخدماً $b-c=b+(-c)$.

3. اكتب $a-(b+c)$ و $a-(b-c)$ بدون أقواس مستخدماً نظير المجموع ونظير الفرق.

الحل:

1. $a+b+c$

2. $a+(b-c)=a+b+(-c)$

3. $a-b-c$ و $a-b+c$

بعد الانتهاء من النشاط يكون الطالب قادرا حذف الاقواس بحالة الاقواس مسبوقة باشارة + أو − وعلى فهم امثلة التعلم حيث النشاط يمكن الطالب من فهم محتويات الدرس . ومن ثم نطلب من الطلاب حل تحقق من فهمك على غرار الأمثلة المحلولة.

تحقق من فهمك

① اكتب كل عبارة دون أقواس ثم احسب الناتج:

① $-\frac{1}{2}+\left(-\frac{9}{2}-2\right)+\frac{3}{4}$ ② $-\frac{5}{3}-\left(1+\frac{4}{3}+4\right)$

الحل:

① $-\frac{1}{2}+\left(-\frac{9}{2}-2\right)+\frac{3}{4}=-\frac{1}{2}-\frac{9}{2}-2+\frac{3}{4}=-7+\frac{3}{4}=-\frac{25}{4}$

② $-\frac{5}{3}-\left(1+\frac{4}{3}+4\right)=-\frac{5}{3}-1-\frac{4}{3}-4=-3-5=-8$

② لدينا العبارة $A=5x-(x^2+1-x)$

① اكتب A دون أقواس.

② اختبر المساواة التي حصلت عليها بوضع $x=1$.

الحل:

① $A = 5x - \left(x^2 + 1 - x\right) = 5x - x^2 - 1 + x = -x^2 + 6x - 1$

② نلاحظ صحة العلاقة

تدرب

① اكتب كل عبارة دون أقواس ثم احسب الناتج:

① $(5 - 7 + 4) - (2 - 3 + 4)$

② $(0.3 - 6) + (5 - 2.1) - (2.9 - 7)$

③ $(340 - 534) - (66 - 600)$

④ $(2\ 872 + 324) - (-128 + 324)$

⑤ $\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) + \frac{1}{2}$

⑥ $-\left(\frac{3}{4} - \frac{4}{5}\right) + \frac{1}{5}$

الحل:

① $5 - 7 + 4 - 2 + 3 - 4 = -1$

② $0.3 - 6 + 5 - 2.1 - 2.9 + 7 = 1.3$

③ $340 - 534 - 66 + 600 = 340$

④ $2\ 872 + 324 - 128 - 324 = 2\ 744$

⑤ $\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{3}$

② **1.** أي من العبارات التالية هو ناتج $A = -(a - b) - (c - d)$ دون أقواس ؟

① $-a + b + c + d$ ② $-a - b - c - d$ ③ $-a - b + c - d$

2. تحقق من إجابتك بوضع $a = 3$ و $b = 5$ و $c = 2$ و $d = 4$

الحل:

1. ① $-a + b + c + d$

2. $-3 + 5 + 2 + 4 = 8\&\ A = -(a - b) - (c - d) = 8$

③ لدينا العبارة $B = -(2x + 5) + (x - 3)$

① اكتب B دون أقواس.

② اختبر المساواة التي حصلت عليها بوضع $x = 1$.

③ أجب عن السؤال السابق للعبارة: $C = (x - 1) - (7x + 3)$

3

الحل:

① $B = -(2x+5)+(x-3) = -2x-5+x-3$

②

$B = -(2+5)+(1-3) = -2-5+1-3$
$B = -7-2 = -7-2$
$B = -9 = -9$

③ نقوم بنفس الأسلوب تماماً

حول الدرس القادم:

اطلب من طلابك حل تدرب وظيفة بيتية وتحضير النشاط القادم.

3 اختزال عبارة رمزية.

اهداف الدرس:

2) يستعمل الحساب الرمزي للتعبير عن المسائل.

3) يختزل عبارة رمزية.

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصة واحدة.

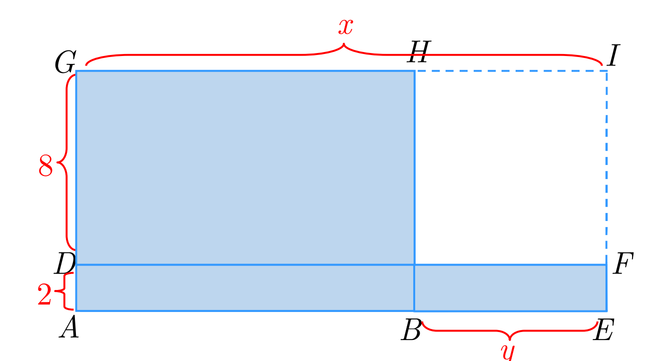
المرتكزات المعرفية:

يمكن تذكير الطالب بإيجاد ناتج عبارات عند إعطاء قيم للمتحول x .

عرض الدرس:

يعرض النشاط من خلال سؤالين الأول يوضح أهمية الحساب الرمزي واهمية كتابة الصياغة الرمزية بشكل دقيق والسؤال الثاني ليمرن الطالب على التعويض بقيم عددية.

نشاط « استخدام الحساب الرمزي »



في الشكل المرسوم، السطح الملون بالأزرق مكون من مستطيلات مختلفة. طلب مدرسٌ من تلاميذه أن يعبروا عن مساحة السطح الملون بدلالة x و y. فطُرحت أربع إجابات مختلفة:

① $8(x-y)+2x$ ② $10x-8y$

③ $2(x+y)+8x$ ④ $10(x-y)+2y$

1. أوجد، مستعيناً بالشكل، الإجابات الصحيحة من تلك التي عُرضت. تحقق بعدئذٍ بالحساب.

2. احسب مساحة السطح الملون: في حالة $x=33$ و $y=12$

الحل:

① $8(x-y)+2x$ ② $10x-8y$ ③ $2(x+y)+8x$ ④ $10(x-y)+2y$

2. مساحة السطح الملون: في حالة $x=33$ و $y=12$ هي $330-96=234$

بعد الانتهاء من النشاط يكون الطالب قادرا على فهم معنى عبارة رمزية وكيفية التعويض بالعبارات الرمزية واصبح قادرا على التعامل مع محتويات التعلم وامثلته لذلك نطلب من الطلاب قراءة تلك الأمثلة ثم ننتقل الى فقرة اكتساب معارف وهنا يكون دور المدرس ميسراً فيطلب من الطلاب قراءة المثال ويوضح المدرس الغامض منها.

ومن ثم نطلب من الطلاب حل تحقق من فهمك على غرار الأمثلة المحلولة



تحقق من فهمك

① اختزل كلاً من العبارات التالية:

① $\frac{2}{3}a\times(-6a)$ ② $5x^2-4x+7-3x^2-9x-11$

الحل:

① $\frac{2}{3}a\times(-6a)=-4a^2$ ② $5x^2-4x+7-3x^2-9x-11=2x^2-13x-4$

② لدينا العبارة $B=x(-x+3)-3(x^2+2x)$

1. أنشر ثم اختزل B.

2. احسب قيمة B في كلٍ من الحالات التالية: ① $x=-1$ ② $x=2$ ③ $x=-1.5$

الحل:

1. $B=x(-x+3)-3(x^2+2x)=-x^2+3x-3x^2-6x=-4x^2-3x$

2. ① $x=-1,\ \ B=-4x^2-3x=-4+3=-1$



تدرب

① اختزل كلاً من العبارات التالية:

① $2x \times 7$ ② $-5y \times (-2)$ ③ $4x \times (-5)$

④ $-5x \times 9a$ ⑤ $-2x + 3 - 9x - 4 + 3x$ ⑥ $5b \times (-2b)$

⑦ $\frac{3}{4}x \times 2x$ ⑧ $3x - 5 + 4x - 13 - 9x$ ⑨ $-3x \times x$

الحل:

① $14x$ ② $10y$ ③ $-20x$

④ $-45ax$ ⑤ $-8x - 1$ ⑥ $-10b^2$

⑦ $\frac{3}{2}x^2$ ⑧ $-18 - 2x$ ⑨ $-3x^2$

② احذف الأقواس ثم اختزل ناتج كل عبارة

① $25 - (2a - 3)$ ② $-(x - 8) + (6x - 1) - (7 - x)$

③ $-(a + 3b) + (b - 2a)$ ④ $(x^2 - 5x) + (2x^2 + 7x - 8)$

⑤ $(5 + x) - (7x - 5)$ ⑥ $(x^2 - 5x - 4) - (-4x^2 + 7x + 5)$

⑦ $3a - (-2a + 7)$ ⑧ $\left(\frac{3}{4}a^2 + \frac{2}{3}a - 4\right) - \left(\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{3}a + 3\right)$

الحل:

① $25 - 2a + 3 = 22 - 2a$

③ $-(a + 3b) + (b - 2a) = -a - 3b + b - 2a = -2b - 3a$

⑤ $(5 + x) - (7x - 5) = 5 + x - 7x + 5 = -6x + 10$

⑦ $3a - (-2a + 7) = 3a - 2a - 7 = a - 7$

③ ليكن $A = 4(2x - 1)$ و $B = 2(-3x + 4)$

1. أنشر A ثم B.

2. اختزل كلاً من $A + B$ و $A - B$.

الحل:

1. $A = 8x - 4$ و $B = -6x + 8$

2. اختزل كلاً من $A + B = 8x - 4 - 6x + 8 = 2x + 4$

و $A - B = 8x - 4 + 6x - 8 = 14x - 12$.

④ ليكن $Z = 3(5x - 1) - 4(-2x + 3)$

1. أنشر ثم اختزل Z.

2. احسب قيمة Z في كلٍ من الحالات التالية: ① $x = 0$ ② $x = -1$ ③ $x = \frac{15}{23}$

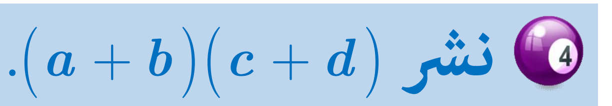
الحل:

1. $Z = 3(5x - 1) - 4(-2x + 3) = 15x - 3 - 8x - 12 = 15x - 15$

2. ①$x = 0, Z = 15x - 15 = -15$

حول الدرس القادم:

اطلب من طلابك حل تدرب وظيفة وتحضير النشاط القادم.



4 نشر $(a+b)(c+d)$.

اهداف الدرس:

1) ينشر الجداء $(a+b)(c+d)$ و $(a-b)(c+d)$ و $(a-b)(c-d)$

2) يوضح هندسيا معنى الجداء $(a+b)(c+d)$

3) ينشر الجداء $a-b(c+d)$

عدد الحصص المخصصة للدرس:

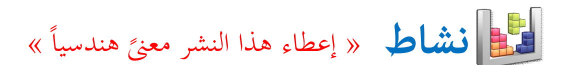
حصة واحدة.

المرتكزات المعرفية:

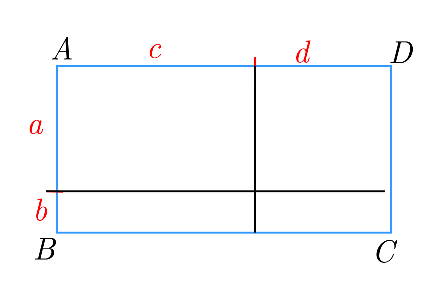
يمكن إعطاء الطالب تمارين من قبيل $3(x+2)$, $(-3)(2a+2)$, $(a+b)(-3)$, $2(c+d)$.

عرض الدرس:

لهذا النشاط مهمتان الأول توضيح المعنى الهندسي للنشر $(a+b)(c+d)$ والمهمة الثانية اثبات هذه الخاصة اعتمادا على مرتكزات معرفية تناولها الطالب في السابق



نشاط « إعطاء هذا النشر معنىً هندسياً »



.1 نشرٌ (هندسي)

تُكتب مساحة سطح المستطيل المرسوم جانباً بالعبارة:

$(a+b)(c+d)$

.1 اقسم هذا المستطيل إلى أربعة مستطيلات، ثم اكتب مساحته بصيغةٍ أخرى.

.2 انسخ وأكمل: $(a+b)(c+d)=\cdots\cdots+\cdots\cdots+\cdots\cdots+\cdots\cdots$

الحل:

.1 $s=ac+bc+ad+bd$

.2 $(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$

.2 إثبات

a و b و c و d و k ترمز إلى أعداد صحيحة.

1. انشر الجداء $(a+b)k$.

2. استخدم النشر السابق لشرح كيفية الحصول على المساواة التالية:

$$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d)$$

3. أكمل النشر واكتب $(a+b)(c+d)$ بشكل مجموع أربعة حدود.

الحل:

1. $(a+b)k = ak + bk$.

2. افترضنا $k = (c+d)$

3. $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$



① أنشر ثم اختزل كلاً من العبارتين $A = 3x - 2(3x-5)$ و $B = 1 - 4x - 5(7-3x)$

الحل:

$$A = 3x - 2(3x-5) = 3x - 6x + 10 = -3x + 10$$
$$B = 1 - 4x - 5(7-3x) = 1 - 4x - 35 + 15x = 1 - 29x$$

② أنشر ثم اختزل ناتج كل عبارة:

① $(x+5)(x-3)$ ② $(3x-7)(2+x)$

③ $(5x-1)(2x-3)$ ④ $(4x-2)(5x-3)$

الحل:

① $(x+5)(x-3) = x^2 + 5x - 3x - 15 = x^2 + 2x - 15$

② $(3x-7)(2+x) = 3x^2 - 7x + 6x - 14 = 3x^2 - x - 14$



① أنشر ثم اختزل ناتج كل عبارة:

① $A = (x+3)(x+2)$ ② $B = (2x+1)(x+4)$

① $C = (5x+6)(2x+3)$ ② $D = (7x+55)(8+9x)$

① $E = \left(x + \dfrac{1}{3}\right)(x+2)$ ② $F = \left(\dfrac{1}{2}x + 3\right)(x+2)$

الحل:

① $(x+3)(x+2) = x^2 + 2x + 3x - 6 = x^2 + 5x - 6$

② $(2x+1)(x+4) = 2x^2 + x + 4x + 4 = 2x^2 + 5x + 4$

② هي ذا خلاصة كتابة تلميذ لنشر العبارة $A=(x-6)(x+4)$:

$$A=(x-6)(x+4)=x^2 \not+ 24$$

1. رغم الشطب، ناتج النشر خاطئ. لماذا؟

2. أنشر ثم اختزل العبارة $A=(x-6)(3x+4)$.

الحل:

1. لأنه عند نشر الجداء نضرب كل حد من القوس الأول بكل حد من القوس الثاني

2. $A=(x-6)(3x+4)=3x^2+4x-18x-24=3x^2-14x-24$

③ أنشر ثم اختزل ناتج كل عبارة:

① $(-x+6)(2x-3)$ ② $(4x+1)(-4x-1)$

① $\left(\frac{1}{3}x-4\right)(x-3)$ ② $\left(\frac{x}{2}+6\right)(8x-4)$

الحل:

الحل يشابه حل السؤال الأول تماماً

تذكر: $(a+b)^2=(a+b)\times(a+b)$ و $(a-b)^2=(a-b)\times(a-b)$

④ انشر ثم اختزل ناتج كل عبارة مما يأتي:

① $A=(x+1)^2$ ② $(2x-3)^2$

③ $(1+3x)^2$ ④ $(4-3x)^2$

الحل:

① $A=(x+1)^2=(x+1)(x+1)=x^2+x+x+1=x^2+2x+1$

② $(2x-3)^2=(2x-3)(2x-3)=4x^2-6x-6x+9=4x^2-12x+9$

⑤ ليكن $A=3x(2x-5)(x+2)$

1. A هو جداء ضرب الحد $3x$ بالعبارة $(2x-5)(x+2)$.

① تحقق من أنَّ $(2x-5)(x+2)$ يكتب $2x^2-x-10$.

② انشر ثم اختزل ناتج $3x(2x^2-x-10)$.

2. A هو أيضاً جداء ضرب العبارتين $3x(2x-5)$ و $(x+2)$.

① أنشر $3x(2x-5)$.

3

② أكمل النشر واختزال A . (يجب الحصول على ناتج السؤال في الطلب الأول)

الحل:

.1 A هو جداء ضرب الحد $3x$ بالعبارة $(2x-5)(x+2)$.

① $(2x-5)(x+2) = 2x^2 - 5x + 4x - 10 = 2x^2 - x - 10$

② $3x(2x^2 - x - 10) = 6x^3 - 3x^2 - 30x$.

.2 A هو أيضاً جداء ضرب العبارتين $3x(2x-5)$ و $(x+2)$.

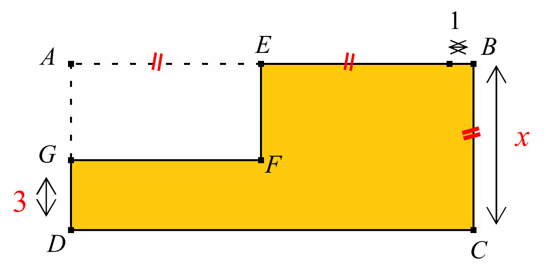
① $3x(2x-5) = 6x^2 - 15x$.

②

$$\begin{aligned}3x(x+2)(2x-5) &= (x+2)(6x^2-15x) \\ &= 6x^3 + 12x^2 - 15x^2 - 30x \\ &= 6x^3 - 3x^2 - 30x\end{aligned}$$

⑥ يرمز x إلى عددٍ أكبر من 3.

نرمز إلى مساحة السطح الملون بالرمز $\mathcal{A}$، ونعتزم التعبير عن $\mathcal{A}$ بدلالة x .



.1 ① اشرح لماذا مساحة المستطيل $ABCD$ تساوي $x(2x+1)$ ؟ ولماذا مساحة المستطيل $AEFG$ تساوي $x(x-3)$ ؟

② بعد نشر العبارتين السابقين، اكتب $\mathcal{A}$ بدلالة x .

.2 أثبت أنَّ يكتب أيضاً بالصيغة $\mathcal{A} = (x+1)(x-3) + 3(2x+1)$. أنشر ثم اختزل هذا العبارة.

الحل:

.1 ① لان مساحة المستطيل $ABCD$ تساوي جداء ضرب الطول بالعرض.

والعرض هنا هو x والطول هو $x + x + 1 = 2x + 1$

و مساحة المستطيل $AEFG$ تساوي جداء ضرب الطول بالعرض.

والعرض هنا هو $x - 3$ والطول هو x

②

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= x(2x+1)+x(x-3)\\ &= 2x^2+x+x^2-3x\\ &= 3x^2-2x\end{aligned}$$

.2

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= (x+1)(x-3)+3(2x+1)\\ &= 3x^2-2x\end{aligned}$$

3

حول الدرس القادم:

اطلب من طلابك تحضير النشاط الخامس

5 اختبار مساواة رمزية.

اهداف الدرس:

1) يحسب قيمة عبارة رمزية

2) يتحقق من صحة مساواة

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصتان.

المرتكزات المعرفية:

يمكن إعطاء الطالب تمارين من قبيل احسب قيمة العبارات عند $x = 2$

$(x+2)(x-2)$ ، $(-3+x)(2x+2)$ ، $(1+x)(-3)$ ، $2(5x+2)$.

عرض الدرس:

يوضح النشاط كيفية التحقق من صحة مساواة عند عدد معطى ويوضح عدم كفاية المثال لكي تكون المساواة عند كل عدد. ونلاحظ أن هذا النشاط يمكن الطالب من تعلم محتويات التعلم دون الحاجة لشرح المدرس لذلك نطلب من الطلاب قراءة تلك الأمثلة ثم ننتقل الى فقرة اكتساب معارف وهنا يكون دور المدرس ميسراً فهذه الفقرة تعتبر تثبيت لمعلومات الدرس ولا تحتاج للشرح.

ومن ثم نطلب من الطلاب حل تحقق من فهمك على غرار الأمثلة المحلولة.



① ليكن $Z = 3(5x-1) - 4(-2x+3)$

1. أنشر ثم اختزل Z.

2. احسب قيمة Z في كلٍ من الحالات التالية:

① $x = 0$ ② $x = -1$ ③ $x = \frac{15}{23}$

الحل:

1. $Z = 15x - 3 + 8x - 12 = 23x - 9$

2. احسب قيمة Z في كلٍ من الحالات التالية:

① $Z=-9$, $x=0$

② ليكن $B=x(-x+3)-3(x^2+2x)$

1. أنشر ثم اختزل B.

2. احسب قيمة B في كلٍ من الحالات التالية:

① $x=-1$ ② $x=2$ ③ $x=-1{,}5$

الحل: **1.** $B=-x^2+3x-3x^2-6x=-2x^2-3x$

2. احسب قيمة B في كلٍ من الحالات التالية:

① $x=-1,\ B=-2+3=1$



تدرب

① يرمز x إلى عددٍ موجب.

الشكل المرافق هو متوازي مستطيلات أُعطيت أبعاده الثلاثة بالسنتيمترات.

1. عبِّر بدلالة x عن مساحة كل سطح من سطوحه.

أنشر، ثم اختزل العبارات التي حصلت عليها.

2. عبِّر بدلالة x عن مساحة السطح الكلي للأوجه الستة لمستطيلات.

3. احسب هذه المساحة في حالة $x=5$.

الحل:

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= x(x+5)+x(x+5)+(x+3)(x+5)+(x+3)(x+5)+x(x+3)+x(x+3)\\ &= 2x(x+5)+2(x+3)(x+5)+2x(x+3)\\ &= 2x^2+10x+2x^2+6x+10x+30+2x^2+6x\\ &= 6x^2+32x+30\end{aligned}$$

$$\mathcal{A}=150+800+30=980$$

② نعتزمُ التحقق من المساواة $(x+3)(x+4)=x^2+7x+12$.

1. أنجزَ حسان هذه المهمة كما يلي:

• حسبَ $(x+3)(x+4)$ عند $x=1$، فوجد:

$(x+3)(x+4)=(1+3)(1+4)=4\times5=20$.

• حسبَ $x^2+7x+12$ عند $x=1$ ، فوجد

$x^2+7x+12=1^2+7\times 1+12=1+7+12=20$.

• كتب حسان: نستنتج أنَّ المساواة صحيحة.

هل أفلح حسان في المهمة ؟ علّقْ على إنجازه.

2. أنجزَ وضاح هذه المهمة كما يلي:

$$(x+3)(x+4)=x(x+4)+3(x+4)=x\times x+x\times 4+3\times x+3\times 4$$
$$=x^2+4x+3x+12=x^2+(4+3)x+12=x^2+7x+12$$

هل أفلح وضاح في المهمة ؟

3. أنجزت لينا هذه المهمة كما يلي:

$$(x+3)\,(x+4)=x\times x+x\times 4+3\times x+3\times 4$$
$$=x^2+(4+3)x+12$$
$$=x^2+7x+12$$

هل أفلحت لينا في المهمة ؟ اشرح إنجازها.

الحل:

1. لا، لأنه لا يمكن اثبات صحة علاقة بمثال.

2. نعم

3. نعم

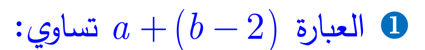
حول الدرس القادم:

اطلب من طلابك مراجعة دروس الوحدة ومن ثم حل السؤال الأول والثاني من تمرينات الوحدة.

يخصص لحل التمرينات 4 حصص

تمرينات ومسائل

1 في كل حالة آتية، هناك إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة. أشر إليها.



❶ العبارة $a+(b-2)$ تساوي:

① $a+b+2$ ② $a+b-2$ ③ $a-b+2$

❷ العبارة $9x^2-5x+7-3x^2-4$ تساوي:

① $6x^2-5x+3$ ② $13x^2-5x-4$ ③ x^2+3

❸ العبارة $x-(-3+x)+(x-7)$ تساوي:

① $3x-10$ ② $x-4$ ③ $x+4$

❹ عند $x=-2$، قيمة العبارة $3x^2-5x+4$ هي:

① 2 ② 6 ③ 26

❺ عند الانتقال من $(5x-2)(x-1)$ إلى $5x^2-7x+2$:

① نختزل ② ننشر ③ نحلّل

❻ عند الانتقال من $5x-2+2x-1$ إلى $7x-3$:

① نختزل ② ننشر ③ نحلّل

❼ العبارة $x(x-4)-5(x^2+2x)$ تساوي:

① $-4x^2+2x-4$ ② $6x^2-2x$ ③ $-4x^2-14x$

❽ العبارة $(2x-5)(x-4)$ تساوي:

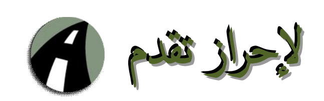
① $3x-9$ ② $2x^2-13x+20$ ③ $2x^2+20$

❾ بعد نشر واختزال $2(y-4)+5y$، طرفا المساواة التي حصلنا عليها يأخذان القيمة ذاتها عند $y=3$، إذن نتيجة النشر والاختزال:

① صحيحة ② خاطئة ③ التحقق منها غير ممكن

❿ بعد نشر واختزال $(a+5)(5a-3)$، طرفا المساواة التي حصلنا عليها لا يأخذان القيمة ذاتها عند $a=-2$، إذن نتيجة النشر والاختزال:

① صحيحة ② خاطئة ③ التحقق منها غير ممكن



2 الصيغة المعيارية

انسخ الجدول المرسوم جانباً وأشرك كل عدد بصيغته المعيارية.

العدد	الصيغة المعيارية
317	3.17×10^{0}
0.317	3.17×10^{5}
317 000	3.17×10^{-1}
0.000 317	3.17×10^{-2}
3.17	3.17×10^{2}
0.0 317	3.17×10^{-4}

3 حذف أقواس مسبوقة بإشارة

مثال: لحذف الأقواس في العبارة $3-\left(2x-5+x^2\right)$ ، نكتب:

$$3-\left(2x-5+x^2\right)=3+\left(-2x+5-x^2\right)=3-2x+5-x^2$$

.1 لدينا العبارة $A=5x-\left(x^2+1-x\right)$

① اكتب A دون أقواس.

② اختبر المساواة التي حصلت عليها بوضع $x=1$.

.2 أجب عن السؤال السابق لكلٍ من العبارتين التاليتين:

① $B=-(2x+5)+(x-3)$ ① $C=(x-1)-(7x+3)$

الحل:

①

$$A=5x-\left(x^2+1-x\right)=5x+\left(-x^2-1+x\right)=5x-x^2-1+x=6x-x^2-1$$

② نلاحظ صحة المساواة عند $x=1$. لان

$$5x-\left(x^2+1-x\right)=6x-x^2-1$$
$$5-(1+1-1)=6-1-1$$
$$4=4$$

.2 الإجابة بنفس الأسلوب السابق.

4 نشر $a(b+c)$

مثال: نشر $A = 2a(-5+3a)$:

- $A = 2a(-5+3a)$
- $A = 2a\times(-5) + 2a\times(+3a) = -10a + 6a^2$

بطريقةٍ مماثلة، انشر كلاً من العبارات التالية:

① $A = 3a(5a+2)$ ② $B = -4x(-2x+3)$

③ $A = 3a(5a+2)$ ④ $D = 3x(-5x^2+2x)$

الحل:

① $A = 3a(5a+2) = 15a^2 + 6a$

② $B = -4x(-2x+3) = 8x - 12$

5 نشر $(a+b)(c+d)$

مثال: نشر $A = (a+4)(-5+2a)$:

$$A = (a+4)(-5+2a)$$

$$A = a\times(-5) + a(2a) + 4\times(-5) + 4\times(2a) = -5a + 2a^2 - 20 + 8a = 2a^2 + 3a - 20$$

بطريقةٍ مماثلة، انشر واختزل كلاً من العبارات التالية، ثم اختبر كل مساواة تحصل عليها:

① $A = (x+5)(-4+3x)$ ② $B = (2x-3)(-3x+4)$

③ $C = (x+4)(3-2x)$ ④ $D = (x-7)(8-x)$

الحل:

① $A = (x+5)(-4+3x) = -4x - 20 + 3x^2 + 15x = -20x^2 + 11x - 20$

② $B = (2x-3)(-3x+4) = -6x^2 + 9x + 8x - 12 = -6x^2 + 17x - 12$

3

6 تعلم صياغة النصوص

اقرأ النص واقرأ الحل المعروض من قبل أحد التلاميذ، ثم أنجز حلاً آخذاً بالاعتبار مجمل ملاحظات المصحح:

النص:

في إحدى الرحلات السياحية، توقف فريق من 40 شخصاً في أحد المطاعم التي تقدم وجبات سريعة بسعر 255 ليرة لوجبة البالغين و 175 ليرة لوجبة الأطفال.

يرمز x إلى عدد الأشخاص البالغين في الفريق السياحي.

1. عبر بدلالة x عن كلفة الوجبات التي قُدمت للفريق السياحي.

2. أنشر ثم اختزل العبارة التي حصلت عليها.

حل الطالب وملاحظات المصحح:

1. $225x + 175(40 - x)$

اشرح ما استوجب هذه الكتابة.

2. $225x + 7\,000 + 175x$

- خطأ في هذه الإشارة $225x + 7\,000 \; + \; 175x$
- أنت لم تختزل.
- اشرح لغوياً.

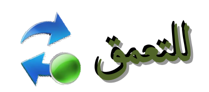
الحل:

1. كلفة الوجبات التي قُدمت للفريق السياحي البالغ = العدد × السعر وهو $225x$.

كلفة الوجبات التي قُدمت للفريق السياحي المؤلف من اطفال = العدد × السعر وهو $175(40 - x)$.

فتكون كلفة الوجبات التي قُدمت للفريق السياحي $225x + 175(40 - x)$

2. $225x + 175(40 - x) = 225x + 7000 - 175x = 50x + 7000$



7 إثبات مساواة

يرمز x إلى عددٍ صحيح.

نعتزم إثبات أنَّ $(3x-4)(2x+3)=(3x-2)(x+6)+3x(x-5)$

1. أنشر واختزل $A=(3x-4)(2x+3)$

2. أنشر واختزل $B=(3x-2)(x+6)+3x(x-5)$

3. تحقق من أنَّ ناتجي A و B متساويان.

لإثبات صحة مساواة من النمط $A=B$ ، يمكن:

- حساب A • حساب B • التحقق من أنَّ ناتجي A و B متساويان.

الحل:

1. $A=(3x-4)(2x+3)=6x^2+9x-8x-12=6x^2+x-12$

2.

$$\begin{aligned}B&=(3x-2)(x+6)+3x(x-5)\\&=3x^2+18x-2x-12+3x^2-15x\\&=6x^2+x-12\end{aligned}$$

3. نلاحظ A و B متساويان.

8 مع أعداد طبيعية متتالية

أكَّد عمار : « مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متتالية يساوي ثلاثة أمثال ثانيها »

1. اخترْ ثلاثة أعداد طبيعية متتالية، احسب مجموعها واختبر تأكيد عمار.

2. ارمز إلى أحد هذه الأعداد المتتالية بالرمز n ، كيف يكتب العددان الآخران بدلالة n ؟

3. أثبت تأكيد عمار.

لإثبات صحة مساواة من النمط $A=B$ ، يمكن:

هي ذي الأعداد الطبيعية المتتالية: $0\ ,1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\cdots,\ n,\ ?\ ,\ ?$

كل عدد مغاير للصفر يساوي سابقه مزيداً 1.

الحل:

1. لتكن $2,3,4$ ثلاثة أعداد طبيعية متتالية، مجموعها يساوي 9 وهذا يساوي ثلاثة أمثال 3.

2. نرمز لأول هذه الأعداد المتتالية بالرمز n، فيكتب العددان الآخران: $n+1, n+2$

3. $n+n+1+n+2=3n+3=3(n+1)$

نلاحظ أن ناتج المجموع ثلاثة أمثال العدد الثاني $n+1$

9 استخدام الأقواس

انسخ وضَعْ الأقواس الضرورية لتصبح المساواة صحيحة في كلٍ مما يلي:

① $12-5+6+4-9=-4$ ② $-4-15-12-7=6$

③ $13-14+7-3+4=-15$ ④ $-b-a+3-a-6=-b+3$

الحل:

① $12-(5+6)+4-9=-4$ ② $-(4-15)-(12-7)=6$

③ $13-(14+7)-(3+4)=-15$ ④ $-b-(a+3-a-6)=-b+3$

10 عبارة ناقصة

في كلٍ من الحالات التالية، أوجد العبارة A كي تصبح المساواة صحيحة:

① $3x+4+A=-2x+5$ ② $5x+6-A=-6x+3$

③ $A-(-4x+6)=2x-9$ ④ $A\times(2x+1)=6x^2+3x$

الحل:

① $3x+4+(-5x+1)=-2x+5$

② $5x+6-(11x+3)=-6x+3$

③ $(-2x-3)-(-4x+6)=2x-9$

④ $3x\times(2x+1)=6x^2+3x$

11 حساب ذهني

a و b عددان

1. أنشر واختزل $(a+b)(a-b)$

2. استنتج نشر واختزال كلٍ من:

① $(a+2)(a-2)$ ② $(a+3)(a-3)$ ③ $(a+5)(a-5)$

3. باستعمال السؤال الأول، احسب ذهنياً كلاً من الجداءات التالية:

① 52×48 ② 65×55 ③ 103×97

الحل:

1. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

2.

① $(a+2)(a-2) = a^2 - 4$ ② $(a+3)(a-3) = a^2 - 9$

③ $(a+5)(a-5) = a^2 - 16$

3. باستعمال السؤال الأول، احسب ذهنياً كلاً من الجداءات التالية:

① $52 \times 48 = (50+2)(50-2) = 2500 - 4 = 2496$

② $65 \times 55 = (60+5)(60-5) = 3600 - 25 = 3575$

③ $103 \times 97 = (100+3)(100-3) = 10000 - 9 = 9991$

12 نشر

مثال: منشور $A = (a-3)(2a^2 + 5a - 1)$

$$A = a \times 2a^2 + a \times 5a + a \times (-1) - 3 \times 2a^2 - 3 \times 5a - 3 \times (-1)$$
$$= 2a^3 + 5a^2 - a - 6a^2 - 15a + 3 = 2a^3 - a^2 - 16a + 3$$

بطريقةٍ مماثلة، انشر واختزل كلاً من العبارات التالية:

① $(2x-5)(3x^2 - 5x + 7)$ ② $(7x^2 - 2x - 3)(-4x - 2)$ ③ $\left(\frac{x}{2} - 5\right)(2x^2 - 4x + 3)$

الحل:

①

$$(2x-5)(3x^2 - 5x + 7) = 6x^3 - 10x^2 + 14x - 15x^2 + 25x - 35$$
$$= 6x^3 - 25x^2 + 39x - 35$$

3

13 ملء فراغات

انسخ ثم أكمل كل مساواة تالية:

① $\left(-x+6\right)\left(4x-\cdots\right)=\cdots x^2+27x-\cdots$

② $\left(2x+5\right)\left(\cdots+2\right)=6x^2+\cdots x+10$

③ $\left(5x+\cdots\right)\left(3x+6\right)=\cdots x^2+36x+\cdots$

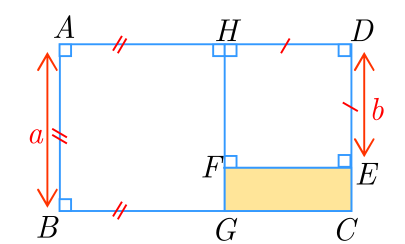
الحل:

① $\left(-x+6\right)\left(4x-3\right)=-4x^2+27x-18$

② $\left(2x+5\right)\left(3x+2\right)=6x^2+19x+10$

③ $\left(5x+2\right)\left(3x+6\right)=15x^2+36x+12$

14 مربعان



يرمز كلٌّ من a و b إلى عددٍ موجب و $a>b$.

نرمز إلى مساحة السطح الملون بالرمز $\mathcal{A}$.

1. اشرح لماذا تُعطى $\mathcal{A}$ بالعبارة $\mathcal{A}=a\left(a+b\right)-\left(a^2+b^2\right)$ ؟

2. انشر واختزل العبارة السابقة.

3. عبِّرْ عن $\mathcal{A}$ بطريقة ثانية. تحقق من أنَّ الناتج يطابق $a\left(a+b\right)-\left(a^2+b^2\right)$.

4. احسب المساحة $\mathcal{A}$ في حالة $a=15$ و $b=8$.

الحل:

1. تُعطى $\mathcal{A}$ بالعبارة مساحة المستطيل $ABCD$ مطروحاً منه مجموع مساحتي المربعين $HFED$ ، $ABGH$

مساحة المستطيل $ABCD$ تساوي $a\left(a+b\right)$

مساحة المربع $ABGH$ تساوي a^2

مساحة المربع $HFED$ تساوي b^2

لذلك $\mathcal{A}=a\left(a+b\right)-\left(a^2+b^2\right)$

2. $\mathcal{A}=a^2+ab-a^2-b^2=ab-b^2$

3. $\mathcal{A}=b\left(a-b\right)=ab-b^2$

4. المساحة $\mathcal{A}$ في حالة $a=15$ و $b=8$ هي $\mathcal{A}=8\left(15-8\right)=8\times7=56$

15 من النصوص إلى الرموز

يرمز a و b إلى عددين، اكتب:

① مجموع مربعي هذين العددين، ثم فرق مربعي هذين العددين، ثم مربع مجموع هذين العددين.

② مربع فرق هذين العددين، ثم مجموع مربع فرق هذين العددين ومِثلي جداء ضربهما.

الحل:

① مجموع مربعي العددين a و b: a^2+b^2

فرق مربعي العددين a و b: a^2-b^2 و مربع مجموع العددين a و b: $(a+b)^2$

② مربع فرق العددين a و b: $(a-b)^2$

مجموع مربع فرق هذين العددين ومِثلي جداء ضربهما: $(a-b)^2+2ab$

16 مع شبه منحرف قائم

مساحة شبه منحرف بدلالة قاعدتيه x و y، وارتفاعه h،

تعطى بالعلاقة $\mathcal{A}=\dfrac{(x+y)\times h}{2}$

في الشكل المرافق: $ABCD$ شبه منحرف،

$(AB)\perp(AD)$ و $(CD)\perp(AD)$

E و F نقطتان من $[AD]$ و $[BC]$ على التوالي وتحققان $(EF)\parallel(AB)$.

1. يرمز a إلى طول $[EF]$ بالسنتيمترات.

ويرمز $\mathcal{A}$ إلى مساحة شبه المنحرف $ABCD$.

① احسب $\mathcal{A}$ بالسنتيمترات المربعة.

② عبِّر، بدلالة a وبالسنتيمترات المربعة، عن مساحة كلٍ من $ABFE$ و $CDEF$.

③ نرمز إلى مساحتي $ABFE$ و $CDEF$ على التوالي بالرمزين $\mathcal{A}_1$ و $\mathcal{A}_2$.

نعلم أنَّ $\mathcal{A}_1+\mathcal{A}_2=\mathcal{A}$. احسب قيمة a.

2. نرمز إلى طول $[GF]$ بالسنتيمترات بالرمز x، وإلى مساحة المثلث BCD بالرمز S.

① احسب S.

② نرمز إلى مساحة المثلث BGF بالرمز S_1، وإلى مساحة شبه المنحرف $CDGF$ بالرمز S_2.

احسب بدلالة x كلاً من S_1 و S_2.

③ نعلم أنَّ $S = S_1 + S_2$. احسب قيمة x .

3. أيمكن القول بأنَّ الرباعي $ABFG$ هو متوازي أضلاع ؟ تحقق من إجابتك.

الحل:

① $\mathcal{A} = \dfrac{(x+y)\times h}{2} = \dfrac{(8+6)\times 4}{2} = 28\,\text{cm}^2$

② مساحة $ABFE$ هي $\dfrac{(x+y)\times h}{2} = \dfrac{(a+6)\times 3}{2} = \dfrac{3(a+6)}{2}\text{cm}^2$

مساحة $CDEF$ هي $\dfrac{(x+y)\times h}{2} = \dfrac{(8+a)\times 1}{2} = \dfrac{a+8}{2}\text{cm}^2$

③ $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$

$$\frac{3(a+6)}{2} + \frac{a+8}{2} = 28$$
$$\frac{3(a+6)+a+8}{2} = 28$$
$$\frac{3a+18+a+8}{2} = 28$$
$$\frac{4a+26}{2} = 28$$
$$4a+26 = 56$$
$$4a = 30$$
$$a = 7.5$$

.2 ① $S = \dfrac{8\times 4}{2} = 16\,\text{cm}^2$.

② $S_1 = \dfrac{x\times 3}{2}\text{cm}^2$ و $S_2 = \dfrac{(x+y)\times h}{2} = \dfrac{(8+x)\times 1}{2} = \dfrac{x+8}{2}\text{cm}^2$

③

$$S = S_1 + S_2$$
$$16 = \frac{3x}{2} + \frac{x+8}{2}$$
$$16 = \frac{4x+8}{2}$$
$$32 = 4x+8$$
$$24 = 4x$$
$$6 = x$$

3. نعم يمكن القول بأنَّ الرباعي $ABFG$ هو متوازي أضلاع وذلك لتساوي ضلعين متقابلين فيه وتوازي هاتين الضلعين



الوحدة الرابعة
معادلات من الدرجة الأولى

1. مساواة وعمليات.
2. حل معادلة.
3. اصطناع معادلة.



جواب انطلاقة نشطة

في كلٍ مما يلي، واحدة فقط من الإجابات ① و ② و ③ صحيحة، أشر إليها:

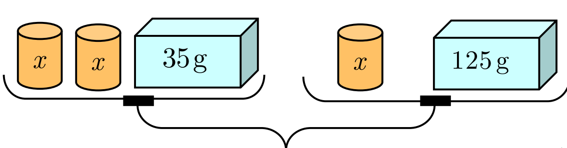
① نختار عدداً n ، نضيف إليه 10، ثم نضاعف الناتج. الناتج الأخير هو

① $(n+10)\times 2$ ② $n+10\times 2$ ③ $n\times 2+10$

② المساواة $2x+35=x+125$ صحيحة في حالة

① $x=10$ ② $x=90$ ③ $x=160$

③ يرمز x إلى كتلة الأسطوانة الملونة بالبرتقالي وكفتا الميزان متوازنتان.



المساواة الممكنة بين الكفتين هي

① $35x^2=125x$ ② $2x+35=x+125$ ③ $35+2\times x=125x$

④ في حالة $3-x=5$ يكون x مساوياً ① $5-3$ ② $3+5$ ③ $3-5$

⑤ في حالة $2x=13$ يكون x مساوياً ① $-\frac{13}{2}$ ② $\frac{2}{13}$ ③ 6.5

⑥ في حالة $\frac{x}{4}=3$ يكون x مساوياً ① -12 ② 12 ③ -1

⑦ إذا طُرح 10 من جداء ضرب a بالعدد 3 وكان الناتج النهائي مساوياً 8، كان a مساوياً

① 0 ② 6 ③ -6

 مساواة وعمليات.

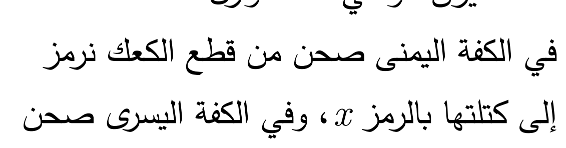
النشاط

« الأخذ بالقاعدة: إذا كان $a = b$، كان $a + c = b + c$ و $ac = bc$ »

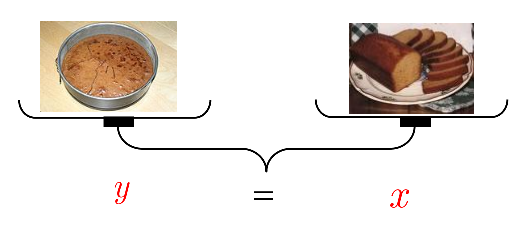
1. اختبار



هذا الميزان هو في حالة توازن:



في الكفة اليمنى صحن من قطع الكعك نرمز إلى كتلتها بالرمز x، وفي الكفة اليسرى صحن كاتو، نرمز إلى كتلته بالرمز y.



في كلٍ من الحالات التالية، وضّحْ إن كان الميزان في حالة توازن أم تراجح. وفي حالة التوازن، اكتبْ المساواة الموافقة للحالة.

① نضيف إلى كل كفة غرضاً كتلته $30\ g$. (توازن)، $y + 30 = x + 30$

② أكل عدنان $100\ g$ من الكيك وأكل غسان $100\ g$ من الكاتو. (توازن)، $y - 100 = x - 100$

③ نضع صحنين من الكيك في الكفة اليمنى وصحنين كاتو في الكفة اليسرى. (توازن)، $2y = 2x$

④ أكل فارس ربع كمية الكيك وأكل سامر ربع كمية الكاتو. (توازن)، $\frac{1}{4}y = \frac{1}{4}x$ أو $\frac{y}{4} = \frac{x}{4}$

2. تخمين

انطلاقاً من المساواة $x = y$، كيف يمكن الانتقال إلى مساواة جديدة؟

الجواب:

إضافة العدد ذاته إلى طرفي المساواة نحصل على مساواة جديدة.

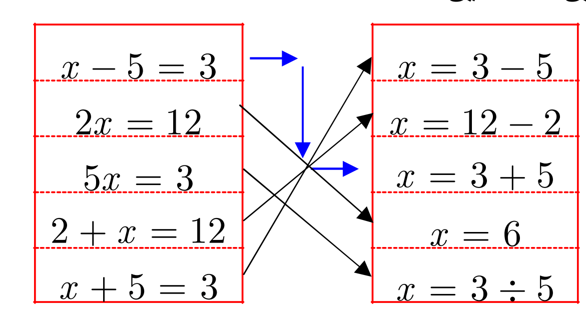
طرح العدد ذاته من طرفي المساواة نحصل على مساواة جديدة.

ضرب العدد ذاته بطرفي المساواة نحصل على مساواة جديدة.

قسمة طرفي المساواة على العدد غير المعدوم ذاته نحصل على مساواة جديدة.

تحقق من فهمك

① انسخ واربط بين كل مساواتين متكافئتين:



② انسخ ثم أكمل:

① لحل المعادلة $x+5=-2$:

- .... : ....
- فنحصل على ....

② لحل المعادلة $7-x=3$:

- .... : ....
- فنحصل على ....

الحل:

① لحل المعادلة $x+5=-2$:

- نطرح العدد 5 من كلٍ من طرفيها: $x+5-5=-2-5$
- فنحصل على $x=-7$

② لحل المعادلة $7-x=3$:

- نجمع العدد $x-3$ إلى كلٍ من طرفيها: $7-x+x-3=3+x-3$
- فنحصل على $4=x$ نردها للشكل المألوف $x=4$

4

تدرب

① انسخ ثم أكمل

① لحل المعادلة $4+y=-9$:

- .... : ....
- فنحصل على ....

② لحل المعادلة $-2-z=-8$:

- .... : ....
- فنحصل على ....

③ لحل المعادلة $7x=-4$:

....

فنحصل على ....

④ لحل المعادلة $-5x=3$:

....

فنحصل على ....

⑤ لحل المعادلة $\frac{2}{3}y=5$:

.... : ....

فنحصل على ....

نقسم الطرفين على ....، فنجد ....

⑥ لحل المعادلة $4z=\frac{2}{3}$:

.... : ....

فنحصل على ....

نقسم الطرفين على ....، فنجد ....

الحل:

① لحل المعادلة $4+y=-9$:

- نطرح العدد 4 من كلٍ من طرفيها : $4+y-4=-9-4$
- فنحصل على $y=-13$

② لحل المعادلة $-2-z=-8$:

- نجمع العدد $z+8$ إلى كلٍ من طرفيها : $-2-z+z+8=-8+z+8$
- فنحصل على $6=z$ نردها للشكل المألوف: $z=6$

③ لحل المعادلة $7x=-4$:

نقسّم كل من طرفيها على العدد 7 : $\frac{7x}{7}=\frac{-4}{7}$

فنحصل على $x=-\frac{4}{7}$

④ لحل المعادلة $-5x=3$:

نضرب كل من طرفيها بالعدد $-\frac{1}{5}$: $-5x\times-\frac{1}{5}=3\times-\frac{1}{5}$

فنحصل على $x=-\frac{3}{5}$

⑤ لحل المعادلة $\frac{2}{3}y=5$:

نضرب كل من طرفيها بالعدد 3 : $\frac{2}{3}y\times3=5\times3$ فنحصل على $2y=15$

نقسم الطرفين على 2، فنجد $y=7.5$

⑥ لحل المعادلة $4z=\frac{2}{3}$:

. نضرب كل من طرفيها بالعدد 3 : $4z\times3=\frac{2}{3}\times3$ فنحصل على $12z=2$

نقسم الطرفين على 12، فنجد $z=\frac{2}{12}$

② إذا علمت أنَّ $x+2=7$ ، فأعط قيمة كلٍ من:

① $x+8$ ② $2x+4$ ③ $-3x-6$

الحل:

انطلاقاً من المعادلة $x+2=7$:

①	②	③
$x+2=7$ $x+2+6=7+6$ $x+8=13$	$x+2=7$ $2x+2\times 2=2\times 7$ $2x+4=14$	$x+2=7$ $-3x+(-3)\times 2=-3\times 7$ $-3x-6=-21$

4

③ إذا علمت أنَّ $3x+20=7$.

1. اطرح العدد 20 من كلٍ من طرفي المساواة. ما المساواة الجديدة التي تحصل عليها ؟

2. ما الإجراء اللاحق للحصول على مساواة من الصيغة $x=\cdots$ ؟ اكتب هذه المساواة.

الحل:

.1

$$3x+20-20=7-20$$
$$3x=-13$$

.2 نقسّم طرفي المساواة على 3 : $x=-\frac{13}{3}$

③ إذا علمت أنَّ $\frac{x}{3}-4=2$.

1. اجمع العدد 4 إلى كلٍ من طرفي المساواة. ما المساواة الجديدة التي تحصل عليها ؟

2. ما الإجراء اللاحق للحصول على مساواة من الصيغة $x=\cdots$ ؟ اكتب هذه المساواة.

الحل:

.1

$$\frac{x}{3}-4+4=2+4$$
$$\frac{x}{3}=6$$

.2 نضرب طرفي المساواة بالعدد 3 :

$$\frac{x}{3}\times 3=6\times 3$$
$$x=18$$

⑤ عمر لانا بالسنوات هو a. ويزيد 3 سنوات عن عمر أخيها مجد.

1. اكتب مساواةً تعبر عن النص السابق.

2. إلامَ تؤول المساواة بعد 5 سنوات؟

3. ما المساواة التي كانت قبل سنة؟

الحل:

1. بفرض أن عمر مجد هو x فإن المساواة التي تعبر عن النص السابق: $a = x + 3$ أو $a - x = 3$ أو $x = a - 3$

2. المساواة بعد 5 سنوات:

$$a + 5 = x + 3 + 5$$
$$a + 5 = x + 8$$

3. المساواة التي كانت قبل سنة:

$$a - 1 = x + 3 - 1$$
$$a - 1 = x + 2$$

⑥ مساحة المثلث المرسوم جانباً، ولتكن $\mathcal{A}$،

تُعطى بالعلاقة $\mathcal{A} = \frac{1}{2} b\,h$.

1. انسخ وأكمل: $2\mathcal{A} = \cdots$



2. عبِّرْ عن h بدلالة $\mathcal{A}$ و b.

3. تطبيق عددي: احسب h إذا علمت أنَّ $\mathcal{A} = 15 \text{ cm}^2$ و $b = 4 \text{ cm}$.

الحل:



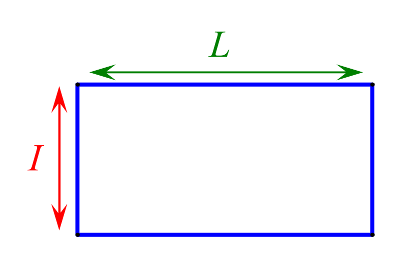
.1

$$2\mathcal{A} = 2 \times \frac{1}{2} bh$$
$$2\mathcal{A} = bh$$

2. بما أن $b \neq 0$ بقسمة طرفي المساواة الأخيرة على b: $h = \frac{2\mathcal{A}}{b}$ نكتب بالشكل المألوف:

$$h = \frac{2\mathcal{A}}{b}$$

3. $h = \frac{2 \times 15}{4} = 7.5\text{cm}$



⑦ محيط المستطيل المرسوم جانباً، وليكن P،

يُعطى بالعلاقة $P = 2L\,I$.

1. انسخ وأكمل: $2L = \cdots$

2. عبِّرْ عن L بدلالة P و I.

3. تطبيق عددي: احسب L إذا علمت أنَّ $P = 31\text{ cm}$ و $I = 6.4\text{ cm}$.

الحل:

.1

$$2L = \frac{P}{I}$$

.2

$$2L = \frac{P}{I}$$
$$\frac{1}{2}\times 2L = \frac{1}{2}\times\frac{P}{I}$$
$$L = \frac{P}{2I}$$

.3 $L = \dfrac{31}{2\times 6.4} = \dfrac{31}{12.8} = 2.421875\text{cm}$

4

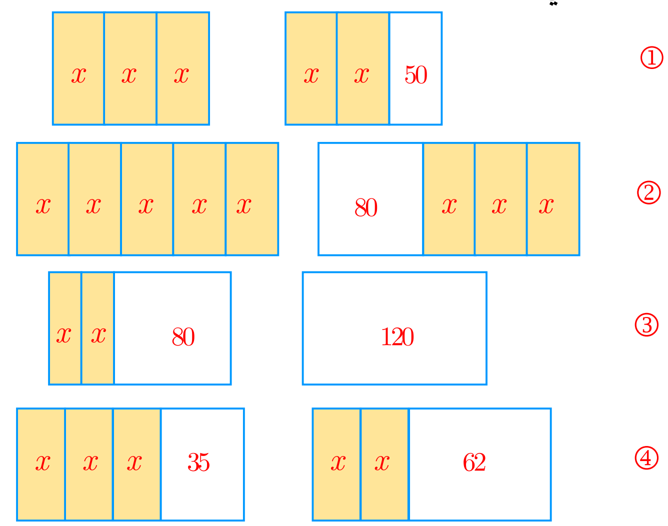
② حل معادلة.

جواب النشاط « إدراك لحل المعادلة $ax + b = c$ خطوةً فخطوة »

1. **حساب ذهني**

في كل حالة، لدينا شكلان يمثلان قطعتي أرض مساحتاهما متساويتان، وقد اشير إلى مساحة كل قطعة بدلالة x مقدراً بالأمتار المربعة.

أمعن النظر في كل حالة لتكتشف قيمة x شارحاً خطوات وصولك إلى النواتج.



الحل: يجب أن يقارن الطلاب بين المساحات

① بالمقارنة نجد أن $x = 50$

② بالمقارنة نجد أن $2x = 80$ ناتج ضرب العدد 40 بـ 2 هو 80 إذاً $x = 40$

③ بالمقارنة نجد $2x = 40$ ناتج ضرب العدد 20 بـ 2 هو 40 إذاً $x = 20$

④ بالمقارنة نجد $x + 35 = 62$ ناتج جمع $27 + 35$ هو 62 إذاً $x = 27$

2. **مع خواص المساواة**

1. انسخ وأكمل.

$3x = 2x + 50$ (نطرح $2x$ من كلٍ من الطرفين)

$x = \cdots$

الحل:

$3x = 2x + 50$ (نطرح $2x$ من كلٍ من الطرفين)

$x = 50$

2. انسخ وأكمل.

$5x = 80 + 3x$ (نطرح $3x$ من كلٍ من الطرفين)

$2x = \cdots$ (نقسم كلاً من الطرفين على 2)

$x = \cdots$

الحل:

$5x = 80 + 3x$ (نطرح $3x$ من كلٍ من الطرفين)

$2x = 80$ (نقسم كلاً من الطرفين على 2)

$x = 40$

4

3. حل المعادلة $2x + 80 = 120$ ثم المعادلة $3x + 35 = 2x + 62$ مع التحقق من صحة الحل.

الحل:

حل المعادلة $2x + 80 = 120$:

$$2x + 80 - 80 = 120 - 80$$
$$2x = 40$$
$$x = 20$$

للتحقق نعوض قيمة $x = 20$ في الطرف الأيسر للمعادلة:

$2 \times 20 + 80 = 40 + 80 = 120$ فلحل صحيح.

حل المعادلة $3x + 35 = 2x + 62$:

$$3x + 35 = 2x + 62$$
$$3x + 35 - 2x = 2x + 62 - 2x$$
$$x + 35 = 62$$
$$x + 35 - 35 = 62 - 35$$
$$x = 27$$

للتحقق نعوض قيمة $x = 27$ في الطرف الأيسر للمعادلة: $3 \times 27 + 35 = 81 + 35 = 116$

نعوض قيمة $x = 27$ في الطرف الأيمن للمعادلة: $2 \times 27 + 62 = 54 + 62 = 116$

بالمقارنة نجد الناتج ذاته إذن الحل صحيح.

4. حل المعادلة $2(9 + 2x) = 14$.

الحل:

$$2(9+2x)=14$$
$$9+2x=7$$
$$2x=-2$$
$$x=-1$$

جواب تحقق من فهمك

① انسخ وأكمل على غرار المثال السابق:

① $3x+2=8 \leftarrow 3x=\cdots \leftarrow 3x=\cdots \leftarrow x=\cdots$

② $-2x+5=-4 \leftarrow -2x=\cdots \leftarrow -2x=\cdots \leftarrow x=\cdots$

③ $5x=-4x+3 \leftarrow 5x\cdots=3 \leftarrow \cdots=3 \leftarrow x=\cdots$

④ $5x+7=2x-1 \leftarrow 5x\cdots=-1\cdots \leftarrow \cdots=\cdots \leftarrow x=\cdots$

الحل:

① $3x+2=8 \leftarrow 3x=8-2 \leftarrow 3x=6 \leftarrow x=2$

② $-2x+5=-4 \leftarrow -2x=-4-5 \leftarrow -2x=-9 \leftarrow x=4.5$

③ $5x=-4x+3 \leftarrow 5x+4x=3 \leftarrow 9x=3 \leftarrow x=\frac{1}{3}$

④ $5x+7=2x-1 \leftarrow 5x-2x=-1-7 \leftarrow 3x=-8 \leftarrow x=-\frac{8}{3}$

② انسخ وأكمل الجدول التالي:

x	0	0.25	-2	$\frac{5}{4}$	10	$\frac{7}{4}$	1
$4x-5$							

الحل:

x	0	0.25	-2	$\frac{5}{4}$	10	$\frac{7}{4}$	1
$4x-5$	-5	-4	-13	0	35	2	-1

③ استفدْ من الحسابات السابقة لإيجاد حلٍ لكلٍ من المعادلات التالية:

① $4x-5=-4$ ② $4x-5=2$ ③ $4x-5=-1$ ④ $4x-5=0$

الحل:

① $4x-5=-4$

$x=0.25$

② $4x-5=2$

$x=\frac{7}{4}$

③ $4x-5=-1$

$x=1$

④ $4x-5=0$

$x=\frac{5}{4}$

4



تدرب

① من بين الأعداد -5 و 0 و $\frac{1}{3}$ و 5، أشرْ في كل حالة إلى الذي هو حلٌّ للمعادلة:

① $2x(3x-1)=0$ ② $x^2-25=0$ ③ $5x=3x+10$

④ $2x^3=250$ ⑤ $3x(x+5)=0$ ⑥ $3x^2+14x-5=0$

الحل:

نعوض كل عدد في المعادلة لمعرفة إن كان حل أم لا:

	-5	0	$\frac{1}{3}$	5
① $2x(3x-1)=0$		✓	✓	
② $x^2-25=0$	✓			✓
③ $5x=3x+10$				✓
④ $2x^3=250$				✓
⑤ $3x(x+5)=0$	✓	✓		
⑥ $3x^2+14x-5=0$	✓		✓	

② حل كلاً من المعادلات التالية ذاكراً مختلف مراحل الحل.

① $x+5=-14$ ② $17-y=5$ ③ $5x=-2$

④ $-\frac{1}{2}a = 3$ ⑤ $-\frac{x}{5} = \frac{2}{3}$ ⑥ $\frac{1}{5}t - 3 = 1$

الحل:

⑥ $\frac{1}{5}t - 3 = 1$

نضرب طرفي المعادلة بالعدد 5 : $t - 15 = 5$

ننقل العدد 15− إلى الطرف الأيمن مع مراعاة تغيير الإشارة: $t = 5 + 15$

نحسب الناتج بالطرف الأيمن: $t = 20$

بأسلوب مشابه نحل المعادلات:

① $x + 5 = -14$

$$x + 5 = -14$$
$$x = -14 - 5$$
$$x = -19$$

② $17 - y = 5$

$$17 - y = 5$$
$$-y = 5 - 17$$
$$-y = -12$$
$$y = 12$$

③ $5x = -2$

$$5x = -2$$
$$5x \times \frac{1}{5} = -2 \times \frac{1}{5}$$
$$x = -\frac{2}{5}$$

④ $-\frac{1}{2}a = 3$

$$-\frac{1}{2}a = 3$$
$$-\frac{1}{2}a \times (-2) = 3 \times (-2)$$
$$a = -6$$

⑤ $-\frac{x}{5} = \frac{2}{3}$

$$-\frac{x}{5} = \frac{2}{3}$$
$$-\frac{x}{5} \times (-5) = \frac{2}{3} \times (-5)$$
$$x = -\frac{10}{3}$$

③ حل المعادلة $6x + 360 = 4x + 600$ مبرراً كل مرحلة.

الحل:

$$6x + 360 = 4x + 600$$

- نعزل الحدود التي تضم المجهول x في أحد طرفي المساواة $(=)$، والحدود المستقلة عن x في الطرف الآخر من المساواة، على أن نغير إشارة كل حد منقول: $6x - 4x = 600 - 360$
- نختزل كلاً من طرفي المساواة: $2x = 240$.
- للتخلص من معامل x نقسم كلاً من طرفي المساواة الأخيرة على معامل x: $\frac{2x}{2} = \frac{240}{2}$، لنصل إلى الحل $x = 120$.

4

④ حل كلاً من المعادلات الآتية:

① $3x - 2 = 5x + 7$ ② $4y + 3 = -2y - 5$

③ $-7a + 4 = 5a - 2$ ④ $-5x - 7 = -3x + 2$

الحل:

① $3x - 2 = 5x + 7$:
$$3x - 2 = 5x + 7$$
$$3x - 5x = 7 + 2$$
$$-2x = 9$$
$$x = -4.5$$

② $4y + 3 = -2y - 5$:
$$4y + 3 = -2y - 5$$
$$4y + 2y = -5 - 3$$
$$6y = -8$$
$$y = -\frac{8}{6}$$

③ $-7a + 4 = 5a - 2$:

$$-7a+4=5a-2$$
$$-7a-5a=-2-4$$
$$-12a=-6$$
$$a=\frac{1}{2}$$

④ $-5x-7=-3x+2$

$$-5x-7=-3x+2$$
$$-5x+3x=2+7$$
$$-2x=9$$
$$x=-4.5$$

⑤ حل كلاً من المعادلات الآتية:

① $3(x-2)=7$ ② $2(x-5)=3x+7$

③ $-3(x-4)=5(x+3)$ ④ $5(3-x)-3(x-4)=0$

الحل:

① $3(x-2)=7$:

$$3(x-2)=7$$
$$x-2=\frac{7}{3}$$
$$x=\frac{7}{3}+2=\frac{13}{3}$$

② $2(x-5)=3x+7$:

$$2(x-5)=3x+7$$
$$2x-10=3x+7$$
$$2x-3x=7+10$$
$$-x=17$$
$$x=-17$$

③ $-3(x-4)=5(x+3)$:

$$-3(x-4)=5(x+3)$$
$$-3x+12=5x+15$$
$$-3x-5x=15-12$$
$$-8x=3$$
$$x=-\frac{3}{8}$$

④ $5(3-x)-3(x-4)=0$:

$$5(3-x)-3(x-4)=0$$
$$15-5x-3x+12=0$$
$$-8x+27=0$$
$$-8x=-27$$
$$x=\frac{-27}{-8}$$
$$x=3.375$$

⑥ في الشكل المرافق: يرمز x إلى عددٍ موجب، وأبعاد المستطيل مقدرة بالسنتيمترات، وعُلِم أنَّ $2(x+15)=42$.

15

x

1. ماذا تعني هذه المساواة بالنسبة إلى المستطيل ؟

2. ① انشرْ $2(x+15)$.

② تبعاً للنشر السابق، كيف تكتب المعادلة $2(x+15)=42$ ؟

③ حل هذه المعادلة.

3. اقترحْ طريقةً أخرى لحل تلك المعادلة وأنجز حلها

الحل:

1. تعني هذه المساواة أن محيط المستطيل يساوي 42

2. ① $2(x+15)=2x+30$

② $2x+30=42$

③ $2x+30=42$
$$2x=42-30$$
$$2x=12$$
$$x=6$$

3. يمكن الحل بالطريقة الآتية:
$$2(x+15)=42$$
$$x+15=\frac{42}{2}$$
$$x+15=21$$
$$x=21-15$$
$$x=6$$

4

3 اصطناع معادلة.



النشاط « بناء معادلة»

1. استكشاف عددي

بعد جولتهما في مخزنٍ لبيع أقراصٍ CD.

قال هاني لهالة: « اشتريتُ قرصين وبقي معي 80 ليرة سورية»

ردت هالة: « كان لدي 560 ليرة سورية، اشتريتُ قرصاً واحداً، فبقي معي نفس المبلغ الذي كان لديك قبل أن تشتري القرصين »

أيمكن أن يكون سعر القرص 140 ليرة سورية؟ 160 ليرة سورية؟

الحل:

سعر القرص 160 ليرة سورية

2. استخدام رمز

نرمز إلى سعر القرص بالرمز x بالليرات السورية.

1. بناء معادلة

- استفد من قول هاني لتعبِّرْ عن المبلغ الذي كان بحوزته قبل الشراء.
- استفد من قول هالة لتعبِّرْ عن المبلغ الذي بقي معها بعد الشراء.
- ترجم، إلى مساواة، قولي هاني وهالة.

الحل:

المبلغ الذي كان بحوزته قبل الشراء $2x+80$

المبلغ الذي بقي معها بعد الشراء $560-x$

$$2x+80=560-x$$

2. حل المعادلة

- حل المعادلة التي حصلتَ عليها مبرراً خطوات الحل.
- تحقق من المساواة التي حصلت عليها في **1**. بتعويض قيمة x بها.

الحل:

$$2x+80=560-x$$

- نعزل الحدود التي تضم المجهول x في أحد طرفي المساواة $(=)$، والحدود المستقلة عن x في الطرف الآخر من المساواة، على أن نغير إشارة كل حد منقول: $2x + x = 560 - 80$
- نختزل كلاً من طرفي المساواة: $3x = 480$.
- للتخلص من معامل x نقسم كلاً من طرفي المساواة الأخيرة على معامل x: $x = \frac{480}{3}$ ، لنصل إلى الحل $x = 160$.

التحقق:

نحسب القيمة العددية للطرف الأيسر $2 \times 160 + 80 = 320 + 80 = 400$

نحسب القيمة العددية للطرف الأيمن $560 - 160 = 400$

المساواة صحيحة فلحل صحيح

3. تأويل الحل

- عبَّرْ بجملة إنشائية عن سعرِ القرصِ.
- صِغْ سؤالين يتعلقان بالمسألة ثم أجب عنهما.

الحل:

الجملة: سعر القرص مئة وستون ليرة سورية

السؤالين:

ما العبارة التي تعبر عن ثمن الأقراص التي اشتراها هاني؟ الجواب $2x$

ما العبارة التي تعبر عن ثمن الأقراص التي اشتراها كل من هاني وهالة؟ الجواب $2x + x$

جواب تحقق من فهمك

لتمويل برنامج مدرسي، اقترح طلاب الصف الثامن أن يبيعوا قطعاً من فطائر الجبنة، سعر القطعة بالجملة 30.50 ليرة سورية. وقطعاً من فطائر الزعتر، سعر القطعة 28.50 ليرة سورية.

أثناء الفرصة نفذ الطلاب اقتراحهم إذ باعوا 50 قطعة من الفطائر، وجنوا 1 515 ليرة سورية.

ننوي إيجاد عدد قطع فطائر الجبنة وعدد قطع فطائر الزعتر التي باعها الطلاب.

رمزَ إلى عدد قطع فطائر الزعتر المباعة بالرمز y .

① عبّرْ، بدلالة y، عن عدد قطع فطائر الجبنة المباعة.

② عبّرْ، بدلالة y، عن عدد قطع فطائر الزعتر المباعة، ثم عن ثمن قطع فطائر الجبنة المباعة.

③ اكتب المعادلة التي تعبِّرُ عن جني مبلغ 1 515 ليرة سورية.

④ حل المعادلة التي حصلت عليها.

الحل:

① عدد قطع فطائر الجبنة المباعة. $50-y$

② ثمن قطع فطائر الزعتر المباعة $28.5y$،

ثمن قطع فطائر الجبنة المباعة. $30.5(50-y)$

③ المعادلة التي تعبِّرُ عن جني مبلغ 1 515 ليرة سورية. $30.5(50-y)+28.5y=1515$

④ حل المعادلة:

$$30.5(50-y)+28.5y=1515$$
$$1525-30.5y+28.52y=1515$$
$$1525-2y=1515$$
$$-2y=1515-1525$$
$$-2y=-10$$
$$y=\frac{-10}{-2}$$
$$y=5$$



تدرب

① خصص معمل أدوية 12 عبوة لتعبئة إنتاجها من أقراص معالجة مرض السكري.

قالت العاملة:

« • جرَّبتُ تعبئة الأقراص في 10 عبوات، فزاد 15 قرصاً.

• لملء جميع العبوات ينقص 35 قرصاً »

1. أصحيح أنَّ سعة العبوة هي 20 قرصاً ؟ 30 قرصاً ؟

2. يرمز x إلى سعة العبوة الواحدة.

① عبِّرْ بطريقتين مختلفتين عن عدد الأقراص التي أنتجها المعمل.

② اكتب المعادلة التي تعبِّرُ عن مضمون نص المسألة ثم حلها.

③ ما سعة كل عبوة من العبوات المخصصة لتلك الأقراص ؟

④ ما عدد الأقراص التي أنتجها المعمل.

الحل:

1.لوكان سعة العبوة هي 20 قرصاً:

في الحالة الأولى عدد الأقراص: قرصاً $20\times10+15=215$

في الحالة الثانية عدد الأقراص: $20\times12-35=205$

عدد الأقراص اختلف في الحالتين إذاً عدد الأقراص ليس 20

لوكان سعة العبوة هي 30 قرصاً:

في الحالة الأولى عدد الأقراص: قرصاً $30\times10+15=315$

في الحالة الثانية عدد الأقراص: $30\times12-35=325$

عدد الأقراص اختلف في الحالتين إذاً عدد الأقراص ليس 30

.2

① عدد الأقراص التي أنتجها المعمل: طريقة أولى $10x+15$ ، طريقة ثانية $12x-35$

② المعادلة: $12x-35=10x+15$

حل المعادلة:

$$12x-35=10x+15$$
$$12x-10x=15+35$$
$$2x=50$$
$$x=\frac{50}{2}$$
$$x=25$$

③ سعة كل عبوة من العبوات المخصصة لتلك الأقراص: 25 قرصاً.

④ عدد الأقراص التي أنتجها المعمل: قرصاً $25\times10+15=265$

4

حل تمرينات ومسائل

1 في كل حالة آتية، هناك إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة. أشر إليها.

❶ $2x+3=15+y$ ، إذن:

① $y=12-2x$ ② $y=2x+18$ ③ $y=2x-12$

❷ حل المعادلة $3x=2(x-4)$ هو ... ① -8 ② 4 ③ 16

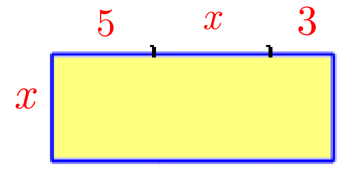
❸ لكي نحل المعادلة $2x+9=3-4x$، يمكننا أن نكتب على التتالي:

① $6x+9=3$ ثم $6x=-6$ ثم $x=-1$

② $6x+9=3$ ثم $6x=12$ ثم $x=2$

③ $9=3-6x$ ثم $12=-6x$ ثم $x=1$

❹ محيط المستطيل المرسوم في الشكل المرافق يساوي 36 m.



يمكن التعبير عن ذلك بالمعادلة:

① $2\times 2x+8=36$ ② $2(2x+8)=36$ ③ $2(x^2+8)=36$

❺ حلُّ المعادلة $2x+280=520$ هو حلٌّ للمسألة:

① لدينا 520 ليرة سورية. إذا اشترينا قرصين مرنين، يبقى في حوزتنا 280 ليرة سورية. ما سعر القرص الواحد ؟

② يزيد سعر قرص CD للبرمجة عن 280 ليرة سورية. لشراء قرصين، يجب أن يكون في حوزتنا 520 ليرة سورية. ما سعر القرص الواحد ؟

③ لدينا 520 ليرة سورية. ينقصنا 280 ليرة سورية لشراء قرصين مرنين. ما سعر القرص الواحد ؟

❻ عمر ماري 42 عاماً. بعد عامين يصبح عمرها مثلي عمر ابنها. إذا رمزنا إلى عمر ابنها الحالي بالرمز x، لعبَّرْنا عن النص بالمعادلة التالية:

① $2(x+2)=42$ ② $2(x+2)=44$ ③ $2x+2=44$

2 حل كلاً من المعادلات التالية ذاكراً مراحل الحل.

① $5a-2=27$ ② $-7-3x=6$ ③ $-25=4x+3$

④ $-\frac{2}{3}b+4=-4$ ⑤ $\frac{9}{4}+x=1$ ⑥ $-1+\frac{1}{3}t=-\frac{3}{5}$

4

الحل:

① $5a - 2 = 27$

- نعزل الحدود التي تضم المجهول a في أحد طرفي المساواة $(=)$، والحدود المستقلة عن a في الطرف الآخر من المساواة، على أن نغير إشارة كل حد منقول: $5a = 27 + 2$
- نختزل كلاً من طرفي المساواة: $5a = 29$.
- للتخلص من معامل a نقسم كلاً من طرفي المساواة الأخيرة على معامل a: $a = \frac{29}{5}$، لنصل إلى الحل $a = 5.8$.

بأسلوب مشابه نحل بقية المعادلات:

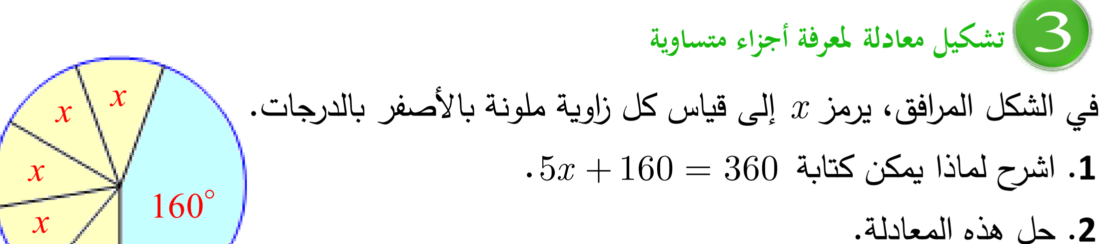
② $-7 - 3x = 6$	③ $-25 = 4x + 3$	④ $-\frac{2}{3}b + 4 = -4$
$-7 - 3x = 6$ $-3x = 6 + 7$ $-3x = 13$ $x = \frac{13}{-3}$ $x = -\frac{13}{3}$	$-25 = 4x + 3$ $4x + 3 = -25$ $4x = -25 - 3$ $4x = -28$ $x = \frac{-28}{4}$ $x = -7$	$-\frac{2}{3}b + 4 = -4$ $-\frac{2}{3}b = -4 - 4$ $-\frac{2}{3}b = -8$ $3 \times (-\frac{2}{3}b) = 3 \times (-8)$ $-2b = -24$ $b = \frac{-24}{-2}$ $b = 12$
⑤ $\frac{9}{4} + x = 1$	⑥ $-1 + \frac{1}{3}t = -\frac{3}{5}$	

	$-1+\frac{1}{3}t=-\frac{3}{5}$ $\frac{1}{3}t=-\frac{3}{5}-1$ $\frac{1}{3}t=\frac{-3-5}{5}$ $\frac{1}{3}t=\frac{-8}{5}$ $3\times\frac{1}{3}t=3\times(\frac{-8}{5})$ $t=-\frac{24}{5}$ $t=-4.8$	$\frac{9}{4}+x=1$ $x=1-\frac{9}{4}$ $x=\frac{4-9}{4}$ $x=-\frac{5}{4}$



لإحراز تقدم

3 تشكيل معادلة لمعرفة أجزاء متساوية



في الشكل المرافق، يرمز x إلى قياس كل زاوية ملونة بالأصفر بالدرجات.

1. اشرح لماذا يمكن كتابة $5x+160=360$.

2. حل هذه المعادلة.

الحل:

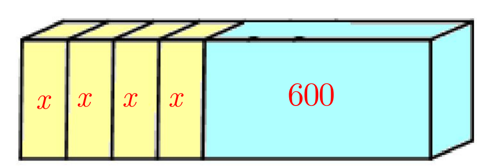
قياس الدائرة $360°$ ومنه $x+x+x+x+x+160=360$ إذن $5x+160=360$

حل المعادلة:

$$5x+160=360$$
$$5x=360-160$$
$$5x=200$$
$$x=\frac{200}{5}$$
$$x=40$$

4 تشكيل معادلة لمعرفة أجزاء متساوية

في الشكل المرافق، حجما البلاطتين متساويان. وحجم كل جزء معطى بالسنتمترات المكعبة.



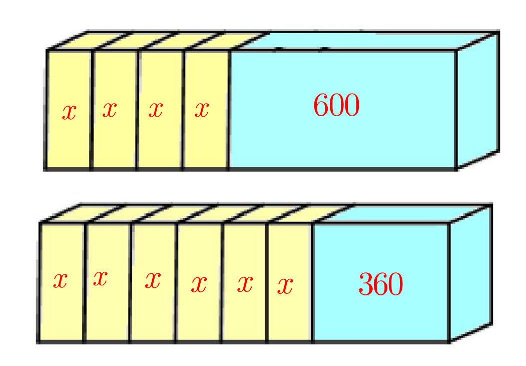
x x x x x x 360

1. أمعن النظر في الشكل واحسب x ذهنياً.

2. حل المعادلة $6x + 360 = 4x + 600$ مبرراً كل مرحلة.

الحل:

للحل ذهنياً يكفي ملاحظة الشكل:



وأن
$$2x = 240$$
$$x = 120$$

حل المعادلة:

$$6x + 360 = 4x + 600$$

- نعزل الحدود التي تضم المجهول x في أحد طرفي المساواة $(=)$، والحدود المستقلة عن x في الطرف الآخر من المساواة، على أن نغير إشارة كل حد منقول: $6x - 4x = 600 - 360$
- نختزل كلاً من طرفي المساواة: $2x = 240$.
- للتخلص من معامل x نقسم كلاً من طرفي المساواة الأخيرة على معامل x: $x = \frac{240}{2}$، لنصل إلى الحل $x = 120$.

5 التعبير عن نصٍ بمعادلة (تشكيل معادلة)

عبر عن كل من النصين السابقين بمعادلة:

① » أضمرُ عدداً x، أضيفُ إليه 15 ، ثم أضاعف الناتج فأحصل على 44 «

② » أحد بعدي مستطيل يساوي ثلاثة أمثال البعد الآخر، ومحيطه يساوي 28 «

الحل:

① $2\times(x+15)=44$

② نفرض أحد بعدي المستطيل x فيكون البعد الآخر $3x$ إذن: $(x+3x)\times 2=28$

6 تعلُّم صياغة النصوص

تأمل النص والحل الذي نفذه أحد التلاميذ، ثم صغْ حلاً بعد الأخذ بمجمل ملاحظات المصحح.

النص: سعر بطاقة الدخول إلى مسرح للبالغ يعادل مِثلي سعر بطاقة الدخول للقاصر. حضرَ الحفلَ المسرحي جمعٌ من 12 بالغاً و 10 قصراً، فدفعوا ثمن بطاقاتهم 2550 ليرة. ما سعر بطاقة دخول بالغ.

حل التلميذ وملاحظات المصحح:

$10x+12\times 2x=2550$ (إلام يرمز x؟ اشرح ما يرمز إليه $2x$)

$34x=2550$ (اكتب التفاصيل التي أوصلتك إلى هذه المساواة)

$x=2550-34$ (أنت غير موفق في هذه الخطوة)

$x=2516$ (عليك بعد الحصول على قيمة x، أن تختم الحل بجملة تعبر بها عما كان مطلوباً)

الحل:

نفرض سعر بطاقة الدخول للقاصر x فيكون سعر بطاقة الدخول للبالغ $2x$

$$10x+12\times 2x=2550$$
$$10x+24x=2550$$
$$34x=2550$$
$$x=\frac{2550}{34}$$
$$x=75$$

سعر بطاقة البالغ $2\times 75=150$ ليرة سورية



للتعمق

7 مثلث جديد

15 dm
11 dm
21 dm

نضيف إلى كلٍ من أضلاع المثلث المرسوم في الشكل المرافق العدد x ذاته مقدراً بالسنتيمترات، بحيث يصبح محيطه مساوياً $48.5\ \text{dm}$. احسب قيمة x.

الحل:

$$15 + x + 11 + x + 21 + x = 48.5$$
$$3x + 47 = 48.5$$
$$3x = 48.5 - 47$$
$$3x = 1.5$$
$$x = \frac{1.5}{3}$$
$$x = 0.5$$

تحويل إلى سنتيمتر: $x = 0.5 \times 10 = 5\text{cm}$

ملاحظة: يمكن حل المسألة بعد تحويل معطيات المسألة جميعها إلى السنتيمتر

8 مقتنيات

اقتنى رامي نماذج من منتجات سيارات السباق وأخرى سياحية.

مقتنياته من سيارات السباق تزيد عن مقتنياته من السيارات السياحية بمقدار 37 .

أعطى أخيه الصغير 5 سيارات سياحية، فأصبح لديه عدد سيارات السباق مثلي عدد السيارات السياحية.

كم كان عدد مقتنياته من كل نوع من السيارات قبل أن يعطي أخيه ؟

الحل:

نفرض أن عدد مقتنياته من السيارات السياحية x فيكون عدد مقتنياته من سيارات السباق $x+37$

عدد مقتنياته من السيارات السياحية بعد أعطى أخيه الصغير 5 سيارات: $x-5$

عدد مقتنياته من سيارات السباق بعد أعطى أخيه الصغير 5 سيارات سياحية: $(x-5)+37 = x+32$

عدد سيارات السباق = 2× عدد السيارات السياحية

$$2\times(x-5)=x+32$$
$$2x-10=x+32$$
$$2x-x=32+10$$
$$2x=42$$
$$x=\frac{42}{2}$$
$$x=21$$

9 استخدام موظفين

عدد الموظفين العاملين في أحد المشاريع يزيد على عدد الموظفات بمقدار 4.

غادرت ثلاث موظفات المشروع فأصبح عدد الموظفين مِثلي عدد الموظفات.

كم كان عدد كلٍ من الموظفين والموظفات في المشروع قبل مغادرة الموظفات الثلاث؟

الحل:

	عدد الموظفات	عدد الموظفين
قبل المغادرة	x	$x+4$
بعد المغادرة	$x-3$	$(x-3)+4=x+1$

عدد الموظفين بعد المغادرة = $2\times$ عدد الموظفات بعد المغادرة

$$2\times(x-3)=x+1$$
$$2x-6=x+1$$
$$2x-x=1+6$$
$$x=7$$

عدد الموظفات قبل المغادرة 7

عدد الموظفين قبل المغادرة 11

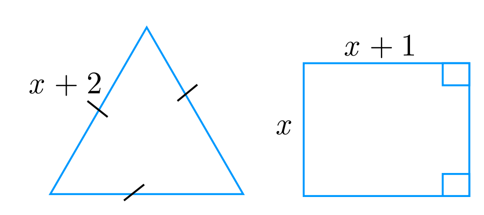
10 محيطان متساويان

في الشكلين التاليين، الأبعاد معطاة بالسنتيمترات.

محيط المستطيل يساوي محيط المثلث المتساوي الأضلاع.

1. احسب قيمة x.

2. احسب المحيط المشترك لكل من الشكلين.



الحل:

محيط المستطيل يساوي محيط المثلث المتساوي الأضلاع

$$3(x+2)=2(x+x+1)$$
$$3x+6=2(2x+1)$$
$$3x+6=4x+2$$
$$3x-4x=2-6$$
$$-x=-4$$
$$x=\frac{-4}{-1}$$
$$x=4$$

المحيط المشترك: $3\times(4+2)=18\text{cm}$

11 أعداد متتالية

أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها يساوي 261.

الحل:

نفرض أن العدد الأول x فيكون العدد الثاني $x+1$ والعدد الثالث $x+2$

مجموع الأعداد $=261$

$$x+x+1+x+2=261$$
$$3x+3=261$$
$$3x=261-3$$
$$3x=258$$
$$x=\frac{258}{3}$$
$$x=86$$

الأعداد: 86,87,88

12 لعبة

هي ذي قاعدةُ لعبةٍ: « نتلقى 150 ليرة سورية إن ربحنا الواقعة وندفع 60 ليرة سورية إن خسرنا الواقعة»

لعبت سناء 25 واقعة فبلغت خسائرها 30 ليرة سورية. كم واقعة ربحتها سناء؟

الحل:

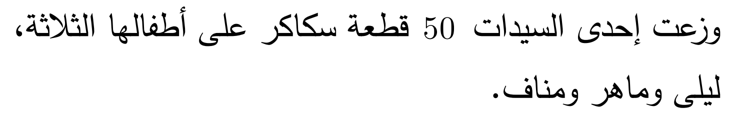
نفرض عدد الواقعات التي ربحتها سناء x فيكون عدد الواقعات التي خسرتها $25-x$

4

$$150 \times x - 60 \times (25 - x) = -30$$
$$150x - 1500 + 60x = -30$$
$$210x - 1500 = -30$$
$$210x = -30 + 1500$$
$$210x = 1470$$
$$x = \frac{1470}{210}$$
$$x = 7$$

عدد الواقعات التي ربحتها سناء 7

13 محاصصة



وزعت إحدى السيدات 50 قطعة سكاكر على أطفالها الثلاثة، ليلى وماهر ومناف.

حصة مناف منها تعادل مثلي حصة ماهر.

حصة ليلى تزيد بخمس قطع عن حصة مناف.

1. احسب عدد قطع السكاكر التي أعطيت لماهر.

2. احسب عدد قطع السكاكر التي أعطيت لكلٍ من مناف وليلى.

الحل:

نفرض أن حصة ماهر من قطع السكاكر x فتكون حصة مناف منها $2x$ وحصة ليلى $2x+5$

$$x + 2x + 2x + 5 = 50$$
$$5x + 5 = 50$$
$$5x = 50 - 5$$
$$5x = 45$$
$$x = \frac{45}{5}$$
$$x = 9$$

حصة ماهر من قطع السكاكر 9 فتكون حصة مناف منها 18 وحصة ليلى 23 قطعة.

14 رحلة

قررت إدارة إحدى مدارس دمشق إقامة رحلة طلاب الصف الثامن إلى بلدة زحلة في بقاع لبنان. عند وصولها إلى موقع الجمارك السورية (في جديدة يابوس) كانت قد قطعت ثُلثي المسافة بين دمشق وزحلة،

وبين موقع الجمارك السورية وموقع الجمارك اللبنانية تم قطع ربع المسافة بين موقع الجمارك السورية وبلدة زحلة. وفي موقع الجمارك اللبنانية سأل مشرف الرحلة أحد سكان المنطقة عن المسافة الباقية إلى زحلة، فأجاب $15\ \text{km}$ بالتأكيد.

1. احسب المسافة بين دمشق وزحلة.

2. احسب مسافة كلٍ من مرحلتي الرحلة، الأولى من دمشق إلى موقع الجمارك السورية والثانية بين موقعي الجمارك السورية والجمارك اللبنانية .

الحل:

الرحلة مؤلفة من المراحل الآتية:

الأولى من دمشق إلى موقع الجمارك السورية والثانية بين موقعي الجمارك السورية والجمارك اللبنانية والثالثة بين موقعي الجمارك اللبنانية وزحلة.

نفرض أن المسافة بين دمشق وزحلة هي x

تكون المسافة من دمشق إلى موقع الجمارك السورية $\frac{2}{3}x$ و المسافة بين موقع الجمارك السورية وبلدة زحلة $\frac{1}{3}x$

أما المسافة بين موقع الجمارك السورية وموقع الجمارك اللبنانية $\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}x=\frac{1}{12}x$

إذاً يمكن أن نكتب المعادلة $x=\frac{2}{3}x+\frac{1}{12}x+15$ التي تعبر عن المسافة بين دمشق وزحلة

نحل المعادلة الناتجة:

$$x=\frac{2}{3}x+\frac{1}{12}x+15$$
$$x-\frac{2}{3}x-\frac{1}{12}x=15$$
$$\frac{12}{12}x-\frac{8}{12}x-\frac{1}{12}x=15$$
$$\frac{3}{12}x=15$$
$$x=\frac{15}{\frac{3}{12}}$$
$$x=15\times\frac{12}{3}$$
$$x=60$$

4

المسافة بين دمشق وزحلة 60km

المسافة من دمشق إلى موقع الجمارك السورية $\frac{2}{3}\times 60 = 40\text{km}$

المسافة من دمشق إلى موقع الجمارك السورية $\frac{1}{12}\times 60 = 5\text{km}$

15 هدية

بمناسبة عيد ميلاد ليلاس، اتفقت صديقاتها على إهدائها هدية مشتركة، على أن تشترك كل منهن بمبلغ 420 ليرة سورية.

وقبل شراء الهدية المتفق عليها، انضمت لهن صديقتان أخريان، فتبين أنَّ المبلغ المترتب على كل مشتركة في هذه الحالة ولشراء الهدية ذاتها هو 390 ليرة سورية.

1. ما عدد صديقات ليلاس؟

2. ما سعر الهدية؟

الحل:

نفرض أن عدد صديقات ليلاس قبل انضمام الصديقتين x فيكون عدد صديقات ليلاس $x+2$

سعر الهدية قبل انضمام الصديقتين $420x$

سعر الهدية بعد انضمام الصديقتين $390(x+2)$

سعر الهدية لن يتغير إذن:

سعر الهدية بعد انضمام الصديقتين = سعر الهدية قبل انضمام الصديقتين

$$420x = 390(x+2)$$
$$420x = 390x + 780$$
$$420x - 390x = 780$$
$$30x = 780$$
$$x = \frac{780}{30}$$
$$x = 26$$

عدد صديقات ليلاس $26 + 2 = 28$ صديقة

سعر الهدية $420 \times 26 = 10920$ ليرة سورية

16 قصة المجلدات

$ABCD$ هي قاعدة متوازي مستطيلات، ارتفاعه

3 cm وبعدا قاعدته $AB = 6$ cm و $AD = 9$ cm.

E نقطة من القطعة $[BC]$ و F نقطة من القطعة

$[AD]$ تحققان كون الرباعي $AECF$ متوازي أضلاع.

نرمز إلى طول القطعة $[EC]$ بالرمز x.

نتأمل الموشور القائم الذي قاعدته $AECF$ كما يدلنا الشكل المرافق.

احسب قيمة x في الوضع الذي يكون حجم هذا الموشور مساوياً مِثلي حجم المجسم الباقي.

الحل:

حجم الموشور = مساحة القاعدة × الارتفاع

حجم الموشور القائم الذي قاعدته $ABCD$: $V_1 = 6 \times 9 \times 3 = 162\,\text{cm}^3$

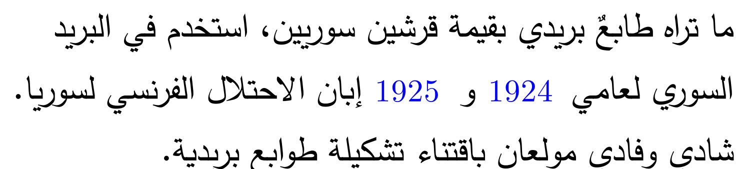
حجم الموشور القائم الذي قاعدته $AECF$: $V_2 = x \times 6 \times 3 = 18x$

حجم المجسم المتبقي: $162 - 18x$

حجم المجسم المتبقي $\times 2 =$ حجم الموشور القائم الذي قاعدته $AECF$

$$18x = 2 \times (162 - 18x)$$
$$18x = 324 - 36x$$
$$18x + 36x = 324$$
$$54x = 324$$
$$x = \frac{324}{54}$$
$$x = 6$$

17 طوابع بريدية



ما تراه طابعٌ بريدي بقيمة قرشين سوريين، استخدم في البريد

السوري لعامي 1924 و 1925 إبان الاحتلال الفرنسي لسوريا.

شادي وفادي مولعان باقتناء تشكيلة طوابع بريدية.



شادي: « لدي 135 طابعاً »

فادي: لو أضفتُ إلى طوابعي ثُلث ما لدي، لنقصني 15 طابعاً عما لديك يا شادي.

ما عدد طوابع فادي ؟

الحل:

نفرض أن عدد طوابع فادي x

المعادلة $x+\frac{1}{3}x=135-15$

نحل المعادلة:

$$x+\frac{1}{3}x=120$$
$$(1+\frac{1}{3})x=120$$
$$\frac{4}{3}x=120$$
$$x=\frac{120}{\frac{4}{3}}$$
$$x=120\times\frac{3}{4}$$
$$x=90$$

عدد طوابع فادي 90 طابعاً

18 مسألة العمر

عمر السيد غازي هو 64 عاماً وعمر ابنه 18 عاماً.

بعد كم سنة يصبح عمر غازي ثلاثة أمثال عمر ابنه ؟

الحل:

نفرض أن عدد السنوات هو x وبالتالي يصبح عمر غازي $x+64$ وعمر ابنه $x+18$

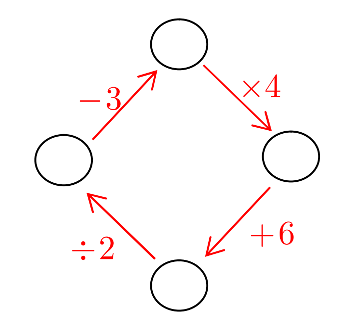
المعادلة: $64+x=3(18+x)$

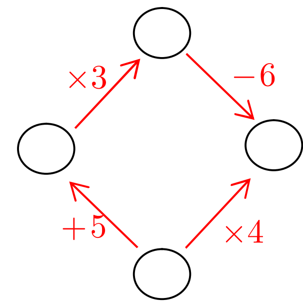
$$64+x=54+3x$$
$$x-3x=54-64$$
$$-2x=-10$$
$$x=\frac{-10}{-2}$$
$$x=5$$

عدد السنوات هو 5

19 أعداد مخفية

انسخ واملأ الخانات الفارغة في كلٍ من المخططين التاليين بأعدادٍ مناسبة.



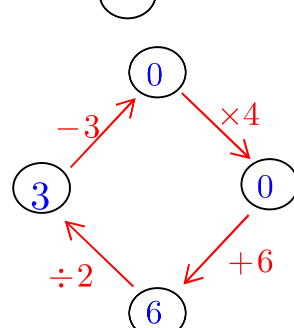


الحل:

المعادلة التي تعبر عن الشكل: $(4x+6)\div 2-3=x$

$$(4x+6)\div 2-3=x$$
$$2x+3-3=x$$
$$2x=x$$
$$2x-x=0$$
$$x=0$$

والمخطط يكون:

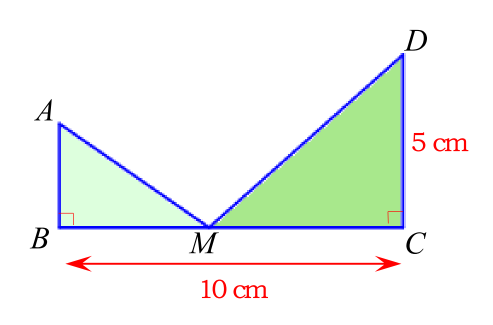


المعادلة التي تعبر عن الشكل: $(x+5)\times 3-6=4x$

$$(x+5)\times 3-6=4x$$
$$3x+15-6=4x$$
$$3x+9=4x$$
$$3x-4x=-9$$
$$-x=-9$$
$$x=9$$

والمخطط يكون

20 اختيار مكان مناسب



في الشكل المرافق:

M نقطةٌ من القطعة المستقيمة $[BC]$.

نريد معرفة موضع النقطة M بحيث تتساوى مساحتا المثلثين ABM و DCM.

نرمز إلى طول $[BM]$ بالرمز x بالسنتيمترات وبالرمز $\mathcal{A}_1$ إلى مساحة المثلث ABM بالسنتيمترات المربعة، وبالرمز $\mathcal{A}_2$ إلى مساحة المثلث DCM بالسنتيمترات المربعة.

1. احسب كلاً من $\mathcal{A}_1$ و $\mathcal{A}_2$ بدلالة x.

2. استخدم معادلةً تعبِّرْ عن تساوي المساحتين $\mathcal{A}_1$ و $\mathcal{A}_2$.

3. حل هذه المعادلة وأنجز حل المسألة.

الحل:

بما أننا $BM = x$ فإن $MC = 10 - x$

1. نعلم أن مساحة المثلث القائم تساوي نصف جداء طولي ضلعيه القائمين.

مساحة المثلث ABC : $A_1 = \frac{1}{2} \times AB \times BM = \frac{1}{2} x \times 3 = \frac{3}{2} x$

مساحة المثلث DCM : $A_2 = \frac{1}{2} \times MC \times CD = \frac{1}{2} \times (10 - x) \times 5 = 25 - \frac{5}{2} x$

المشكلة هنا معرفة طول $[AB]$ لنفترض أن $MC = 4\text{cm}$ مثلاً ، تكون $BM = 6\text{cm}$ ومنه

مساحة المثلث ABC : $A_1 = \frac{1}{2} \times AB \times 6 = 3 \times AB$ نرمز لطول $[AB]$ بـ y فتكون $A_1 = 3y$

مساحة المثلث DCM : $A_2 = 25 - \frac{5}{2} \times 4 = 20\text{cm}^2$ ، وبما أن المساحتين متساويتين فإن:

$$3y = 20$$

$$y = \frac{20}{3}$$

إذن $AB = \frac{20}{3}$

تكون مساحة المثلث ABC : $A_1 = \frac{1}{2} \times x \times \frac{20}{3} = \frac{10}{3}x$

2. إن $A_1 = A_2$ إذن: $\frac{10}{3}x = 25 - \frac{5}{2}x$

$$\frac{10}{3}x = 25 - \frac{5}{2}x$$
$$\frac{10}{3}x + \frac{5}{2}x = 25$$
$$(\frac{10}{3} + \frac{5}{2})x = 25$$
$$\frac{35}{6}x = 25$$
$$x = \frac{25}{\frac{35}{6}} = 25 \times \frac{6}{35} = \frac{30}{7}$$

إذاً موضع النقطة M يتحدد بـ: $BM = \frac{30}{7}$

21 التحقق من الحل



محيط المثلث المرسوم يدوياً من قبل أحد التلاميذ يساوي $16\ \text{cm}$.

1. كم يجب أن يكون طول $[AB]$ ؟

2. أيوجد مثل هذا المثلث؟ لماذا ؟

الحل:

المثلث متساوي الساقين إذن $AB = AC$ نفرض $AB = AC = x$

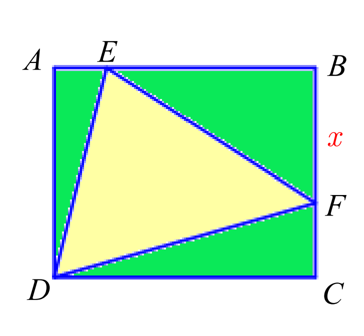
محيط المثلث $16\ \text{cm}$

$$x + x + 8 = 16$$
$$2x + 8 = 16$$
$$2x = 16 - 8$$
$$2x = 8$$
$$x = \frac{8}{2} = 4$$

إذن $AB = 4$

نعلم أن طول ضلع المثلث أصغر من مجموع طولي الضلعين الآخرين وهذا غير محقق في مسألتنا لأن $4 + 4 = 8$ إذاً لا وجود لذلك المثلث .

22 مثلث علمت مساحته



$ABCD$ مستطيل. $AB = 5 \text{ cm}$ و $AD = 4 \text{ cm}$.

E نقطة من $[AB]$ تحقق $AE = 1\ cm$.

F نقطة من $[BC]$.

نرمز إلى طول $[BF]$ بالرمز x مقدراً بالسنتيمترات.

1. احسب مساحة المثلث AED.

2. عبِّرْ عن مساحة كل من المثلثين EBF و DFC بدلالة x.

3. أثبت أنَّ مساحة المثلث EDF بالسنتيمترات المربعة هي $8 + 0.5\ x$.

4. حل المعادلة $8 + 0.5\ x = 9.5$.

5. ارسم الشكل في الحالة التي تكون فيها مساحة المثلث EDF مساوية 9.5 cm^2.

الحل:

1. المثلث AED قائم الزاوية ونعلم أن مساحة المثلث القائم تساوي نصف جداء طولي ضلعيه القائمين.

مساحة المثلث AED: $\frac{1}{2} \times AE \times AD = \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2\text{cm}^2$

2. المثلث EBF قائم، إذن مساحة المثلث EBF: $\frac{1}{2} \times BF \times EB = \frac{1}{2} \times x \times 4 = 2x$

المثلث DFC قائم، إذن مساحة المثلث DFC: $\frac{1}{2} \times DC \times CF = \frac{1}{2} \times 5 \times (4-x) = 10 - 2.5x$

3. مساحة المثلث EDF ناتج طرح مجموع مساحات المثلثات EBF ، AED ، DFC من مساحة المستطيل $ABCD$.

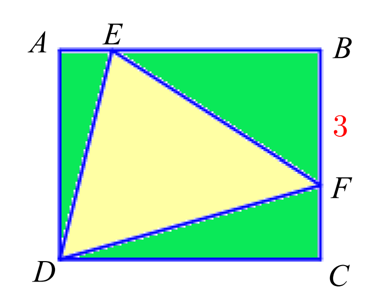
مساحة المستطيل $ABCD$: $AD \times AB = 4 \times 5 = 20\text{cm}^2$ لنحسب الآن مساحة المثلث EDF:

$$20 - (2 + 2x + 10 - 2.5x) = 20 - (12 - 0.5x) = 20 - 12 + 0.5x = 8 + 0.5x$$

.4

$$8 + 0.5\ x = 9.5$$
$$0.5x = 9.5 - 8$$
$$0.5x = 1.5$$
$$x = 3$$

5. نرسم الشكل على أن نضع $x = 3$




الوحدة الخامسة
النســبة والتناســب
1 التناسب والتمثيل البياني
2 السرعة الوسطى
3 النسبة المئوية

انطلاقة نشطة

في كلٍ مما يأتي، واحدة فقط من الإجابات ① و ② و ③ صحيحة، أشر إليها.

① الجدول الذي تتناسب أعداد السطر الأول مع أعداد السطر الثاني هو

①

20	4	8
107	17	7

②

0.4	28	12
0.7	50	21

③

20	4	8
15	3	6

② في الجدول الآتي الأثمان بالليرات السورية متناسبة مع الكتل بالكيلوغرامات.

24	14	8	الكتلة (بالكيلوغرام)
3600	x	1200	الثمن (بالليرات)

معامل التناسب هو ① 150 ② 160 ③ 140

③ في الجدول السابق الأثمان متناسبة مع الكتل، فقيمة x هي

① 2600 ② 2100 ③ 2110

④ ساعة و 18 دقيقة تساوي ... ① 1.18 ساعة ② 1.2 ساعة ③ 1.3 ساعة.

⑤ سعر كنزة هو 3600 ليرة سورية، وفي فترة التنزيلات نقص سعرها 5 %.

فسعر الكنزة يصبح ① 3480 ليرة سورية ② 3420 ليرة سورية ③ 3500 ليرة سورية

⑥ 125 % من 320 يساوي ... ① 4000 ② 40 ③ 400

⑧ عدد الطلبة في أحد الصفوف هو 25 ، منهم 10 طلاب. فالطلاب يشكلون

① 0.40 % من الطلبة ② 4 % من الطلبة ③ 40 % من الطلبة

⑨ سعر علبة بسكويت هو 120 ليرة سورية، وبعد ارتفاع الأسعار أصبح سعرها 132 ليرة سورية،

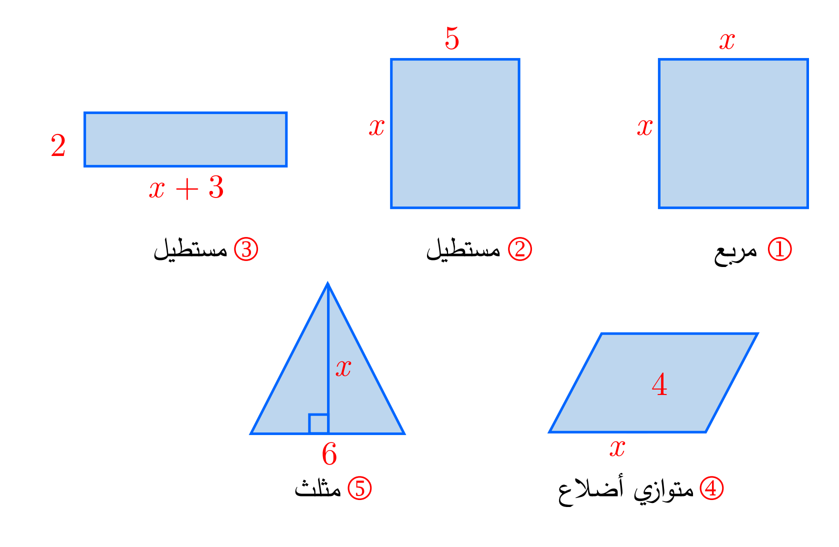
فالنسبة المئوية لازدياد سعر علبة البسكوت هي ① 0.2 % ② 10 % ③ 1.1 %

1 التناسب والتمثيل البياني

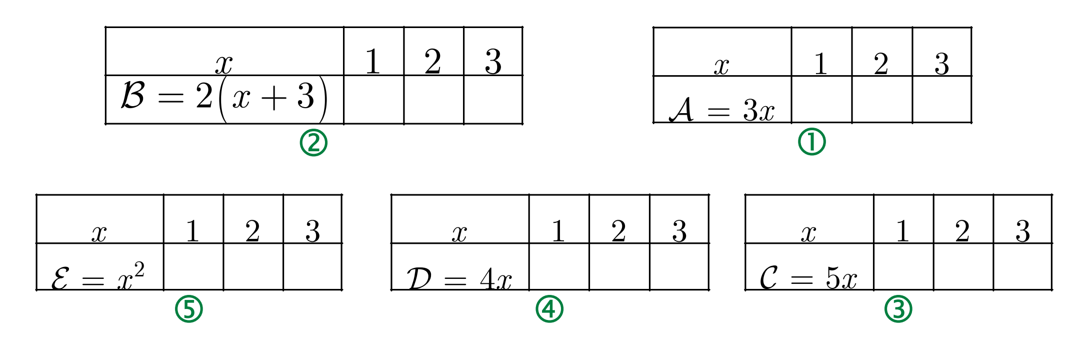


1. « جداول تناسبية وأخرى ليست تناسبية »

فيما يأتي خمسة أشكال هندسية مساحاتها تابعة لطولٍ متغيرٍ x.



وخمسة جداول تعبّر عن مساحات تلك الأشكال حسب قيم x.



①

x	1	2	3
$\mathcal{A}=3x$			

②

x	1	2	3
$\mathcal{B}=2(x+3)$			

③

x	1	2	3
$\mathcal{C}=5x$			

④

x	1	2	3
$\mathcal{D}=4x$			

⑤

x	1	2	3
$\mathcal{E}=x^2$			

1. طابق بين كل شكل والجدول الموافق له.

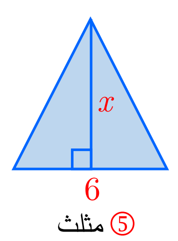
2. انسخ الجداول الخمسة وأكمل مضامينها.

3. من بين تلك الجداول، أيها جداول تناسبية؟

الحل:

x	1	2	3
$\mathcal{A} = 3x$	3	6	9

①



⑤ مثلث

جدول تناسب

x	1	2	3
$\mathcal{B} = 2(x+3)$	8	10	12

②

2

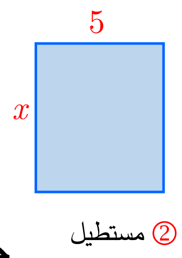
$x + 3$

③ مستطيل

ليس جدول تناسب

x	1	2	3
$\mathcal{C} = 5x$	5	10	15

③

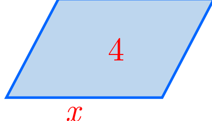


② مستطيل

جدول تناسب

x	1	2	3
$\mathcal{D} = 4x$	4	8	12

④

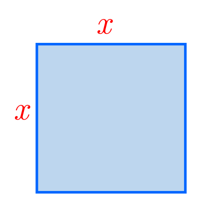


④ متوازي أضلاع

جدول تناسب

x	1	2	3
$\mathcal{E} = x^2$	1	4	9

⑤

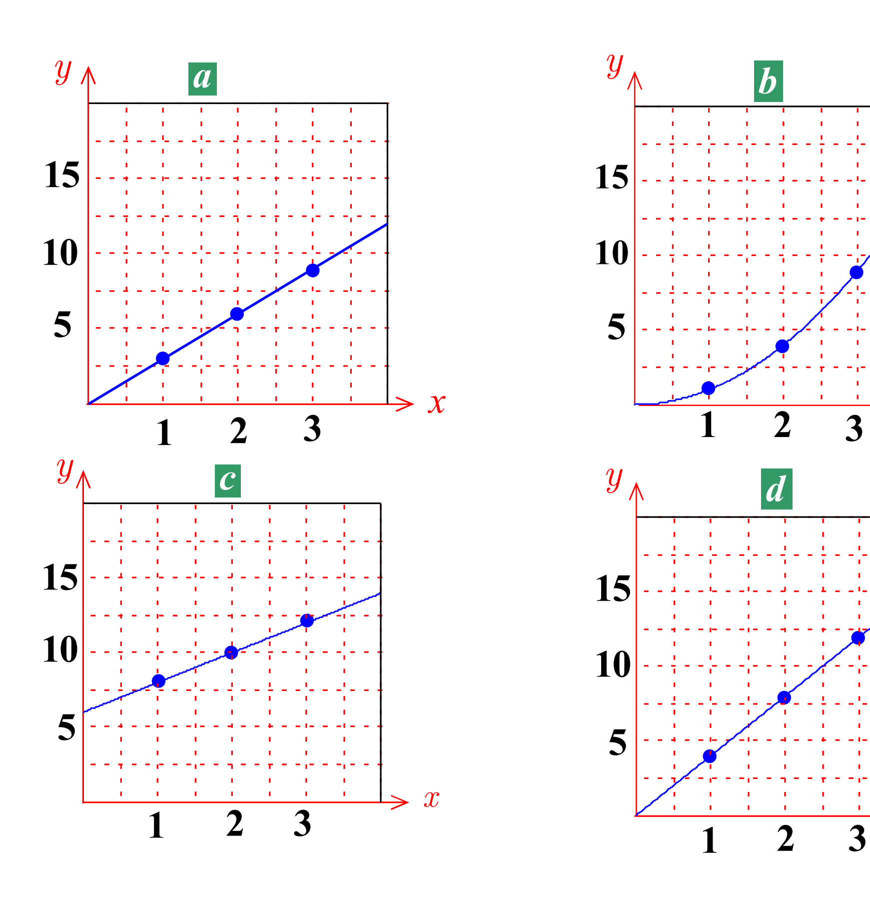


① مربع

ليس جدول تناسب

2. « تمثيل بياني »

هي ذي خمسة خطوط بيانية تمثل الجداول السابقة ① ; ② ; ③ ; ④ ; ⑤.



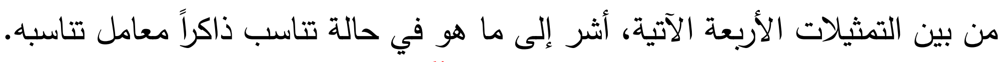
1. طابق بين كل بيان والجدول الموافق له.

2. كيف يمكنك تمييز الخطوط البيانية التناسبية؟

الحل:

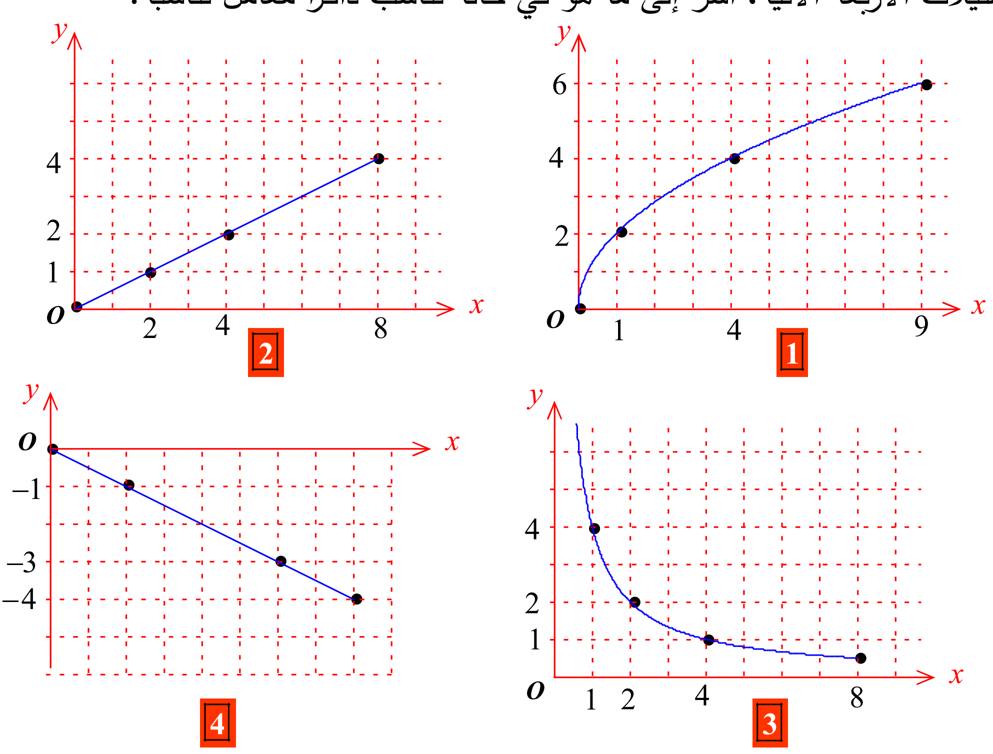
1. $a \leftarrow$ ① ; $c \leftarrow$ ② ; $e \leftarrow$ ③ ; $d \leftarrow$ ④ ; $b \leftarrow$ ⑤

2. يمكننا تمييز الخطوط البيانية التناسبية كونها مستقيم مار من مبدأ الإحداثيات.



تحقق من فهمك

من بين التمثيلات الأربعة الآتية، أشر إلى ما هو في حالة تناسب ذاكراً معامل تناسبه.



الحل:

التمثيل البياني 2 حالة تناسب، معامل تناسبه $\frac{1}{2}$

إذا كان

x	a	b	c
y	a'	b'	c'

جدول تناسب، كانت النسبة $\frac{y}{x}$ ثابتة.

والعدد الثابت $\frac{y}{x}$ يسمى **معامل التناسب.**



تدرب

① تأمل الجدول الآتي الذي يتضمن الرواتب الشهرية لأربعة موظفين مستأجرين منازل بأجور سنوية (الوحدة النقدية هي الليرة السورية).

الراتب الشهري	24 000	26 000	28 000
الأجرة السنوية	144 000		

إذا علمت إنَّ أجور السكن متناسبة مع الرواتب السنوية.

أولاً:

1. أيٌّ من الأعداد 3 , 6 , 9 هو معامل التناسب؟

2. انسخ الجدول السابق وأكمله.

ثانياً:

1. نظِّم جدولاً مماثلاً بالرواتب الشهرية وأجور السكن الشهرية.

2. هل الرواتب الشهرية متناسبة مع أجور السكن الشهرية. ما معامل التناسب؟

3. مثِّل بيانات هذا الجدول بيانياً.

الحل:

1. معامل التناسب 6 لأن $144\,000 \div 24\,000 = 6$

2. انسخ الجدول السابق وأكمله.

الراتب الشهري	24 000	26 000	28 000
الأجرة السنوية	144 000	156 000	168 000

ثانياً:

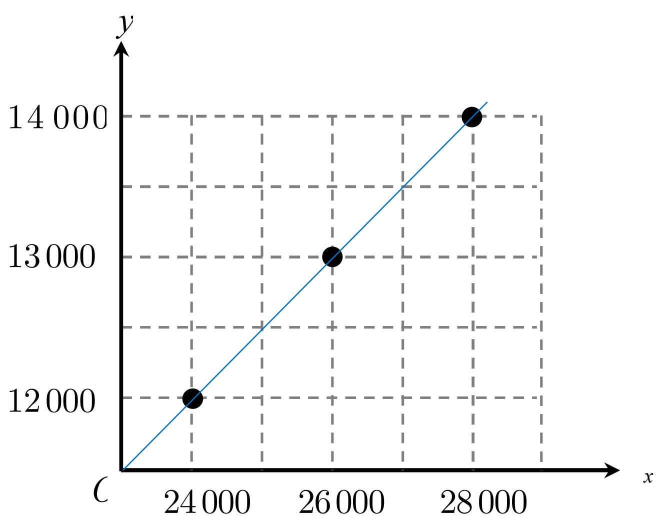
1. نظِّم جدولاً مماثلاً بالرواتب الشهرية وأجور السكن الشهرية.

الراتب الشهري	24 000	26 000	28 000
الأجرة الشهرية	12 000	13 000	14 000

2. هل الرواتب الشهرية متناسبة مع أجور السكن الشهرية. ما معامل التناسب؟

نعم ، معامل التناسب 0.5

3. مثِّل بيانات هذا الجدول بيانياً.



② أراد أحد هواة الحاسب اختبار سرعة كتابته على شاشة حاسبه، فوجد النتائج الآتية:

780	600	420	عدد الكلمات
13	10	7	الزمن بالدقائق

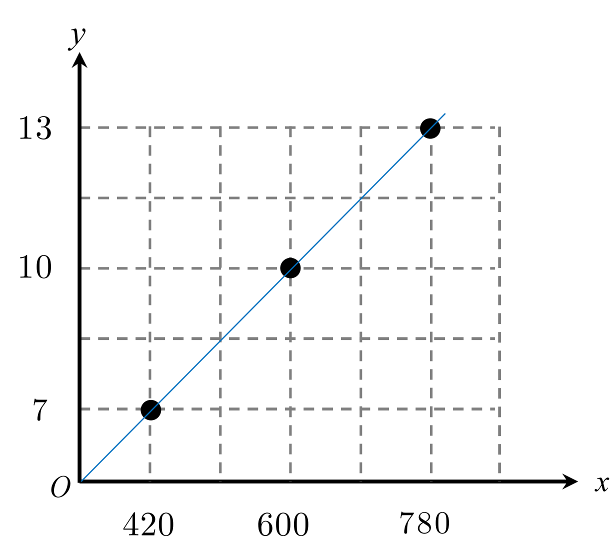
1. هل الأزمنة المستغرقة متناسبة مع عدد الكلمات المكتوبة. ما معامل التناسب؟

2. مثِّل مفردات هذا الجدول بيانياً

الحل:

إن $\frac{1}{60} = \frac{13}{780} = \frac{10}{600} = \frac{7}{420}$ وبالتالي الأزمنة المستغرقة متناسبة مع عدد الكلمات المكتوبة

معامل التناسب $\frac{1}{60}$



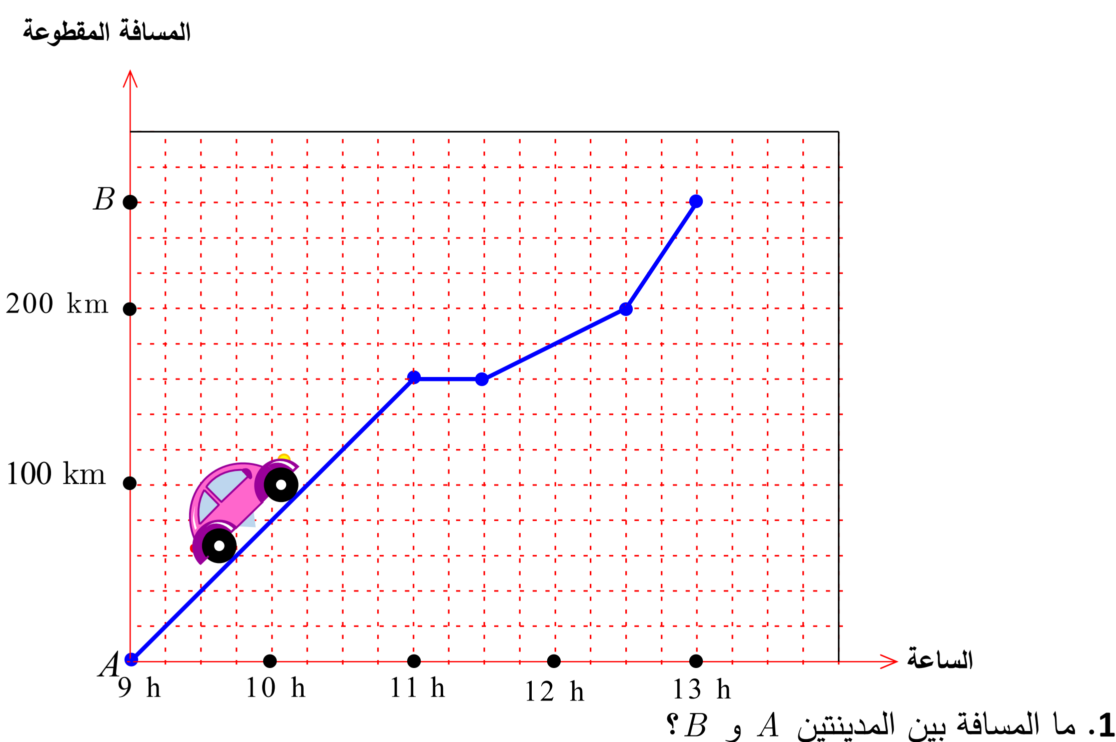
2 السرعة الوسطى



نشاط « حساب السرعات الوسطى وصولاً إلى الصيغة $d = v \cdot t$ »

1. « قراءة خط بياني »

الخط البياني المرسوم أدناه، تمثيل لانتقال سيارة بين مدينتين A و B.



1. ما المسافة بين المدينتين A و B؟

2. في أية ساعة انطلقت السيارة من المدينة A؟ وفي أية ساعة وصلت إلى المدينة B؟

3. ما المسافة التي قطعتها السيارة من الساعة الحادية عشرة حتى الساعة الثالث عشرة؟

4. هل انتقلت السيارة في الفترة ما بين الساعة الحادية عشرة والحادية عشرة والنصف؟

الحل:

1. المسافة بين المدينتين A و B تساوي 260km

2. انطلقت السيارة من المدينة A في الساعة 9 صباحاً

وصلت إلى المدينة B في الساعة الثالث عشرة

3. المسافة التي قطعتها السيارة من الساعة الحادية عشرة حتى الساعة الثالث عشرة

$260 - 160 = 100\text{km}$

4. كلا لم تنتقل السيارة في الفترة ما بين الساعة الحادية عشرة والحادية عشرة والنصف

2. « صيغة »

إذا كان d رمزاً للمسافة المقطوعة بالكيلومترات، وكان t الزمن المستغرق بالساعات، وكان v رمزاً للسرعة الوسطى بالكيلومتر في الساعة، لكان $d = v \cdot t$.

من الساعة التاسعة حتى الحادية عشرة، قطعت السيارة مسافة $160\ \text{km}$، علماً بأنَّ سرعتها لم تكن ثابتة (نقول إنَّ حركتها غير منتظمة). يمكننا القول أن السيارة سارت بمعدل $80\ \text{km}$ في الساعة (نقول إنَّ سرعتها الوسطى هي $80\ \text{km}$ في الساعة، والتعبير الرمزي لقولنا هو $80\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ أو $80\ \text{km} / \text{h}$).

1. ما السرعة الوسطى للسيارة ما بين الساعة الحادية عشرة والنصف والثانية عشرة والنصف؟ وما بين الساعة الثانية عشرة والنصف والثالث عشرة؟

2. ما السرعة الوسطى للسيارة ما بين الساعة التاسعة والثالث عشرة؟

الحل:

1. لدينا $d = 200 - 160 = 40\text{km}$ و $t = 12.5 - 11.5 = 1\text{h}$ إذن السرعة الوسطى للسيارة ما بين الساعة الحادية عشرة والنصف والثانية عشرة والنصف هي 40km/h.

وبين الساعة الثانية عشرة والنصف والثالث عشرة يكون: $d = 260 - 200 = 60\text{km}$ و $t = 13 - 12.5 = 0.5\text{h}$ إذن السرعة الوسطى للسيارة 120km/h

2. لدينا $d = 260\text{km}$ و $t = 4\text{h}$ إذن السرعة الوسطى للسيارة ما بين الساعة الحادية عشرة والنصف والثانية عشرة والنصف هي 65km/h.

.3 « مسيرة عودة »

أنهت السيارة مسيرة عودتها من B إلى A بسرعة وسطى مقدارها $80\ \text{km / h}$.

1. احسب مدة هذه المسيرة.

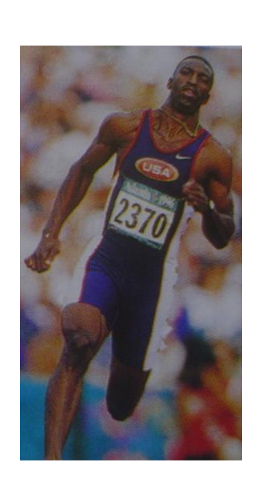
2. احسب السرعة الوسطى للسيارة ذهاباً وإياباً مقرباً الجواب إلى خانة عشرية واحدة.

الحل:

لدينا $d = 260\text{km}$ و $v = 80\ \text{km / h}$ مدة هذه المسيرة 3.25h

لدينا $d = 520\text{km}$ و $t = 7.25\text{h}$ السرعة الوسطى للسيارة ذهاباً وإياباً: 71.7km/h

.4 « في ألعاب القوى »



في سباقِ جريٍ، قطع متسابقٌ مسافة $200\ \text{m}$ في عشرين ثانية.

1. ما سرعته الوسطى مقدرة بالأمتار في الثانية؟

2. بهذه السرعة الوسطى، ما المسافة التي يقطعها

① في دقيقة؟ ② في ساعة؟ ③ في يوم؟

3. ما سرعته الوسطى؟ مقدرة بالوحدات الآتية

① (m/min) ② (km / h) ③ كيلو متر في اليوم

4. بعض هذه الوحدات غير ملائمة. ما تعليقك؟

الحل:

سرعته الوسطى مقدرة بالأمتار في الثانية: $\frac{200}{20} = 10\text{m/s}$

المسافة التي يقطعها

① في دقيقة: $10 \times 60 = 600\text{m}$

② في ساعة $10 \times 3600 = 36000\text{m}$

③ في يوم: $10 \times 86400 = 864000\text{m}$

سرعته الوسطى مقدرة بالوحدات الآتية:

① (m/min) نحول الثواني إلى دقائق: $20 \div 60 \simeq 0.3$ ، سرعته الوسطى $200 \div 0.3 \simeq 666.7\text{m/min}$

② (km / h) نحول المسافة إلى كيلومتر: $200 \div 1000 = 0.2\text{km}$ نحول الثواني إلى ساعة:

$20 \div 3600 \simeq 0.05\text{h}$ سرعته الوسطى $0.2 \div 0.05 = 4\text{km/h}$

5

③ كيلومتر في اليوم: نحول المسافة إلى كيلومتر: $200 \div 1000 = 0.2\text{km}$ نحول الثواني إلى يوم:

$20 \div 86400 \simeq 0.0002\text{d}$ سرعته الوسطى $0.2 \div 0.0002 \simeq 1000\text{km/d}$

لابد من تعرّف وحدات السرعة ليصار إلى اختيار أفضلها حسب وحدات الزمن والمسافة.

تحقق من فهمك

① تطير طائرة بسرعة وسطى $9\,000 \text{ km/h}$ لمدة ساعة و 24 دقيقة. ما المسافة التي قطعتها الطائرة؟

الحل:

بما أن السرعة الوسطى معطاة بـ كيلومتر في الساعة لذا نجري التحويل:

$24 \text{ min} = 24 \div 60 = 0.4 \text{ h}$ إذن الزمن $t = 1 + 0.4 = 1.4\,\text{h}$

المسافة التي قطعتها الطائرة $d = v \cdot t = 9000 \times 1.4 = 12600\,\text{km}$

② يقطع أحد الجنود، مسافة 1.9 km خلال 40 s (40 ثانية). ما السرعة الوسطى للجندي مقدراً

بالمتر في الثانية؟ (m/s)

الحل:

نجري التحويل: $1.9 \text{ km}=1.9 \times 1000=1900\,\text{m}$

السرعة الوسطى للجندي مقدراً بالمتر في الثانية: $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{1\,900 \text{ m}}{40 \text{ s}} = 47.5 \text{ m / s}$

③ يقدر العلماء أنَّ سرعة الديناصورات جرياً كانت بحدود 36 km / h.

احسب هذه السرعة مستخدماً الوحدة m / s.

الحل:

نجري التحويلين الآتيين: $1\text{h}=1 \times 3600 = 3600\text{s}$, $36 \text{ km}=36 \times 1000=36000\text{m}$

سرعة الديناصورات $v = \frac{d}{t} = \frac{36\ 000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 10 \text{ m / s}$



تدرب

① قطعَ راكب دراجة على مسارٍ دائري 8 دورات بسرعة وسطى قدرها 30 km / h.

1. ما المسافة التي قطعها؟

2. احسب، بدلالة π، نصف قطر دائرة المسار.

الحل:

② في أحد أحواض السباحة، قطع سبّاح مسافة 140 m خلال دقيقتين و 14 ثانية.

1. احسب السرعة الوسطى لهذا السبّاح مقدرة بالكيلومتر في الساعة.

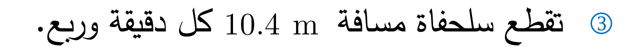
2. قرب هذه السرعة إلى أقرب وحدة صحيحة.

الحل:

نجري التحويلين: $140 \text{ m} = 140 \div 1000 = 0.14 \text{ km}$ و

$$2 \text{ min} + 14 \text{ s} = 2 \times \frac{1}{60} + 14 \times \frac{1}{3600} = \frac{120 + 14}{3600} = \frac{134}{3600} \simeq 0.04 \text{ h}$$

السرعة الوسطى لهذا السبّاح مقدرة بالكيلومتر في الساعة: $v = \frac{d}{t} = \frac{0.14 \text{ km}}{0.04 \text{ h}} = 3.5 \text{ km / h}$



③ تقطع سلحفاة مسافة 10.4 m كل دقيقة وربع.



1. احسب المسافة التي تقطعها السلحفاة في نصف ساعة.

2. احسب السرعة الوسطى للسلحفاة مستعملاً (m / h).

الحل:

1. نجري التحويل: $0.5 \text{h} = 0.5 \times 60 \text{ min} = 30 \text{ min}$ نحسب معامل التناسب: $\frac{30}{1.25} = 24$

5

المسافة التي تقطعها السلحفاة في نصف ساعة: $10.4 \times 24 = 249.6\,\text{m}$

2. نجري التحويل $1.25\,\text{min} = 1.25 \div 60\text{h} \simeq 0.02\text{h}$

السرعة الوسطى للسلحفاة $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{10.4\ \text{m}}{0.02\ \text{h}} = 520\ \text{m / h}$

④ سارت سيارة من الساعة 11 والدقيقة 18 حتى الساعة 12.

1. احسب (بالساعات) الزمن الذي استغرقته السيارة.

2. إذا علمت أنَّ السرعة الوسطى للسيارة كانت محصورة بين $70\ \text{km / h}$ و $80\ \text{km / h}$،

أوجد حصراً للمسافة التي قطعتها السيارة.

الحل:

1. نجري التحويل: $18\,\text{min} = 18 \div 60\text{h} = 0.3\text{h}$

الزمن الذي استغرقته السيارة: $12 - (11 + 0.3) = 12 - 11.3 = 0.7\text{h}$

2. $d_1 = v \cdot t = 70 \times 0.7 = 49\text{km}$ و $d_2 = v \cdot t = 80 \times 0.7 = 56\text{km}$

المسافة التي قطعتها السيارة محصورة بين 49km و 56km

⑤ اجرِ التحويلات الآتية.

1. ثلاث ساعات وإحدى عشرة دقيقة إلى دقائق.
2. خمس ساعات وتسعة بالعشرة من الساعة إلى دقائق.
3. خمس ساعات وخمس عشرة دقيقة إلى ساعات.
4. تسع دقائق وثلاث وعشرون ثانية إلى ثوان.

الحل:

1. ثلاث ساعات وإحدى عشرة دقيقة إلى دقائق: $3 \times 60 + 11 = 180 + 11 = 191\,\text{min}$

2. خمس ساعات وتسعة بالعشرة من الساعة إلى دقائق: $5.9 \times 60 = 354\,\text{min}$

3. خمس ساعات وخمس عشرة دقيقة إلى ساعات: $5+(15\div 60)=5+0.25=5.25\text{h}$

4. تسع دقائق وثلاث وعشرون ثانية إلى ثوان: $9\times 60+23=563\text{s}$

⑥ يزحف حلزون بسرعة $15\ \text{cm}/\text{min}$. احسب سرعته مستخدماً الوحدة km/h ومقرباً الجواب لثلاثة منازل عشرية.

الحل:

نجري التحويلين: $15\ \text{cm}=15\times\frac{1}{100\,000}=\frac{15}{100\,000}\text{km}$ و $1\,\text{min}=1\times\frac{1}{60}\text{h}=\frac{1}{60}\text{h}$

السرعة: $v=\frac{d}{t}=\frac{\frac{15}{100\,000}\ \text{km}}{\frac{1}{60}\ \text{h}}=\frac{15}{100\,000}\times 60=0.009\ \text{km}/\text{h}$

5

③ النسبة المئوية



حل النشاط « العمل على النسب المئوية والقيم الفعلية »

تمثّلُ الجدول الآتي والذي يحصي طلبة أحد المعاهد حسب أعمارهم

عدد الطلبة	أعمار الطلبة
3 600	① 16 – 20 سنة
2 400	② 21 – 25 سنة

والطلبة الذين يتعلمون اللغة الفرنسية يشكلون $30\ \%$ من الفئة ① و $40\ \%$ من الفئة ② .

1. ما عدد الطلبة الذين يتعلمون الفرنسية من كل فئة؟

2. لاحظ $70\ \% = 40\ \% + 30\ \%$، فهل الذين يتعلمون الفرنسية يشكلون $70\ \%$ من طلبة المعهد؟

3. ما عدد طلاب المعهد الذين يتعلمون الفرنسية؟ وما نسبتهم المئوية؟

الحل:

1. من الفئة ①: $\frac{30\times3600}{100}=1080$ ، من الفئة ②: $\frac{40\times2400}{100}=960$

2. عدد طلبة المعهد: $3600+2400=6000$ ، $\frac{70\times6000}{100}=4200$ كلا لأن

$$1080+960=2040\neq4200$$

3. عدد طلاب المعهد الذين يتعلمون الفرنسية: $1080+960=2040$

نسبتهم المئوية $\frac{2040}{6000}\times100=34\%$

تعلم

عدد الطالبات في أحد المعاهد 45، ويشكلن $18\ \%$ من مجموع طلبة المعهد.

لمعرفة عدد طلبة المعهد وليكن x، نستخدم القاعدة الثلاثية

$$\begin{matrix} 100 & 18 \\ x & 45 \end{matrix}$$

لنجد أن عدد طلبة المعهد $250 = \frac{5\times100}{2} = \frac{\cancel{45}\times100}{\cancel{18}} = x$



مثال اشترت رانيا آلة حاسبة بمبلغ 4000 ليرة سورية، وبعد ازدياد الأسعار بنسبة $12.5\ \%$، اشترت صديقتها تالا آلة مماثلة.

لمعرفة السعر الجديد للآلة، نحسب الزيادة x التي تضاف للسعر القديم

$$\begin{matrix} 100 & 12.5 \\ 4000 & \end{matrix}$$

إذن $500 = \frac{4000 \times 12.5}{100} = x$ فالسعر الجديد للآلة يساوي $4000 + 500 = 4500$ ليرة سورية.

اكتســاب معــارف

كيف نحسب نسبة مئوية؟

مثال يضم أحد الصفوف 20 طالبة و 10 طلاب. في امتحان الرياضيات نال 65 % من الطالبات و 50 % من الطلاب درجة (امتياز). ما النسبة المئوية لطلبة الصف الذين نالوا درجة (امتياز)؟

الحل:

- $13 = 20 \times \frac{65}{100}$، إذن 13 طالبة نالوا درجة (امتياز) .
- $5 = 10 \times \frac{50}{100}$، إذن 5 طلاب نالوا درجة (امتياز) .
- عدد الطلبة الذين نالوا (امتياز) يساوي $13 + 5 = 18$
- إذن 18 شخصاً من أصل $20 + 10 = 30$ نالوا درجة (امتياز) .
- نستخدم القاعدة الثلاثية

30	18
100	x

فنجد $60 = \frac{18 \times 100}{30} = x$ وبهذا فإنّ 60 % من الطلبة نالوا درجة امتياز.

حل تحقق من فهمك

① لدى رغد 7 أسطوانات موسيقا كلاسيكية، وهي تشكل 35 % من مجموعة الأسطوانات التي تقتنيها. ما عدد جميع الأسطوانات في المجموعة التي تقتنيها رغد؟

الحل:

نستخدم القاعدة الثلاثية:

35	7
100	x

عدد جميع الأسطوانات في المجموعة $20 = \frac{7 \times 100}{35} = x$

② في صالة عرض للأدوات الكهربائية، عُرض جهاز تصوير بسعر 540 25 ليرة سورية. وبعد فترة ارتفع سعر الجهاز بمقدار 15 %. ما السعر الجديد لجهاز التصوير؟

الحل:

لمعرفة السعر الجديد لجهاز التصوير، نحسب الزيادة x التي تضاف للسعر القديم

100	15
25 540	x

5

إذن $3831 = \frac{25540 \times 15}{100} = x$ فالسعر الجديد لجهاز التصوير يساوي $29281 = 3831 + 25\,450$ ليرة سورية.

③ يضم نادٍ رياضي 50 لاعبة و 75 لاعباً. $70\,\%$ من اللاعبات و $80\,\%$ من اللاعبين يزيد أعمارهم عن 20 سنة. احسب النسبة المئوية لأعضاء النادي ممن يزيد أعمارهم عن 20 سنة.

الحل:

نحسب عدد اللاعبات ممن يزيد أعمارهم عن 20 سنة، نستخدم القاعدة الثلاثية:

70 ... x

100 ... 50

$$x = \frac{50 \times 70}{100} = 35$$

نحسب عدد اللاعبين ممن يزيد أعمارهم عن 20 سنة، نستخدم القاعدة الثلاثية:

80 ... x

100 ... 75

$$x = \frac{75 \times 80}{100} = 60$$

عدد أعضاء النادي $125 = 75 + 50$

عدد أعضاء النادي ممن يزيد أعمارهم عن 20 سنة: $95 = 35 + 60$

لحساب النسبة المئوية لأعضاء النادي ممن يزيد أعمارهم عن 20 سنة، نستخدم القاعدة الثلاثية:

125 ... 95

100 ... x

$$x = \frac{95 \times 100}{125} = 76\,\%$$

حل تدرب

① في صالة عرض للأدوات الكهربائية، عُرض جهاز تلفزيون بسعر $65\,550$ ليرة سورية. وبعد فترة أعلنت الصالة عن تنزيلات بمقدار $18\,\%$. ما السعر الجديد لجهاز التلفزيون؟

الحل:

لمعرفة السعر الجديد لجهاز التلفزيون، نحسب مقدار التنزيل x نستخدم القاعدة الثلاثية:

100 ... 18

65550 ... x

إذن $11799 = \frac{65550 \times 18}{100} = x$ فالسعر الجديد لجهاز التلفزيون يساوي $53751 = 11799 - 65550$ ليرة سورية.

② شاهدت ناديا في إحدى صالات البيع سترة واقية للمطر سعرها 560 2 ليرة سورية، وعندما همت بشرائها خصم لها البائع 320 ليرة سورية. احسب النسبة المئوية لهذا الخصم.

الحل:

لحساب النسبة المئوية لهذا الخصم، نستخدم القاعدة الثلاثية:

2560   320

100   x

$$x = \frac{320 \times 100}{2560} = 12.5\,\%$$

③ بعد الإعلان عن التنزيلات، بيعت سترة سعرها 650 7 ليرة سورية بمبلغ 120 6 ليرة سورية. احسب النسبة المئوية للتنزيل الذي طرأ على سعر السترة.

الحل:

لحساب النسبة المئوية للتنزيل الذي طرأ على سعر السترة، نحسب مقدار التنزيل: $7650 - 6120 = 1530$

ثم نستخدم القاعدة الثلاثية:

7650   1530

100   x

$$x = \frac{1530 \times 100}{7650} = 20\,\%$$

④ في أحد الشواطئ الصالحة للسباحة، ضمَّ مخيمٌ 75 شابة و 125 شاباً.

في الساعة الثانية، وُجد أنَّ $\%$ 40 من الشباب و $\%$ 60 من الشابات يسبحون في البحر.

ما النسبة المئوية للمخيمين ممن تواجدوا يسبحون في البحر تلك اللحظة.

الحل:

نحسب عدد الشباب الذين يسبحون في البحر، نستخدم القاعدة الثلاثية:

40   x

100   125

$$x = \frac{125 \times 40}{100} = 50$$

نحسب عدد الشباب الذين يسبحون في البحر، نستخدم القاعدة الثلاثية:

60   x

100   75

$$x = \frac{75 \times 60}{100} = 45$$

عدد المخيمين $200 = 75 + 125$

عدد المخيمين ممن تواجدوا يسبحون في البحر: $95 = 50 + 45$

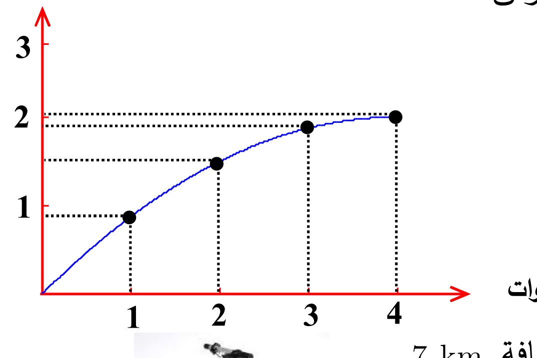
لحساب النسبة المئوية للمخيمين ممن تواجدوا يسبحون في البحر، نستخدم القاعدة الثلاثية:



$$x = \frac{95 \times 100}{200} = 47.5\,\%$$

تمرينات ومسائل

1 في كل حالة من الحالات الآتية، إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات. أشر إليها.



❶ مثلنا طول شجرة بدلالة عمرها، فحصلنا على البيان المرافق.

① عمر الشجرة متناسب مع طولها

② طول الشجرة متناسب مع عمرها

③ أي منهما ليس متناسباً مع الآخر

❷ باستعمال (السكوتر) استغرقت ناديا $35\ \text{min}$ لقطع مسافة $7\ \text{km}$.

فالسرعة المتوسطة للسكوتر هي

① $\frac{35}{7} = 5\ \text{km} \cdot \text{min}^{-1}$ ② $\frac{7}{35} = \frac{1}{5}\ \text{km} \cdot \text{min}^{-1}$ ③ $7 \times 35 = 245\ \text{km} \cdot \text{min}^{-1}$

❸ يستغرق طارق على دراجته على الأقل دقيقة واحدة لقطع مسافة 1 كيلومتر.

فسرعته الوسطى هي:

① $60\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ② أقل من $60\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ③ أكثر من $60\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$

❹ $5.4\ \text{km} \times \text{h}^{-1}$ يساوي:

① $90\ \text{m.s}^{-1}$ ② $5.4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ③ $1.5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

❺ سعر مقعد طفل هو 2000 ليرة سورية، ولما ارتفعت الأسعار بنسبة $10\ \%$، أصبح سعره

① 2200 ② 220 ③ 2020

2 أأنت متفق مع ما يرد؟ علِّلْ إجابتك وصحح ما هو خاطئ.

❶ مجموعة مثلثات ، $15\ \%$ منها قائمة و $10\ \%$ منها متساوية الساقين و 60 مثلثاً ليست قائمة ولا متساوية الساقين. إذن، عدد هذه المثلثات هو 80 مثلثاً.

الحل:

نعم، لأن النسبة المئوية للمثلثات ليست قائمة ولا متساوية الساقين $75\% = \frac{60\times 100}{80} = x$ ومنه

$15\% + 10\% + 75\% = 100\%$

❷ طول ضلع مربع 20 cm، فمساحته تساوي $20^2 = 400\text{ cm}^2$.

إذا ازداد طول ضلعه بنسبة 10% بلغت مساحته 440 cm^2.

الحل:

كلا، نحسب الزيادة في طول ضلع المربع $2\text{cm} = \frac{20\times 10}{100} = x$

طول ضلع المربع الجديد $20 + 2 = 22\text{ cm}$ مساحته $22^2 = 484\text{ cm}^2$

التصحيح:

طول ضلع مربع 20 cm، فمساحته تساوي $20^2 = 400\text{ cm}^2$.

إذا ازداد طول ضلعه بنسبة 10% بلغت مساحته 484 cm^2.

❸ باع أحد التجار دراجةً بمبلغ $30\,000$ ليرة سورية بخسارة 20% من سعرها. ثم باع دراجةً ثانية بمبلغ $30\,000$ ليرة سورية إنما بربح 25% من سعرها. في محصلة الصفقتين يكون التاجر موفقاً.

الحل:

نعم، مقدار الخسارة في المرة الأولى $6000 = \frac{30000\times 20}{100}$ ليرة سورية

مقدار الربح في المرة الثانية $7500 = \frac{30000\times 25}{100}$ ليرة سورية

$7500 - 6000 = 1500$ ليرة سورية ربح التاجر في الصفقتين

في محصلة الصفقتين يكون التاجر موفقاً

❹ قال مدرِّبٌ لأحد متسابقي الجري ممن يدربهم:

« إذا أردت أن تخفض مدة جريك 20%، عليك أن تزيد سرعتك 25% »

الحل:

كلا، نعلم أن $t = \frac{d}{v}$ إن المسافة ثابتة وبالتالي كلما ازدادت السرعة بنسبة يجب أن ينخفض الزمن بنفس النسبة.

التصحيح: « إذا أردت أن تخفض مدة جريك 20%، عليك أن تزيد سرعتك 20% »

أو:

5

« إذا أردت أن تخفض مدة جريك 25%، عليك أن تزيد سرعتك 25% »

5 قيست سرعة باستعمال الوحدة ($\mathrm{m \cdot s^{-1}}$)، فإذا أردنا قياسها باستعمال الوحدة ($\mathrm{km \cdot h^{-1}}$)، نضرب بالعدد 3.6.

الحل:

نعم، لأن: $v = \dfrac{1\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{s}} = \dfrac{\frac{1}{1000}\mathrm{km}}{\frac{1}{3600}\mathrm{h}} = \dfrac{1}{1000} \times 3600 = 3.6\mathrm{km/h}$

3 نتأمل مجموعة مستطيلات بعدا كلٍّ منها x و $x+3$.

1. احسب $\mathcal{A}$ (مساحة كلٍ منها بالسنتيمترات المربعة) بدلالة x.

2. احسب قيم $\mathcal{A}$ الموافقة لقيم x في الحالات الآتية.

$x = 0.5$ و $x = 1$ و $x = 1.5$ و $x = 2$ و $x = 3$. نظِّمْ جدولاً بهذه القيم.

3. مثِّلْ بيانياً محتويات الجدول واستخدم هذا التمثيل لمعرفة ما إذا كان $\mathcal{A}$ و x في حالة تناسب أم لا، معلِّلاً إجابتك.

الحل:

1. مساحة كلٍ منها: $\mathcal{A} = x(x+3) = x^2 + 3x$

2.

① $x = 0.5$: $\mathcal{A} = 0.5(0.5+3) = 0.5 \times 3.5 = 1.75\,\mathrm{cm}^2$

② $x = 1$: $\mathcal{A} = 1(1+3) = 1 \times 4 = 4\,\mathrm{cm}^2$

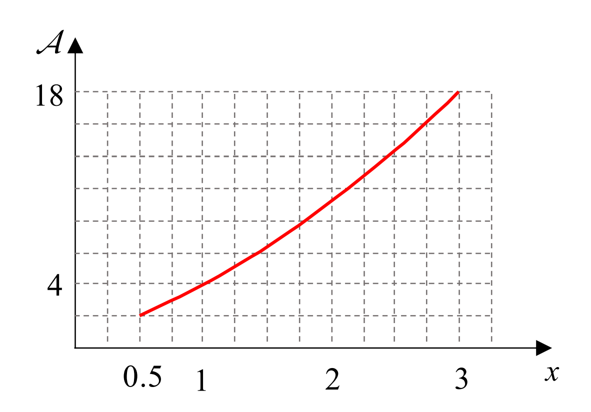
③ $x = 1.5$: $\mathcal{A} = 1.5(1.5+3) = 1.5 \times 4.5 = 6.75\,\mathrm{cm}^2$

④ $x = 2$: $\mathcal{A} = 2(2+3) = 2 \times 5 = 10\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $x = 3$: $\mathcal{A} = 3(3+3) = 3 \times 6 = 18\,\mathrm{cm}^2$

الجدول:

x	0.5	1	1.5	2	3
$\mathcal{A}$	1.75	4	6.75	10	18



ليست حالة تناسب لأن التمثيل البياني ليس مستقيم مار من المبدأ

4 في إحدى مكتبات القرطاسية، وُجد أنَّ سعر القلم الواحد هو 15 ليرة سورية، أما المبيع بالجملة فهو على النحو المبين في الجدول الآتي.

عدد الأقلام	1	5	15
ثمن الأقلام (ل.س)	15	70	200

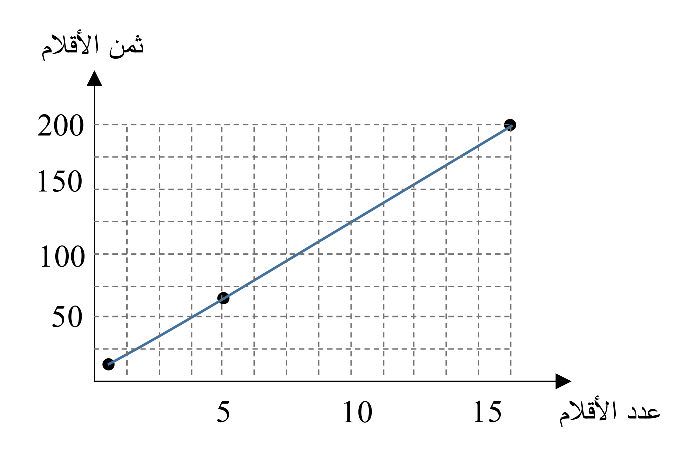
1. هل أثمان الأقلام متناسبة مع عددها؟. علِّلْ إجابتك.

2. مثِّل مفردات هذا الجدول بيانياً. استخدم التمثيل البياني لتأكيد إجابتك السابقة.

الحل:

أثمان الأقلام لا تتناسب مع عددها لأن: $\frac{15}{1}=15$, $\frac{70}{5}=14$

التمثيل:



5 في سباق الجري، قطع أحد المتسابقين مسافة 3 km في 10 دقائق.

1. كم متراً يكون قد قطع هذا المتسابق

① في دقيقة واحدة ② في ثانية واحدة

2. ماذا تسمي العددين السابقين؟

الحل:

نجري التحويل $3\text{ km}=3\times 1000=3000\text{m}$

قطع هذا المتسابق

① في دقيقة واحدة: $3000\div 10=300\text{m}$

② في ثانية واحدة $3000\div 600=5\text{m}$

نسمي العددين السرعة المتوسطة.

6 يملأ صنبور حوضاً سعته 5 ليترات خلال دقيقتين ونصف.

1. ما المدة اللازمة ليملأ هذا الصنبور إناءً سعته 500 cm^3؟

2. كم ليتراً من الماء يتدفق من هذا الصنبور خلال ساعة واحدة؟

الحل:

نجري التحويل $5\text{L}=5\times 1000=5000\text{cm}^3$

لحساب المدة اللازمة ليملأ هذا الصنبور إناءً سعته 500 cm^3 نستخدم القاعدة الثلاثية:

5000	2.5
500	x

$$x=\frac{2.5\times 500}{5000}=0.25\,\text{min}$$

يتدفق من هذا الصنبور خلال ساعة واحدة، نستخدم القاعدة الثلاثية:

5000	2.5
x	60

$$x=\frac{60\times 5000}{2.5}=120\,000\,\text{cm}^3$$

أي $120\,000\div 1000=120\text{L}$

7 قاد سائق شاحنة شاحنته مدة ساعة و 30 دقيقة بسرعة وسطى قدرها 80 km / h، ثم قادها مدة 44 دقيقة بسرعة وسطى قدرها 90 km / h.

1. ما المسافة التي قطعها؟

2. احسب السرعة الوسطى لشاحنته خلال مسيرته في مرحلتي القيادة .

الحل:

نجري التحويلين: $30\text{min}=30\div 60=0.5\text{h}$ ،

$$d_1 = v.t = 80 \times (1 + \frac{30}{60}) = 80 \times 1.5 = 120\text{km}$$

$$d_2 = v.t = 90 \times \frac{44}{60} = 66\text{km}$$

المسافة التي قطعها: $d = 120 + 66 = 186\text{km}$

السرعة الوسطى لشاحنته خلال مسيرته في مرحلتي القيادة:

الزمن: $60 + 30 + 44 = 134\text{min} \simeq 2.23\text{h}$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{186}{2.23} \simeq 83.4\text{km}$$

8 في سباق جريٍ للكلاب السلوقية ، قطع الكلب الفائز مسافة السباق وهي $314\ \text{m}$ بسرعة وسطى مقدارها $89.8\ \text{km} / \text{h}$.

1. احسب بالثواني الزمن الذي استغرقه هذا المتسابق لقطع مسافة السباق.

2. قرِّبْ الثواني إلى خانتين عشريين.

الحل:

نجري التحويل: $314\ \text{m} = 314 \div 1000 = 0.314\text{km}$

$$t = \frac{d}{v} = \frac{0.314}{89.8} \simeq 0.0034966\text{h}$$

الزمن بالثواني: $t = 0.0034966\text{h} = 0.0034966 \times 3600 = 12.58776\text{s}$

$$t = 12.58776\text{s} \simeq 12.59\text{s}$$

9 يطارد الفهد طريدته (لمسافات قصيرة) بسرعة $100\ \text{km} / \text{h}$.

احسب هذه السرعة مستخدماً الوحدة m / s مقرباً الجواب لخانة عشري واحد.

الحل:

$$v = \frac{100\text{km}}{1\text{h}} = \frac{100\,000\text{m}}{3600\text{s}} \simeq 27.8\text{m/s}$$

10 في عام 2010 كانت الليرة السورية تعادل 0.02 دولاراً أمريكياً.

أولاً) احسب بالدولار الأمريكي سعر كل من الأشياء الآتية مقرباً الجواب لخانتين عشريين:

1. طاقية سعرها 80 ليرة سورية.

5

2. قلم حبر ناشف سعره 15 ليرة سورية.

ثانياً) احسب بالليرة السورية سعر كل من الأشياء الآتية مقرباً الجواب لخانتين عشريين:

1. طقم سعره 175 دولاراً أمريكياً.

2. معطف سعره 190 دولاراً أمريكياً.

الحل:

أولاً:

الطاقية: $80 \times 0.02 = 1.6$ دولاراً أمريكياً

قلم حبر ناشف: $15 \times 0.02 = 0.3$ دولاراً أمريكياً

ثانياً:

الطقم: $175 \div 0.02 = 8750$ ليرة سورية

المعطف: $190 \div 0.02 = 9500$ ليرة سورية

11 يدور محرك بسرعة 4200 دورة في الدقيقة. ما سرعة دوران هذا المحرك بالدورات في الثانية؟

الحل:

سرعة دوران هذا المحرك: $4200 \div 60 = 70$ دورة في الثانية

12 نعلم أنَّ متوسط غزارة نهر الأمازون في أمريكا الجنوبية هي $150000\ \mathrm{m}^3 / \mathrm{s}$.

احسب غزارة هذا النهر بالكيلومتر مكعب في السنة (معتبراً السنة 365 يوماً).

الحل:

نجري التحويل: $150000\ \mathrm{m}^3 = 150000 \div 1000000000 = 0.00015\mathrm{km}^3$

عدد الثواني في السنة: $86400 \times 365 = 31536000$ ثانية

غزارة هذا النهر بالكيلومتر مكعب في السنة: $0.00015 \times 31536000 = 4730.4\mathrm{km}^3 / y$

13 لدى غيث 7 أسطوانات موسيقاها كلاسيكية، وهي تشكل $35\ \%$ من مجموعة الأسطوانات التي يقتنيها. ما عدد جميع الأسطوانات في المجموعة التي يقتنيها غيث؟

الحل:

باستعمال القاعدة الثلاثية:

35	7
100	x

عدد جميع الأسطوانات في المجموعة التي يقتنيها غيث:

$$x = \frac{7 \times 100}{35} = 20 \text{ اسطوانة}$$

14 يضم أحد صفوف الثامن 15 طالبة. يؤلف الذكور $40\ \%$ من طلبة هذا الصف. ما عدد طلبة هذا الصف؟

الحل:

نسبة الإناث $100\ \% - 40\ \% = 60\ \%$

عدد الطلبة:



باستعمال القاعدة الثلاثية:

$$x = \frac{15 \times 100}{60} = 25$$

عدد الطلاب: $25 - 15 = 10$

لإحراز تقدم

15 تحويل وحدات السرعة

الخطوات التي تقود إلى التعبير عن السرعة $18\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ بالوحدة $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. انسخ وأكمل.

① نحوِّل $18\ \text{km}$ إلى الأمتار، فيكون $18\ \text{km} = \cdots\cdots \text{m}$.

② نحوِّل $1\ \text{h}$ إلى الثواني، فيكون $1\ \text{h} = \cdots\cdots \text{s}$.

③ نستنتج أنَّ $18\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1} = \cdots\cdots\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

④ عبِّر عن السرعة $2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ بدلالة الوحدة $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.



معلومة

$$1\ \text{h} = 60\ \text{min},\ 1\ \text{h} = 3\,600\ \text{s},\ 1\ \text{min} = 60\ \text{s},\ 1\ \text{s} = \frac{1}{3\,600}\ \text{h},\ 1\ \text{s} = \frac{1}{60}\ \text{min},\ 1\ \text{min} = \frac{1}{60}\ \text{h}$$

الحل:

① نحوِّل $18\ \text{km}$ إلى الأمتار، فيكون $18\ \text{km} = 18 \times 1000 = 18\,000\text{m}$.

② نحوِّل $1\ \text{h}$ إلى الثواني، فيكون $1\ \text{h} = 3600\text{s}$.

③ نستنتج أنَّ $18\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1} = \frac{18\,000}{3600} = 5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

5

④ نحوّل $2\ \mathrm{m}$ إلى الكيلومتر، فيكون $2\,\mathrm{m} = 2 \div 1000 = 0.002\,\mathrm{km}$.

نحوّل $1\ \mathrm{s}$ إلى الساعة، فيكون $1\ \mathrm{s} = \frac{1}{3\ 600}\ \mathrm{h}$.

نستنتج أنَّ $2\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1} = \frac{0.002}{\frac{1}{3600}} = 0.002 \times 3600 = 7.2\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$.

16 تحويل وحدات الزمن وحساب السرعة

قطعت رياضية لسباق المشي مسافة $10\ \mathrm{km}$ بمدة $41\ \mathrm{min}$ و $49\ \mathrm{s}$.

① عبّر بالساعات عن كلٍ من $41\ \mathrm{min}$ و $49\ \mathrm{s}$.

② استخدم آلتك الحاسبة لحساب المدة التي استغرقتها المتسابقة ثم قرب الناتج إلى منزلتين عشريتن.

③ احسب السرعة الوسطى لهذه المتسابقة باستعمال الوحدة $\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$.

قرِّب الناتج إلى رقم عشري واحد.

الحل:

① $41\ \mathrm{min} = 41 \times \frac{1}{60} = \frac{41}{60}\mathrm{h}$ و $49\ \mathrm{s} = 49 \times \frac{1}{3600} = \frac{49}{3600}\mathrm{h}$.

② $t = \frac{41}{60} + \frac{49}{3600} = \frac{2460 + 49}{3600} = \frac{2509}{3600} \simeq 0.7\mathrm{h}$.

③ $v = \frac{d}{t} = \frac{10}{0.7} \simeq 14.3\ \mathrm{km.h}^{-1}$.

17 تعلُّم التعبير النصي

اقرأ النص والحل المقترح من قبل أحد الطلاب، ثم صِغ الحل آخذاً بالتعليقات على حل الطالب.

النص: يسكن كنان على مسافة $800\ \mathrm{m}$ من موقف حافلة مديريته ويخرج من منزله في الساعة السابعة والدقيقة 15، ويمر الباص بالموقف في الساعة السابعة والدقيقة 21.

بأية سرعة على كنان أن يجري (بالكيلومتر في الساعة) كي لا يتخلف عن باصه؟

حل الطالب مع ملاحظات المصحح (باللون الأحمر).

$7\ \mathrm{h}\ \ 21\ \mathrm{min} - 7\ \mathrm{h}\ \ 15\ \mathrm{min} = 6\ \mathrm{min}$ (ما هي هذه المدة؟)

$0.8 \div 6 \approx 0.13$ (من أين لك العدد 0.8؟ وما هي وحدة خارج القسمة؟)

على كنان أن يجري بسرعة $0.13\ \mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$.

الحل:

الزمن المستغرق من المنزل إلى موقف الحافلة $7\text{ h } 21\text{ min} - 7\text{ h } 15\text{ min} = 6\text{ min}$

نجري التحويل $800\text{ m}=800 \div 1000=0.8\text{ km}$

$v = 0.8 \div 6 \approx 0.13\,\text{km.min}^{-1}$

نجري التحويل: $6\text{ min}=6 \div 60=0.1\text{h}$

على كنان أن يجري بسرعة $v = 0.8 \div 0.1 = 8\,\text{km.h}^{-1}$

للتعمق 

18 أراد أحد سائقي سيارات الأجرة لرحلات طويلة أن يختبر معدل مصروف سيارته من الوقود، وفي إحدى رحلاته شاهد على لوحة السيارة ما يتضمنه الجدول الآتي.

	عند الانطلاق	عند الوصول
عدّاد المسافة (بالكيلومتر)	8 280	8 520
عدّاد الوقود (باللتر)	35	19.40

1. ① احسب (باللتر) متوسط كمية البنزين التي تصرفها سيارته لقطع مسافة 100 km.

② استخدم المعلومة السابقة لحساب متوسط كمية البنزين التي تصرفها سيارته لقطع مسافة $20\ 000\text{ km}$.

2. ① احسب (بالكيلومتر) متوسط المسافة التي تقطعها السيارة باستهلاك ليتر من البنزين.

(قرب الجواب إلى خانتين عشريتين)

② استخدم المعلومة السابقة لحساب متوسط المسافة التي تقطعها السيارة باستهلاك 38 L من البنزين

الحل:

1. المسافة: $8\ 520 - 8\ 280 = 240\,\text{km}$

كمية الوقود المصروفة: $35 - 19.40 = 15.6\,\text{L}$

متوسط كمية البنزين التي تصرفها سيارته، باستعمال القاعدة الثلاثية:

240	15.6
100	x

$$x = \frac{15.6 \times 100}{240} = 6.5\,\text{L}$$

متوسط كمية البنزين التي تصرفها سيارته لقطع مسافة $20\ 000\ \text{km}$: $200 \times 6.5 = 1300\,\text{L}$

2. متوسط المسافة التي تقطعها السيارة باستهلاك ليتر من البنزين، $100 \div 6.5 \approx 15.38\,\text{km}$

متوسط المسافة التي تقطعها السيارة باستهلاك $38\ \text{L}$ من البنزين: $38 \times 15.38 = 584.44\,\text{km}$

19 الحركة خلال مرحلتين

يقود كلّ من أكرم وأكثم دراجته على مرحلتين.

يقود كلّ من أكرم وأكثم دراجته على مرحلتين.

- أكرم:

في المرحلة الأولى يسير بدراجته لمدة نصف ساعة بسرعة $30\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$، وفي المرحلة الثانية بسرعة $20\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

- أكثم:

في المرحلة الأولى يقطع مسافة $15\ \text{km}$ بسرعة $30\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$، وفي المرحلة الثانية يقطع مسافة $15\ \text{km}$ بسرعة $20\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$. فمن من الإثنين قد حقق سرعة وسطى أفضل في مرحلتي حركتهما؟

الحل:

المسافة التي اجتازها أكرم في المرحلة الأولى بدراجته وهو يسير لمدة نصف ساعة بسرعة $30\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ تساوي $d = vt = 30 \times 0.5 = 15\ \text{km}$

كلاهما لهما نفس السرعة الوسطى في مرحلتي حركتهما

20 على الدراجة

كي يصل أحد المدرسين إلى مدرسته، يقطع باستعمال دراجته النارية $5\ \text{km}$ في ربع ساعة.

وفي العودة (كونه ليس مستعجلاً) يخفض سرعته الوسطى بمقدار $20\ \%$.

ما الزمن الذي يستغرقه المدرس في مسيرة العودة؟

الحل:

سرعته الوسطى في الذهاب للمدرسة: $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{5}{0.25} = 20\ \text{km.h}^{-1}$

مقدار انخفاض سرعته الوسطى: $\dfrac{20 \times 20}{100} = 4\ \text{km.h}^{-1}$

سرعته الوسطى في العودة $v = 20 - 4 = 16 \text{ km.h}^{-1}$

الزمن الذي يستغرقه المدرس في مسيرة العودة $t = \frac{d}{v} = \frac{5}{16} \simeq 0.3\,\text{h} = 0.3 \times 60 = 18\,\text{min}$

21 تناسب أم لا؟

y و z يرمزان إلى مقدارين تابعين لمقدارٍ رمزه x:

$z = 5(x-3) - 3(x-5)$ و $y = x(x^2 - 3x + 4)$

نريد معرفة ما إذا كان y و z متناسبين مع x:

أولاً: 1. انسخ وأكمل الجدول الآتي.

x	0	1	2
y			
z			

2. بمقتضى الجدول، هل يمكن التأكيد على أنَّ y و z متناسبين مع x؟

ثانياً:

1. احسب قيمة كلٍ من y و z عند $x = 3$.

2. من هذا الحساب، هل يمكن استنتاج أنَّ:

① y ليس متناسباً مع x؟ لماذا؟ ② z متناسب مع x؟ لماذا؟

ثالثاً: استخدم عبارة z بدلالة x لتأكيد أنَّ z متناسب مع x.

لتأكيد أنَّ z متناسب مع x. عليك أن تعيّن معامل التناسب، وهو العدد الثابت a الذي يحقق $z = a\,x$.

الحل:

من أجل $x = 0$:

$z = 5(0-3) - 3(0-5) = -15 + 15 = 0$ ، $y = 0 \times (0^2 - 3 \times 0 + 4) = 0$

بنفس الأسلوب يمكن حساب y و z من أجل $x = 1$ و $x = 2$ومنه الجدول:

x	0	1	2
y	0	2	4
z	0	2	4

بمقتضى الجدول يمكن التأكيد على أنَّ y و z متناسبين مع x ومعامل التناسب 2

عند $x = 3$:

$y = 3 \times \left(3^2 - 3 \times 3 + 4\right) = 12$ ، $z = 5\left(3-3\right) - 3\left(3-5\right) = 0 + 6 = 6$

① y ليس متناسباً مع x لأن $\frac{y}{x} = \frac{12}{3} = 4$

② z متناسب مع x؟ لماذا؟ $\frac{z}{x} = \frac{6}{3} = 2$

$$z = 5\left(x-3\right) - 3\left(x-5\right)$$

$$z = 5x - 15 - 3x + 15$$

$$z = 2x$$

ومنه z متناسب مع x

22 المقياس

1. رُسم مصوَر لغرفة مستطيلة الشكل بعداها $3.2\ \text{m}$ و $4\ \text{m}$ على صفحة بمستطيل بعداه $16\ \text{cm}$ و $20\ \text{cm}$. ما المقياس المستخدم في الرسم؟

2. نريد أن نرسم على الصفحة، وفق المقياس السابق، نموذجاً لخزانة مستطيلة بعداها $1.80\ \text{m}$ و $63\ \text{cm}$. احسب بعدي النموذج.

3. إذا كان عرض الباب على المصور $4\ \text{cm}$، ما العرض الحقيقي للباب؟

الحل:

مقياس الرسم= معامل التناسب= المسافة على الرسم ÷ المسافة الحقيقية (بالواحدة ذاتها)

1. لتعيين المقياس المستخدم في الرسم نجري التحويل $4\ \text{m} = 4 \times 100 = 400\text{cm}$ ثم $\frac{20}{400} = \frac{1}{20}$

2. نجري التحويل $1.80\ \text{m} = 1.8 \times 100 = 180\,\text{cm}$

نفرض بعدي النموذج x و y :

$\frac{1}{20} = \frac{x}{180}$ إذن $x = 9\,\text{cm}$ و $\frac{1}{20} = \frac{y}{63}$ إذن $y = 3.15$ يمكن استعمال القاعدة الثلاثية أو الضرب التقاطعي أو خواص التناسب

3. نفرض العرض الحقيقي للباب z : $\frac{1}{20} = \frac{4}{z}$ إذن $z = 80\,\text{cm}$

23 دائرة

هل طول الدائرة متناسب مع طول نصف قطرها؟ إن كان ذلك، ما معامل التناسب؟

الحل:

إن طول الدائرة هو محيطها نرمزه P مثلاً إذن $P = 2\pi r$ (حيث r نصف قطر الدائرة)

ويمكن أن نكتب $\frac{p}{r} = 2\pi$ ومنه طول الدائرة متناسب مع طول نصف قطرها و معامل التناسب 2π

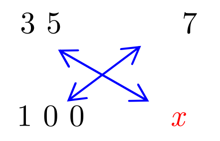
24 كريب

في الاجتماع السنوي لمجلس إدارة إحدى الشركات، تغيب الكثير من الأعضاء بسبب وباء الكريب المتفشي في تلك الفترة. قال أحد الأعضاء السبعة الحاضرين «لا يمكننا اتخاذ أي قرار بسبب غياب $65\ \%$ من الأعضاء » ما عدد أعضاء مجلس إدارة تلك الشركة؟

الحل:

النسبة المئوية للأعضاء الحاضرين: $100\ \% - 65\ \% = 35\ \%$

عدد أعضاء مجلس إدارة تلك الشركة، باستعمال القاعدة الثلاثية:



$$x = \frac{7 \times 100}{35} = 20$$

25 سهرة

$70\ \%$ من زمن سهرة الشباب تنقضي قبل منتصف الليل. فإذا كانت السهرة تبدأ في الساعة 20 h والدقيقة 30 min، في أية ساعة تنتهي السهرة؟

الحل:

الزمن حتى منتصف الليل: $24\,h - 20h\,30\,min = 3h\,30\,min = 3.5h$

لحساب زمن السهرة باستعمال القاعدة الثلاثية:

70 x
100 3.5

$$x = \frac{70 \times 3.5}{100} = 2.45\,h$$

$$2.45\,h = 2h\ 27\,min$$

تنتهي السهرة في الساعة $20h\,30\,min + 2h\ 27\,min = 22h\ \ 57min$ أي العاشرة مساء و 57 دقيقة

26 نجاح – رسوب

5

في إحدى المدن، نشر المركز الثقافي جدولاً بالطلاب المنتقلين من الصف التاسع من التعليم الأساسي إلى الصف الأول من التعليم الثانوي لأربع سنوات متتالية.

العام الدراسي	طلاب التاسع الأساسي	طلاب الأول الثانوي	النسبة المئوية
$2008-2009$	1 000	972	$2.8\ \%$
$2009-2010$	1 050	1 029	......
$2010-2011$	......	1 379	$1.5\ \%$
$2011-2012$	2 000	......	$1.2\ \%$

1. إلامَ تشير النسبة المئوية $2.8\ \%$.

2. أكمل الجدول بما ينسجم مع معطيات العام الدراسي $2008-2009$.

الحل:

1. تشير النسبة المئوية $2.8\ \%$ إلى عدد الذين لم ينتقلوا إلى الصف الأول من التعليم الثانوي لأن

$1\ 000 - 972 = 28$

.2

العام الدراسي	طلاب التاسع الأساسي	طلاب الأول الثانوي	النسبة المئوية
$2008-2009$	1 000	972	$2.8\ \%$
$2009-2010$	1 050	1 029	$2\ \%$
$2010-2011$	1400	1 379	$1.5\ \%$
$2011-2012$	2 000	1976	$1.2\ \%$

27 في عام 2013 عرضت اجدى صالات البيع حواسب محمولة بسعر 60000 ليرة لكل حاسب. وفي العام 2014 ارتفعت الأسعار بنسبة $10\ \%$، ثم ارتفعت في العام 2015 بنسبة $10\ \%$. ما سعر الحاسب في العام 2015؟

الحل:

مقدار الزيادة عام 2014: $6000 = \frac{60000 \times 10}{100}$ ليرة سورية

سعر الحاسب عام 2014: $66000 = 60000 + 6000$ ليرة سورية

مقدار الزيادة عام 2015: $6600 = \frac{66000 \times 10}{100}$ ليرة سورية

سعر الحاسب عام 2015: $72600 = 66000 + 6600$ ليرة سورية

28 مضاعفات العدد 7

يرمز n إلى كل عدد صحيح يحقق $32 < n < 58$. ما النسبة المئوية لمضاعفات العدد 7 من بين هذه الأعداد؟

الحل:

عدد مضاعفات العدد 7 هو 4

عدد الأعداد التي تحقق $32 < n < 58$ هو $58 - 32 - 1 = 25$

النسبة المئوية لمضاعفات العدد 7 من بين هذه الأعداد: $16\% = \frac{4 \times 100}{25}$

29 صمامات محرك السيارة

يقطع مزارع المسافة بين منزله ومزرعته في زمن معين.

في أحد الأيام، وبسبب خلل في صمامات محرك سيارته، اضطر المزارع إلى تخفيض سرعته الوسطى بمقدار $50\ \%$.

احسب النسبة المئوية للزيادة التي طرأت على الزمن الذي استغرقه المزارع بين منزله ومزرعته في هذه الرحلة.

الحل:

إن تخفيض السرعة الوسطى بمقدار $50\ \%$ يعني خفض السرعة الوسطى إلى النصف

$$v = \frac{d}{t}$$

$$\frac{1}{2} \times v = \frac{1}{2} \times \frac{d}{t} = \frac{d}{2t}$$

نلاحظ أن الزمن ازداد بقدار الضعف أي $100\ \%$

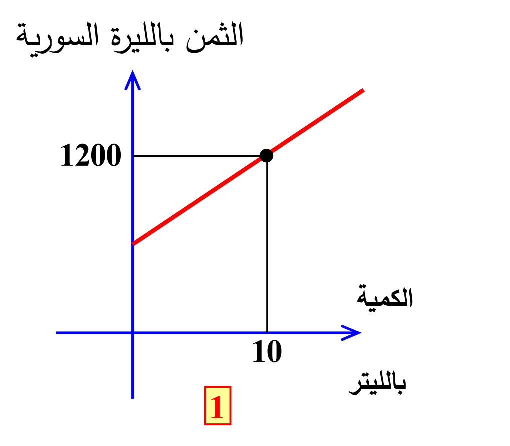
5

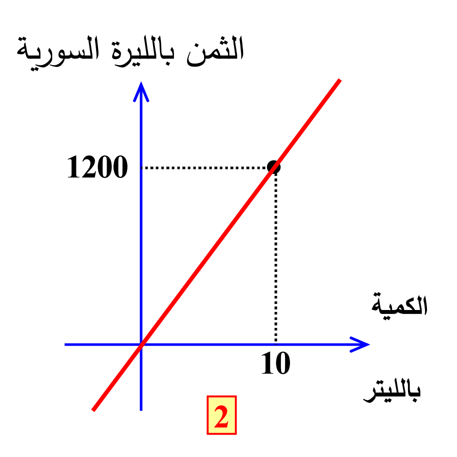
30 التفسير بالتمثيل البياني

ملأ أحد السائقين خزان سيارته بالوقود من إحدى المحطات.

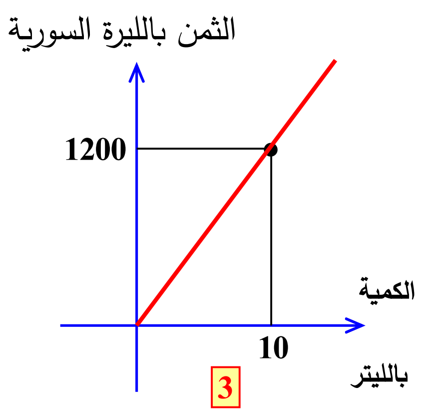
أيٌّ من التمثيلات الآتية هو الأفضل تمثيلاً لتلك المحطة؟ علِّلْ إجابتك.

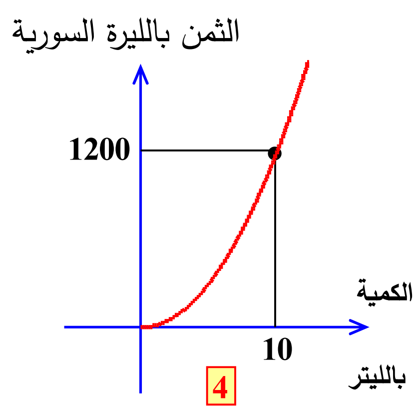
الحل:





التمثيل 2 هو الأفضل لأنه النقاط ذات الصلة تقع مع المبدأ على استقامة واحدة. وبالتالي المعطياتٍ متناسبة.






الوحدة السادسة
الإحصاء
1 الجدول التكراري وجدول الفئات
2 التكرار المتجمع (التراكمي)
3 تمثيل بيانات إحصائية
4 المتوسط الحسابي



انطلاقة نشطة

في كلٍ مما يأتي، واحدة فقط من الإجابات ① و ② و ③ صحيحة، أشر إليها.

الجدول الآتي يمثل درجات عينة من طلاب الصف الثامن الأساسي في اختبار درجته العظمى 20.

استعمل هذا الجدول للإجابة عن الأسئلة من الرقم 1 حتى الرقم 4.

الدرجة x	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
التكرار n	1	1	3	5	6	5	9	8	6	3	3

① التكرار الكلي لهذه العينة يساوي ① 15 ② 50 ③ 110

② التكرار للدرجة 8 هو ① 5 ② 8 ③ 12

③ تكرار الدرجات التي تساوي أو تقل عن 8 يساوي ① 5 ② 10 ③ 25

④ تكرار الدرجات x التي تحقق $8 \leq x < 11$ يساوي ① 16 ② 20 ③ 15

⑤ في ثلاثة اختبارات متتالية لمادة الرياضيات في الفصل الدراسي الأول (الدرجة العظمى 20)، نالت رانيا في الاختبار الأول 15 درجة، ونالت في كلٍ من الاختبارين الآخرين 18 درجة.

الدرجة التي استحقتها رانيا في الفصل الأول هي .... ① 18 ② 17.5 ③ 17

1 الجدول التكراري وجدول الفئات

نشاط « التمكن من تبويب معطيات إحصائية في فئات مما يفيد في دراسة العينات كبيرة الحجم »

.1 تقدم 20 طالباً لاختبار في مادة الرياضيات (الدرجة العظمى 20).

سليمان وعلا ورغد، نال كل منهم 10 درجات. وغيث وريم ورولا ورويدة ، نال كل منهم 12 درجة. سلمى، نالت 14 درجة. لجين وعبير ، نالت كل منهما 15 درجة. فؤاد وفادي وجمال وجمانة، نال كل منهم 16 درجة. صفاء وسارة وحلا، نال كل منهم 18 درجة. ولماح ووضاح ولينا، نال كل منهم 19 درجة.

أكملْ الجدول التكراري الآتي.

الدرجة	10	12	14	15	16	18	19
التكرار	...	4	...	...	...	...	...

الدرجة	10	12	14	15	16	18	19
التكرار	3	4	1	2	4	3	3

.2 العينة الإحصائية الآتية، مفرداتها هي كتل 28 شخصاً قدرت بالكيلوغرامات.

20 , 9 , 16 , 14 , 16 , 15 , 12 , 13 , 14 , 12 , 15 , 25 , 12 , 15
16 , 12 , 12 , 20 , 9 , 20 , 26 , 25 , 27 , 15 , 24 , 22 , 26 , 24

نرتب هذه العينة تصاعدياً، فنجد.

9 9 12 12 12 12 12 13 14 14 15 15 15 15
16 16 16 20 20 20 22 24 24 25 25 26 26 27

إذا رمزنا إلى الكتلة بالرمز x_i وإلى عدد الأشخاص بهذه الكتلة بالرمز f_i، وجدنا الجدول التكراري الآتي.

x_i	9	12	13	14	15	16	20	22	24	25	26	27
f_i	2	5	1	2	4	3	3	1	2	2	2	1

الجدول الآتي نسميه جدول الفئات.

الفئة	$[9,12[$	$[12,15[$	$[15,18[$	$[18,21[$	$[21,24[$	$[24,27]$
التكرار	2	8	......	......	......	7

6

1. ما عدد الفئات؟ 6

2. طول الفئة الأولى (أو مداها) $d = 12 - 9 = 3$. ما أطوال باقي الفئات؟ 3

3. مركز الفئة الثانية: $c_2 = \frac{12+15}{2} = 13.5$. ما مراكز باقي الفئات؟

$c_1 = \frac{9+12}{2} = 10.5$ ، $c_3 = \frac{15+18}{2} = 16.5$ ، $c_4 = \frac{18+21}{2} = 19.5$ ،

$c_5 = \frac{21+24}{2} = 22.5$ ، $c_6 = \frac{24+27}{2} = 25.5$



تحقق من فهمك

① طُلب من طلاب الصف الثامن (20 طالباً) أن يسجلوا عدد الروايات التي قراؤوها هذا العام، فجاءت النتائج كالآتي. 1, 0, 1, 3, 0, 2, 4, 5, 2, 1, 0, 0, 2, 3, 1, 0, 0, 0, 1, 2

نظم جدول التكرار .

الحل:

نرتب البيانات تصاعدياً:

0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5

عدد الروايات	0	1	2	3	4	5
التكرار	7	5	4	2	1	1

② العينة الإحصائية الآتية، مفرداتها هي درجات 30 طالباً في مذاكرة الرياضيات.

200, 290, 300, 281, 290, 210, 150, 240, 295, 256

180, 257, 270, 100, 234, 235, 255, 249, 90, 190

160, 274, 290, 210, 250, 215, 183, 211, 245, 196

نظم جدول الفئات لهذه البيانات (اختر عدد الفئات 6).

الحل:

نرتب البيانات تصاعدياً:

$$90, 100, 150, 160, 180, 183, 190, 196, 200, 210, 210, 211, 215, 234, 235,$$
$$240, 245, 249, 250, 255, 256, 257, 270, 274, 281, 290, 290, 290, 295, 300$$

سنوزع العينة إلى ست فئات، فيكون طول الفئة $d = \frac{300}{6} = 50$.

الفئة	$[0, 50[$	$[50, 100[$	$[100, 150[$	$[150, 200[$	$[200, 250[$	$[250, 300]$
التكرار	0	1	1	6	10	12



تدرب

① الجدول الآتي يظهر عدد الأهداف التي حققها فريق لكرة القدم.

عدد الأهداف	0	1	2	3
عدد المباريات	2	3	4	1

① ما عدد المباريات التي لعبها هذا الفريق؟

② ما عدد الأهداف التي سجلها هذا الفريق؟

الحل:

① عدد المباريات التي لعبها هذا الفريق: مباراة $2 + 3 + 4 + 1 = 10$

② عدد الأهداف التي سجلها هذا الفريق: أهداف $0 \times 2 + 1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 1 = 14$

② في أولمبياد للرياضيات خاص بالصف الثامن (الدرجة العظمى 20) نشرت درجات عينة مؤلفة من 50 متسابقاً كما يأتي.

$$15,\ 6,\ 15,\ 8,\ 18,\ 14,\ 5,\ 9,\ 5,\ 7$$
$$17,\ 9,\ 18,\ 15,\ 6,\ 10,\ 1,\ 11,\ 12,\ 6$$
$$10,\ 14,\ 13,\ 9,\ 16,\ 8,\ 13,\ 5,\ 8,\ 11$$
$$2,\ 17,\ 15,\ 6,\ 14,\ 11,\ 10,\ 6,\ 13,\ 3$$
$$10,\ 2,\ 15,\ 2,\ 8,\ 7,\ 12,\ 18,\ 3,\ 13$$

1. نظِّمْ الجدول التكراري بهذه البيانات.

2. نظِّمْ جدول فئات بهذه المعطيات متخذاً أربع فئات على النحو الآتي:

$15 \le m$ $10 \le m < 15$ $5 \le m < 10$ $m < 5$

6

(يرمز m إلى درجة المتسابق).

الحل:

نرتب البيانات تصاعدياً:

$1, 2, 2, 2, 3, 3, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 12, 12,$
$13, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 15, 16, 17, 17, 18, 18, 18$

الدرجة	1	2	3	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
التكرار	1	3	2	3	5	2	4	3	4	3	2	4	3	5	1	2	3

جدول الفئات:

الفئة	$m < 5$	$5 \leq m < 10$	$10 \leq m < 15$	$15 \leq m$
التكرار	6	17	16	11

2 التكرار المتجمع (التراكمي)

نشاط « تعرف التكرار المتجمع الصاعد (أقل من) والنازل (أكبر من)»

1. جدول التكرار المتجمع الصاعد

المعطيات هي ما وردت في مثال الأشخاص وكتلهم (المثال السابق)

الجدول الآتي يسمى جدول التكرار المتجمع الصاعد. أكمل هذا الجدول.

الحد الأعلى للفئة	< 12	< 15	< 18	< 21	< 24	≤ 27
التكرار المتجمع الصاعد	2	10	... ...	... ...	... ...	... ...

الحل:

الحد الأعلى للفئة	< 12	< 15	< 18	< 21	< 24	≤ 27
التكرار المتجمع الصاعد	2	10	17	20	21	28

2. جدول التكرار المتجمع النازل

المعطيات هي ما وردت في مثال الأشخاص وكتلهم (المثال السابق)

الجدول الآتي يسمى جدول التكرار المتجمع النازل. أكمل هذا الجدول.

الحد الأدنى للفئة	≥ 9	≥ 12	≥ 15	≥ 18	≥ 21	≥ 24
التكرار المتجمع النازل	28	26	... ...	... ...	... ...	5

الحل:

الحد الأدنى للفئة	≥ 9	≥ 12	≥ 15	≥ 18	≥ 21	≥ 24
التكرار المتجمع النازل	28	26	20	11	8	5



تحقق من فهمك

الجدول الآتي يشير إلى الفارق في عدد الأهداف التي حققها أحد فرق كرة القدم مع الخصوم خلال 160 مباراة أحرز فيها الانتصار.

الفارق في الأهداف	1	2	3	4
عدد الانتصارات	95	45	15	5

6

1. أنشئ جدول التكرار المتجمع الصاعد.

2. أنشئ جدول التكرار المتجمع النازل.

الحل:

ننشئ جدول الفئات:

الفئة	$[0,2[$	$[2,4]$
التكرار	95	65

جدول التكرار المتجمع الصاعد:

الحد الأعلى للفئة	2	4
التكرار المتجمع الصاعد	95	160

جدول التكرار المتجمع النازل:

الحد الأدنى للفئة	0	2
التكرار المتجمع النازل	160	65



تدرب

هذه المفردات هي مسافات 24 موظفاً عن مكاتبهم (المسافة d مقدرة بالكيلومترات):

3.2	3.9	3.5	2	3.2	2.5
2.4	4.1	2.7	3.5	3.5	3.1
1.9	2.5	2.1	3.4	2.7	4.2
3.4	3.9	3	2.3	3.8	3.4

نظِّمْ جدولاً تكرارياً لهذه المفردات مستعملاً الفئات:

$1 \leq d < 2$ ، $2 \leq d < 3$ ، $3 \leq d < 4$ ، $4 \leq d < 5$

الحل:

نرتب الفئات تصاعدياً:

1.9	2	2.1	2.3	2.4	2.5
2.5	2.7	2.7	3	3.1	3.2
3.2	3.4	3.4	3.4	3.5	3.5
3.5	3.8	3.9	3.9	4.1	4.2

الفئة	$1 \leq d < 2$	$2 \leq d < 3$	$3 \leq d < 4$	$4 \leq d < 5$
التكرار	1	8	13	2

3 المتوسط الحسابي

نشاط « تعرُّف المتوسط الحسابي باستعمال طرائق مختلفة لعرض البيانات الإحصائية »

المعطيات هي ما وردت في مثال الأشخاص وكتلهم (المثال السابق)

.1 في حالة البيانات الإحصائية معطاة وفق الجدول التكراري الآتي.

x_i	9	12	13	14	15	16	20	22	24	25	26	27
f_i	2	5	1	2	4	3	3	1	2	2	2	1

احسب المتوسط الحسابي لكتل أشخاص العينة.

الحل:

المتوسط الحسابي لكتل أشخاص العينة:

$$\overline{x} = \frac{9\times2+12\times5+13\times1+14\times2+15\times4+16\times3+20\times3+22\times1+24\times2+25\times2+26\times2+27\times1}{28}$$

$$= \frac{18+60+13+28+60+48+60+22+48+50+52+27}{28} = \frac{486}{28} \simeq 17.4$$

.2 في حالة البيانات معطاة وفق جدول الفئات الآتي.

الفئة	$[9,12[$	$[12,15[$	$[15,18[$	$[18,21[$	$[21,24[$	$[24,27]$
التكرار	2	8	... ...	... ...	... ...	7

.1 أكمل الجدول هذا الجدول.

.2 احسب **القيمة التقريبية** للمتوسط الحسابي لكتل أشخاص العينة.

الحل:

الفئة	$[9,12[$	$[12,15[$	$[15,18[$	$[18,21[$	$[21,24[$	$[24,27]$
التكرار	2	8	7	3	1	7

مراكز الفئات في هذه البيانات هي على التوالي:

الفئة	$[9,12[$	$[12,15[$	$[15,18[$	$[18,21[$	$[21,24[$	$[24,27]$
مركز	$\frac{+12}{2}=10.5$	$\frac{+15}{2}=13.5$	$\frac{+18}{2}=16.5$	$\frac{+21}{2}=19.5$	$\frac{+24}{2}=22.5$	$\frac{+27}{2}=25.5$

الفئة						
التكرار	2	8	7	3	1	7

القيمة التقريبية للمتوسط الحسابي لكتل أشخاص العينة:

$$\bar{x} = \frac{10.5 \times 2 + 13.5 \times 8 + 16.5 \times 7 + 19.5 \times 3 + 22.5 \times 1 + 25.5 \times 7}{2 + 8 + 7 + 3 + 1 + 7}$$
$$= \frac{21 + 108 + 115.5 + 58.5 + 22.5 + 178.5}{28} = \frac{504}{28} = 18$$



تحقق من فهمك

مجموعة مؤلفة من 200 شخصاً، يستغرقون يومياً الوقت t بالدقائق، في مشاهدة التلفاز وفق التوزيع الآتي.

الزمن t	$0 \leq t < 40$	$40 \leq t < 80$	$80 \leq t < 120$	$120 \leq t \leq 180$
التكرار	10	50	100	40

احسب المتوسط الحسابي التقريبي للزمن الذي يستغرقه الشخص الواحد من هؤلاء في مشاهدة التلفاز.

الحل:

الفئة	$0 \leq t < 40$	$40 \leq t < 80$	$80 \leq t < 120$	$120 \leq t \leq 180$
التكرار	10	50	100	40
مركز الفئة	$\frac{0+40}{2} = 20$	$\frac{40+80}{2} = 60$	$\frac{80+120}{2} = 100$	$\frac{120+180}{2} = 150$

المتوسط الحسابي التقريبي للزمن:

$$\bar{x} = \frac{20 \times 10 + 60 \times 50 + 100 \times 100 + 150 \times 40}{10 + 50 + 100 + 40} = \frac{200 + 3000 + 10000 + 6000}{200} = \frac{19200}{200} = 96$$



تدرب

① الجدول الآتي يظهر عدد الأهداف التي حققها فريق الجهاد لكرة القدم في 19 مباراة لعبها هذا الفريق وتبقى مباراة أخيرة في الدوري سيلعبها هذا الفريق الأسبوع المقبل.

عدد الأهداف	0	1	2	3
عدد المباريات	7	7	4	1

❶ ما المتوسط الحسابي لعدد الأهداف التي حققها الفريق في المباراة الواحدة حتى الآن؟

(بالتقريب إلى رقم عشري واحد)

الحل:

$$\overline{x} = \frac{0\times 7 + 1\times 7 + 2\times 4 + 3\times 1}{19} = \frac{0+7+8+3}{19} = \frac{18}{19} \simeq 0.9$$

❷ كم هدفاً على هذا الفريق أن يحقق في المباراة الأخيرة، كي يكون متوسط أهدافه هدفاً في كل مباراة.

نفرض أن عدد الأهداف هو y:

$$\overline{x} = 1$$

$$\frac{18+y}{20} = 1$$

$$18 + y = 20$$

$$y = 2$$

② الجدول الآتي عرضٌ للائحة بأسعار أربع قطع من عقار.

سعر المتر المربع (ل.س)	10000	12000	15000	20000
مساحة القطعة (m^2)	200	150	100	50

1. احسب المتوسط الحسابي لسعر المتر المربع من العقار.
2. إذا ارتفع سعر المتر المربع من العقار بنسبة $5\ \%$:
   ① احسب المتوسط الحسابي حسب السعر الجديد.
   ② احسب النسبة المئوية للزيادة في المتوسط الحسابي.

الحل:

1. المتوسط الحسابي لسعر المتر المربع من العقار:

$$\overline{x} = \frac{10000 + 12000 + 15000 + 20000}{4}$$

$$= \frac{57000}{4} = 14250$$

2.

① احسب المتوسط الحسابي حسب السعر الجديد.

مقدار الزيادة:

سعر المتر المربع (ل.س)	10000	12000	15000	20000
مساحة القطعة (m^2)	200	150	100	50
مقدار الزيادة:	$\frac{10000\times 5}{100}=500$	$\frac{12000\times 5}{100}=600$	$\frac{15000\times 5}{100}=750$	$\frac{20000\times 5}{100}=1000$
السعر الجديد	10500	12600	15750	21000

$$\bar{x}=\frac{10500+12600+15750+21000}{4}$$
$$=\frac{59850}{4}=14962.5$$

② احسب النسبة المئوية للزيادة في المتوسط الحسابي.

مقدار الزيادة: $14962.5-14250=712.5$

النسبة المئوية للزيادة في المتوسط الحسابي: $\frac{712.5}{14250}\times 100=5\,\%$

③ تضم إحدى المدارس 5 صفوف بسعة 28 طالباً، و 4 صفوف بسعة 27 طالباً، و 3 صفوف بسعة 26 طالباً، و 5 صفوف بسعة 25 طالباً، و 3 صفوف بسعة 24 طالباً.

1. ما عدد الطلاب في هذه المدرسة؟

2. احسب المتوسط الحسابي لعدد الطلاب في الصف الواحد (قرب الجواب إلى خانة عشرية واحد)

الحل:

1. عدد الطلاب في هذه المدرسة:

$$5\times 28+4\times 27+3\times 26+5\times 25+3\times 24=140+108+78+125+72=523$$

2. احسب المتوسط الحسابي لعدد الطلاب في الصف الواحد (قرب الجواب إلى خانة عشرية واحد)

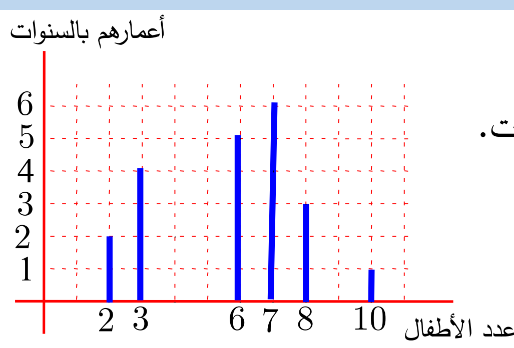
عدد الصفوف في المدرسة: $5+4+3+5+3=20$

$$\bar{x}=\frac{523}{20}=26.15\simeq 26$$

④ تمثيل بيانات إحصائية



نشاط « تمثيل بيانات إحصائية بمستطيلات »



1. الشكل المرافق تمثيلٌ بالأعمدة لأعمار 36 طفلاً بالسنوات.

طفلان: عمر كل منهما سنتان.

ثلاثة أطفال: عمر كل منهم 4 سنوات

ستة أطفال: عمر كل منهم 5 سنوات .... وهكذا

نظِّمْ جدول التكرار للبيانات الإحصائية الممثلة بهذه الأعمدة.

2. جدول الفئات الآتي، يمثل أعمار 17 شخصاً

$[18,22[$	$[14,18[$	$[10,14[$	$[6,10[$	$[2,6[$	الفئة
1	5	7	3	1	التكرار

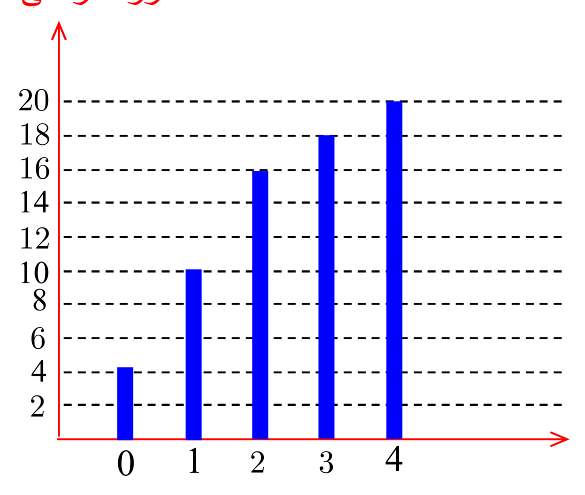
مثل هذه البيانات بمستطيلات، قاعدة كل منها تساوي مدى الفئة وارتفاعه يساوي تكرار الفئة.

الحل:



تحقق من فهمك

التمثيل الآتي هو تمثيل تصاعدي لمقتنيات 20 عائلة من الهواتف المحمولة.



حسب هذا التمثيل.

1. كم عائلة تملك على الأكثر جهازي هاتف؟

2. كم عائلة تملك بالضبط جهازي هاتف؟

3. نظِّمْ الجدول التكراري لهذه البيانات.

الحل:

1. كم عائلة تملك على الأكثر جهازي هاتف؟ عائلة $4+10+16=30$

2. كم عائلة تملك بالضبط جهازي هاتف؟ 16 عائلة.

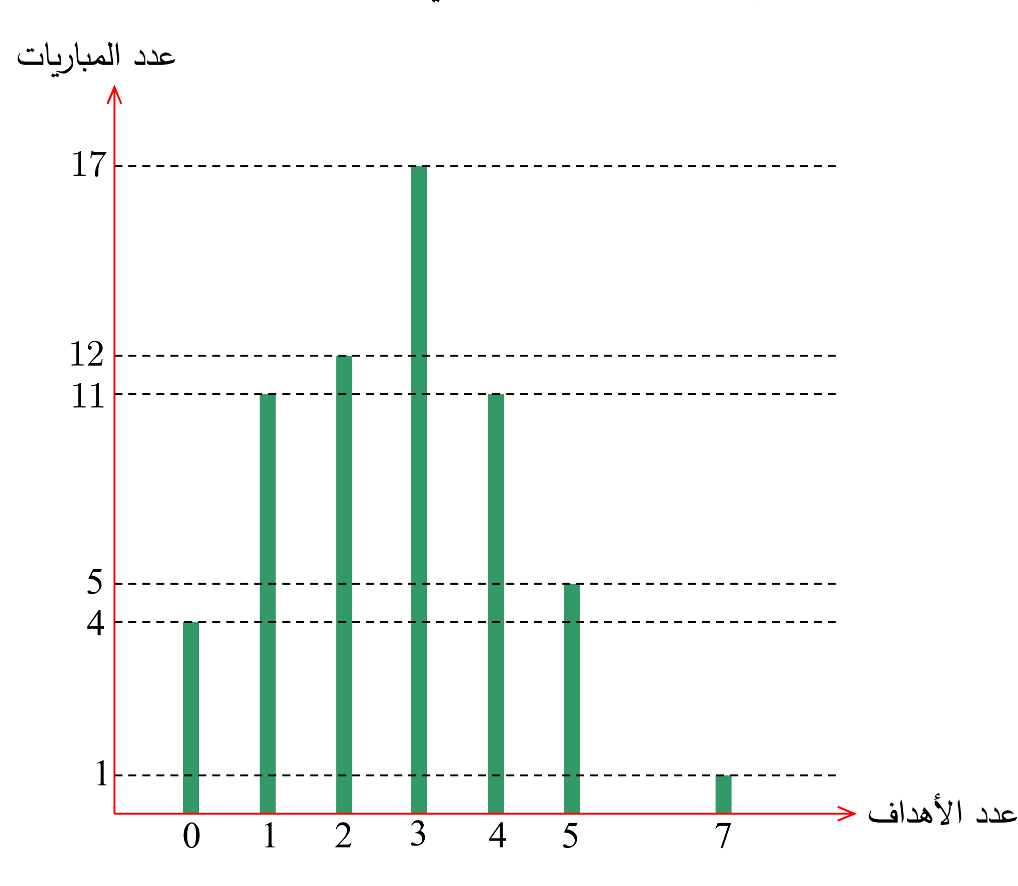
3. نظِّمْ الجدول التكراري لهذه البيانات.

عدد الهواتف	0	1	2	3	4
التكرار	4	10	16	18	20



تدرب

① في مونديال 1998 لكرة القدم، نُظِّم التمثيل التكراري الآتي بعدد الأهداف وعدد المباريات.



1. ما عدد المباريات التي جرت في هذا المونديال؟

2. احسب المتوسط الرياضي لعدد الأهداف في المباراة الواحدة (مقرباً الجواب إلى خانة عشرية واحد)

تمرينات ومسائل

1 في كل حالة آتية، هناك إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة. أشر إليها.

الجدول الآتي هو جدول توزيع الدرجات التي نالها سامر في 10 اختبارات.

الدرجة	4	5	6	7
التكرار	2	4	3	1

❶ نال سامر 4 مرات الدرجة ① 2 ② 5 ③ 6

❷ التكرار للدرجة 4 هو ① 2 ② 5 ③ $4 \times 2 = 8$

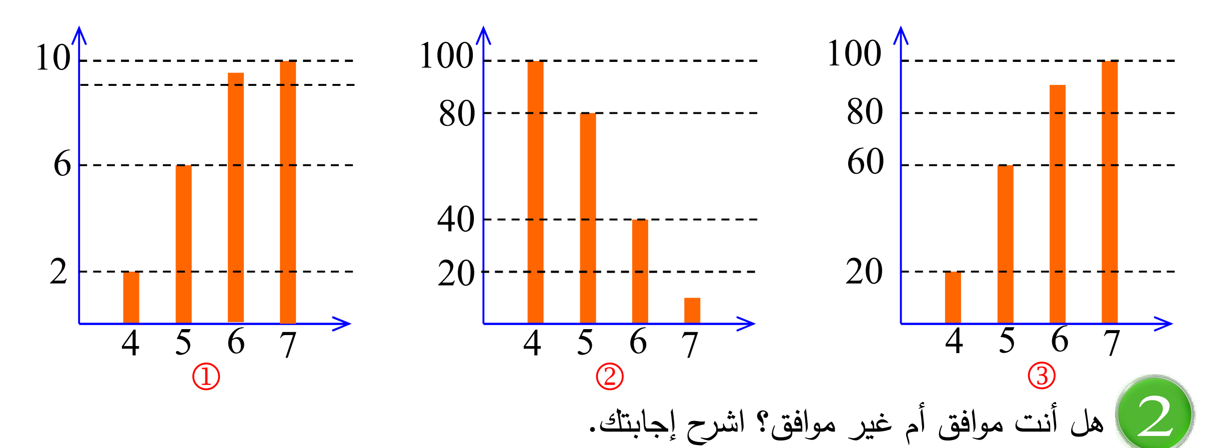
❸ التكرار المتجمع الصاعد لدرجات الطلاب هو

① 4, 9, 15, 22 ② 2, 6, 9, 10 ③ 10, 8, 4, 1

❹ التكرار المتجمع النازل لدرجات الطلاب هو ...

① 22, 15, 9, 4 ② 2, 6, 9, 10 ③ 10, 8, 4, 1

❺ تمثيل جدول التكرار المتجمع الصاعد بالأعمدة هو



2 هل أنت موافق أم غير موافق؟ اشرح إجابتك.

❶ في أحد الصفوف، جميع الطلاب أعمارهم 12 أو 13 أو 14 سنة. فالمتوسط الحسابي لأعمار طلاب هذا الصف يساوي 13 .

❷ إذا نظمت معطيات عددية في مجموعات، فإن المتوسط الحسابي ينتمي إلى المجموعة ذات التكرار الأكبر.

❸ إذا كان 28 % من طلاب أحد المعاهد أعمارهم أقل من 15 سنة، كان 72% منهم أعمارهم أقل من 14 سنة.

❹ إذا كان نسبة الذكور في نادي رياضي 72%، فإنَّ الإناث يشكلون 20.16 % من الذكور.

❺ المتوسط الحسابي لسلسلة أعداد يقسم هذه الأعداد إلى مجموعتين متساويتي العدد.

❻ الجدول الآتي بيان بعدد المنتسبين إلى أحد النوادي من العام 2012 حتى العام 2016 .

العام	2012	2013	2014	2015	2016
عدد المنتسبين	80	90	100	95	105

من العام 2012 حتى العام 2014 عدد المنتسبين للنادي هو 270 شخصاً.

3

طُلب من 40 طالباً أن يصرحوا عن عدد الأقلام في حقائبهم ، فكانت النتائج حسب الجدول الآتي.

عدد الأقلام	0	1	2	3	4
عدد الطلاب	1	5	24	7	3

أكمل كلاً من الجداول الأربعة الآتية.

①

على الأقل	0	1	2	3	4
التكرار	...	...	...	...	...

②

على الأكثر	0	1	2	3	4
التكرار	...	...	...	...	...

③

أقل من	0	1	2	3	4
التكرار	...	...	...	...	...

④

أكثر من	0	1	2	3	4
التكرار	...	...	...	...	...

4

الجدول الآتي يبيّن توزيع 32 شخصاً حسب كتلهم بالكيلوغرامات.

الكتلة	$[40,44]$	$[45,49]$	$[50,54]$	$[55,59]$
التكرار	4	8	12	8

1. كم شخصاً من هؤلاء، كتلته 40 kg أو أكثر؟ 50 kg أو أكثر؟

2. نظِّم الجدول التكراري الصاعد لهذه البيانات.

5

أحصينا عدد الأطفال في عينة مؤلفة من 43 عائلة، ثم مثلنا البيانات بالأعمدة، فكان كالآتي.

التكرار

10

9

6

1. نظِّم جدول التكرار بهذه البيانات.
2. نظِّم جدول التكرار المتجمع الصاعد.
3. نظِّم جدول التكرار المتجمع النازل.

6 المتوسط السنوي والمتوسط الفصلي

هذه هي الدرجات التي نالها ياسر في مادة الرياضيات (الدرجة العظمى 20) على مدى ثلاث أعوام.
درجاته في العام الأول: 7 و 9 و 10 ، درجاته في العام الثاني 12 و 12 و 11 و 13
درجاته في العام الثالث: 9 و 10 و 12 .

1. احسب المتوسط الحسابي لهذا الطالب على مدى الأعوام الثلاثة.
2. احسب المتوسط الحسابي لكل عام من الأعوام الثلاثة.
3. لتثبيت المعدل السنوي في مادة الرياضيات اعتمد المدرس المتوسط الحسابي لمتوسطات الأعوام الدراسية الثلاثة. هل يستحق ياسر هذا المعدل؟

7 في اختبار لمادة الرياضيات، وزعت درجات 100 طالب في الجدول التكراري الآتي.

الدرجة	2	3	4	5	6	7
التكرار	1	0	4	3	5	6

الدرجة	8	9	10	11	12	13
التكرار	9	8	12	10	11	10

الدرجة	14	15	16	17	18	19
التكرار	5	4	4	5	1	2

استعمل آلتك الحاسبة لحساب المتوسط الحسابي لدرجات هؤلاء الطلاب المائة.

8 في إحدى دوريات كرة القدم في القطر العربي السوري، كانت نتائج نادي الاتحاد على النحو المبين في الجدول الآتي.

5	3	2	7	عدد المباريات
5	7	2	10	عدد النقاط

نعلم أن الفريق ينال ثلاث نقاط لكل انتصار، ونقطةً واحدة لكل تعادل، وصفر نقطة لكل خسارة.

1. ما عدد المباريات التي لعبها فريق الاتحاد في هذا الموسم؟

2. احسب المتوسط الحسابي لعدد النقاط التي نالها النادي في المباراة الواحدة بالتقريب إلى خانة عشرية واحد.

9 مجموعة مؤلفة من 20 شخصاً، أعمارهم بالسنوات هي:

$$18 \cdots 16 \cdots 22 \cdots 34 \cdots 28 \cdots 29 \cdots 32 \cdots 27 \cdots 19 \cdots 23$$

$$21 \cdots 24 \cdots 26 \cdots 38 \cdots 39 \cdots 28 \cdots 33 \cdots 25 \cdots 29 \cdots 32$$

1. احسب المتوسط الحسابي لأعمار هؤلاء الأشخاص.

2. رتب المفردات المعطاة (الأعمار) تصاعدياً.

3. أكمل الجدول التكراري الآتي.

$[35,39]$	$[30,34]$	$[25,29]$	$[20,24]$	$[15,19]$	العمر
					التكرار

4. استعمل الجدول التكراري الذي أكملته في حساب المتوسط الحسابي التقريبي.

10 في الفصل الدراسي الأول، وُجد أنَّ مجموع معدلي غسان وعدنان يزيد على مجموع معدلي غسان وسلوى بمقدار 3.5. كم يزيد معدل عدنان على معدل سلوى؟

11 لما كانت الدرجة العظمى في اختبار مادة الرياضيات 18، كان معدل درجات الصف الثامن 12.5.

كم يصبح معدل درجاتهم فيما لو كانت الدرجة العظمى 20؟ (دون تغيير في علامات الطلاب)



12 حساب متوسط

الجدول الآتي بيانٌ بدرجات مجموعة من الطلاب:

الدرجة	8	9	10	11	12	المجموع
التكرار	5	7	8	12	11	
الجداء						

1. انسخ هذا الجدول.

2. أكمل السطر «الجداء» وذلك بجداء ضرب كل درجة بالتكرار الموافق لها.

3. أكمل العمود «المجموع» وذلك بجمع التكرارات والجداءات.

4. احسب المتوسط الحسابي لدرجات هؤلاء الطلاب وذلك بتقسيم مجموع الجداءات على مجموع التكرارات.

13 تعلُّم التعبير

اقرأ النص والحل المنجز من قبل أحد الطلاب. ثم حرِّرْ الحل مع الأخذ بمجمل ملاحظات المصحح.

النص الجدول الآتي هو جدول فئات الأعمار a لمجموعة من الأشخاص:

العمر	$18 \leq a < 22$	$18 \leq a < 22$	$18 \leq a < 22$	$18 \leq a < 22$	$18 \leq a \leq 22$
التكرار	6	10	18	9	2

احسب المتوسط الحسابي التقريبي لهؤلاء الأشخاص.

حل الطالب، مع ملاحظات المصحح

$$\overline{x} = \frac{6 \times a + 10 \times a + 18 \times a + 9 \times a + 2 \times a}{45} = \frac{45a}{45} = a$$

من أين جئت بالعدد a؟

للتعمق

يمكن التعبير عن الأعداد برموز (خطوط - عيدان - ....) على النحو الآتي:

/ رمز العدد 1 ، // رمز العدد 2 ... حتى العدد 4 .

~~////~~ رمز العدد 5 ، ~~////~~// رمز العدد 7 ..... وهكذا

14 التكرار الرمزي

طُلب من طلاب الصف الثامن (28 طالباً) أن يسجل كل منهم عدد أشقائه (إخوة وأخوات)، فجاءت النتائج كالآتي.

$$0\cdots0\cdots2\cdots3\cdots1\cdots1\cdots5\cdots1\cdots0\cdots1\cdots1\cdots4\cdots1\cdots2$$
$$2\cdots3\cdots2\cdots1\cdots0\cdots2\cdots3\cdots5\cdots1\cdots2\cdots1\cdots3\cdots2\cdots0$$

يمكن عرض هذه النتائج في الآتي:

1. انسخ الجدول الآتي:

5	4	3	2	1	0	عدد الأشقاء
						التكرار الرمزي
						التكرار العددي

2. اقرأ قائمة عدد الأشقاء، ثم انتقل إلى الجدول وضع في كل عمود من السطر الثاني الرمز الموافق.

3. أكمل الجدول بكتابة التكرار العددي في كل عمود.

15 الجمعة وباقي أيام الأسبوع

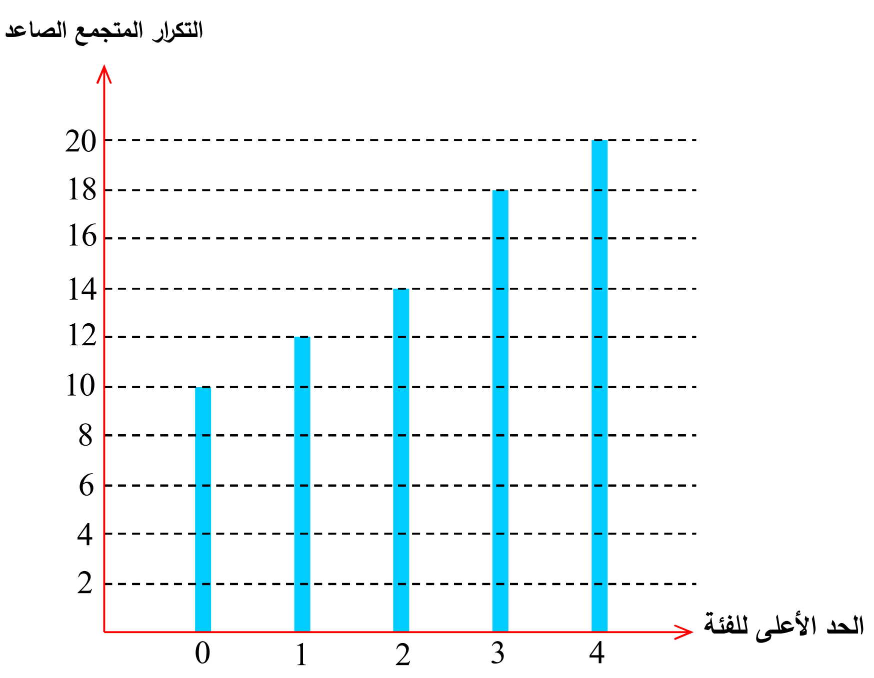
متوسط المسافة التي يقطعها أحد الرياضيين جرياً هو 8 km في اليوم (خلال سبعة أيام)، والمسافة التي يقطعها يوم الجمعة هي 14 km. ما متوسط المسافة التي يقطعها هذا الرياضي باقي الأيام؟

16 المعدلات الجزئية والمعدل العام

أجريت ستة اختبارات متتالية في مادة الرياضيات (الدرجة العظمى 10) لطلاب الصف الثامن.
كان معدل مازن في الاختبارات الأربعة الأولى 6 ، وكان معدله في الاختبارات الثلاثة الأخيرة 7 ، وكان معدله في الاختبارات الستة 6 . احسب الدرجة التي نالها مازن في الاختبار الرابع .

17 التكرار الصاعد والتكرار النازل

سُئل 20 شخصاً عن عدد الشطائر التي يأكلونها يومياً، فكانت الإجابات وفق التمثيل التصاعدي الآتي:



1. نظِّمْ جدول الفئات بهذه البيانات.
2. مثل مضمون هذا الجدول بالأعمدة.

18 لعبة النرد

يلقي لاعب حجر نرد. ليكن n العدد الظاهر ($1 \leq n \leq 6$).

يربح اللاعب في كل رمية $10n - 35$ نقطة. (الناتج السالب يدل على الخسارة)

1. كم نقطة يخسر اللاعب إذا حقق العدد 1 ؟ وكم نقطة يربح إذا حقق العدد 5؟
2. ألقى لعبٌ حجر النرد 100 مرة، فكانت النتائج وفق الجدول الآتي:

رقم الوجه	1	2	3	4	5	6
التكرار	12	25	17	14	13	19

1. نظّمْ جدول التكرار المتجمع الصاعد بهذه المعطيات.
2. احسب المتوسط الحسابي للنقاط التي سجلها اللاعب (مقرباً الجواب لخانة عشرية واحد).



الوحدة الأولى

متوازيات الأضلاع والانسحاب

1. الانسحاب وخواصه
2. صورة نقطة وفق انسحاب
3. صورة شكل وفق انسحاب
4. تطابق المثلثات

انطلاقة نشطة

في كلٍ مما يلي، واحدة فقط من الإجابات الثلاث ① و ②و ③ المقترحة صحيحة، أشر إليها:

① متوازي الأضلاع $ABCD$ يُقرأ أيضاً:

① $ABDC$

② $ADCB$

③ $DCAB$

② الرباعي $ABCD$ هو متوازي أضلاع، فالقطعتان المستقيمتان:

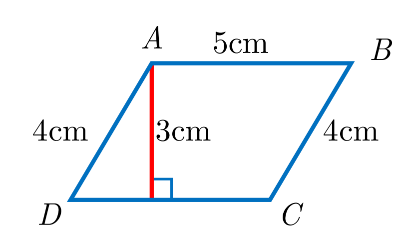
① $[AB]$ و $[CD]$ متناصفتان

② $[AD]$ و $[BC]$ متناصفتان

③ $[AC]$ و $[BD]$ متناصفتان



③ مساحة متوازي الأضلاع $ABCD$ المرسوم جانباً تساوي:



① $12\ \text{cm}^2$

② $15\ \text{cm}^2$

③ $20\ \text{cm}^2$



④ الرباعي $EFGH$ هو متوازي أضلاع، إذن:

① $EH = FG$ و $EF = HG$

② $EG = HF$

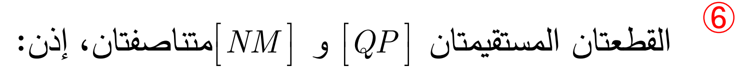
③ $EF = FG$

⑤ الرباعي $ABCD$ هو متوازي أضلاع مركزه O، إذن:

① $OA = OB$

② O هي منتصف $[AB]$

③ O هي مركز تناظر لمتوازي الأضلاع



⑥ القطعتان المستقيمتان $[QP]$ و $[NM]$ متناصفتان، إذن:

① $MNQP$ هو متوازي أضلاع

② $MNPQ$ هو متوازي أضلاع

③ $MPNQ$ هو متوازي أضلاع

⑦ $(FE) \parallel (AB)$ و $(BE) \parallel (AF)$، فالرباعي:

① $AFBE$ هو متوازي أضلاع

② $AEBF$ هو متوازي أضلاع

③ $ABEF$ هو متوازي أضلاع

⑧

شكل رباعي محدب فيه ضلعان متقابلان متوازيان متساويان. نستنتج أنّ هذا الرباعي هو:

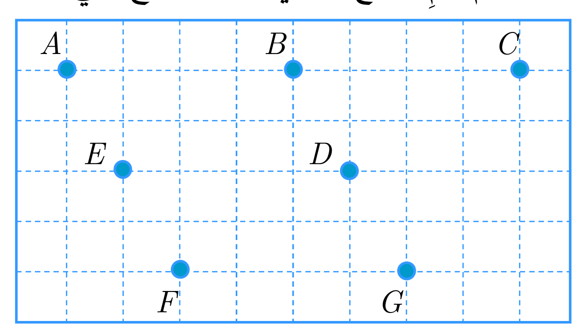
①مستطيل ②معين ③متوازي أضلاع

⑨

شكل رباعي محدب $ABCD$ فيه $AB = CD$ و $AD = BC$، نستنتج أنّ هذا الرباعي هو:

①مستطيل ②معين ③متوازي أضلاع

2. تأمل الشكل المرافق، ثم سمِّ جميع متوازيات الأضلاع التي تؤخذ رؤوسها من النقاط السبعة.

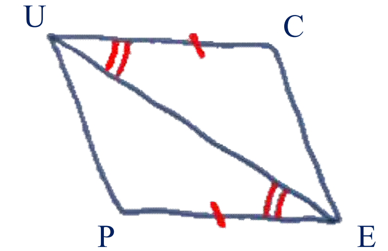


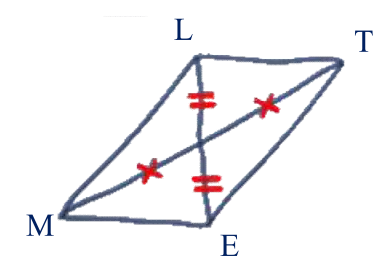
$ABDE$, $BCDE$

$EDGF$, $ABGF$

$EBDF$

3. في الشكل التالي، الرباعيان ① و ② مرسومان يدوياً.





ما طبيعة كلٍ منهما؟ علّلْ إجابتك.

الشكل الأول متوازي أضلاع لتناصف قطريه.

الشكل الثاني متوازي أضلاع لأن:

$UC = PE$ فرضاً

$UC \parallel PE$ لأن $\widehat{UEP} = \widehat{CUE}$ وهما في وضع التبادل الداخلي بالنسبة إلى المستقيمين $(UC),(PE)$ والقاطع (UE)

إذن: تساير ضلعان في الرباعي $UCEP$ فهو متوازي أضلاع.

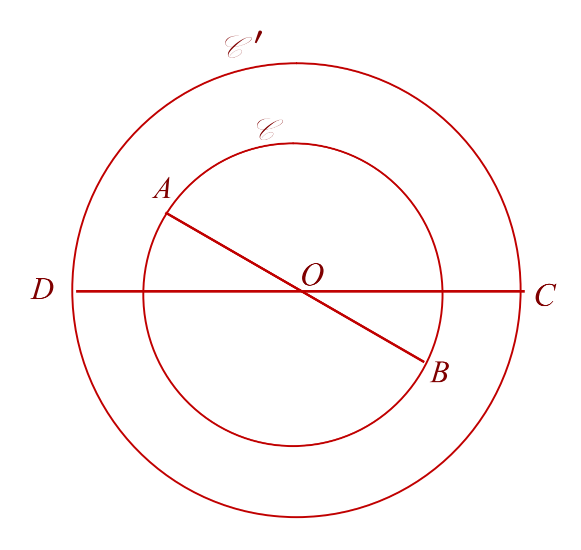
4. $\mathscr{C}$ و $\mathscr{C}'$ دائرتان متمركزتان في O. $[AB]$ قطرٌ في الدائرة $\mathscr{C}$ و $[CD]$ قطر في الدائرة $\mathscr{C}'$ يحقق $\widehat{AOD} = 30^\circ$.

1) ارسم شكلاً متفقاً مع معطيات المسألة.

2) أثبت أنَّ الرباعي $ACBD$ هو متوازي أضلاع.

💡 نرمز للدائرة بالرمز $\mathscr{C}$ وهو الشكل الرسومي للحرف C.

1)



2)

$AO = OB = R$

$DO = OC = R$

فقطرا الرباعي $ACBD$ متناصفان فهو متوازي أضلاع.



1 الانسحاب وخواصه

أهداف الدرس:

- يتعرف الطالب مفهوم الانسحاب وخواصه.
- يستعمل خواص الانسحاب ليعرف مساحة شكل أو طول ما أو قياس زاوية ما.

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصة دراسية واحدة.

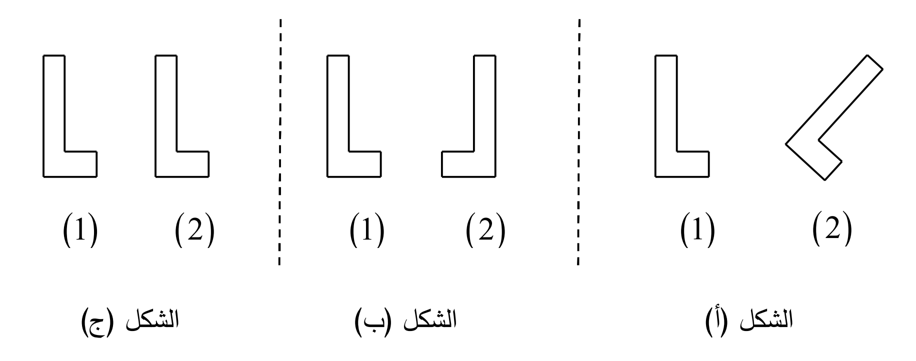
الوسائل التعليمية:

ورقة شفافة.

المرتكزات المعرفية

ننوه إلى أن الطالب لديه فكرة بسيطة عن مفهوم الانسحاب فقد ورد الانسحاب في كتب الحلقة الأولى, أي أن الانسحاب ليس بمفهوم غريب عن الطالب, فقد تعلم على سبيل المثال أن يجيب على سؤال بسيط مثل:

اذكر الشكل الذي يمثل انسحاباً من (1)إلى (2)من الأشكال الآتية:



فيمكن بدء الدرس بسؤال مشابه.

يبدأ هذا الدرس بنشاط (نحو مفهوم الانسحاب انطلاقاً من ترصيف مبرمج)

وهذا النشاط يحتاج إلى ورقة شفافة وقصاصات ورقية (تُعَد مسبقاً)

حيث يمكن تقسيم طلاب الصف إلى مجموعات وإعطاء كل مجموعة منها قصاصة وورقة شفافة

نطلب من المجموعات وضع الورقة الشفافة فوق الرسم الموجود في الكتاب حتى لا يرسموا على الكتاب واستعمال القصاصة لتحديد الموضع الجديد للحجر حسب الحركة المطلوبة ،

بعد أخذ إجابات الطلاب نثبت الصحيح منها ونوضّح للطلاب الذين لم يوفقوا في الإجابة أين الخطأ في إجابتهم.



نشاط « نحو مفهوم الانسحاب انطلاقاً من ترصيف »

1-يمكن أن تنتقل قصاصة الحجر (1) لتنطبق على قصاصة الحجر (2) بانزلاق (انسحاب) من A إلى B

وعندها تنطبق A على B وتنطبق C على D وتنطبق E على F

ويصبح الحجر (4) في الموضع (5)

والحجر (9) في الموضع (10)

ويكون كل من الرباعيين $ABFE$, $ABDC$ متوازي أضلاع.

2-انسحاب آخر:

1) صورة الحجر (1) وفق الانسحاب الذي ينقل النقطة A إلى M هو الحجر (4) , وصورة الحجر (6) وفق نفس الانسحاب هو الحجر (11)، وتكون صورة النقطة C هي النقطة N، وصورة النقطة E هي النقطة P، وصورة الحجر (7) هو الحجر (10)

2) نعم، وهو الانسحاب الذي ينقل النقطة D إلى النقطة N

الآن وقد أنجز الطلاب النشاط واستوعبوه، ننتقل إلى فقرة تعلم ونثبت المفاهيم والخواص الواردة فيها.

نجعل طلابنا يعتادون العبارة (صورة شكل وفق انسحاب) ويرددونها، لأنهم لم يألفوها سابقاً.

ويمكن تثبيت الأفكار ببساطة باستعمال وسائل في متناول اليد في غرفة الصف مثل:

تنفيذ الإزاحة على: ممحاة السبورة ، قلم ، وغيرها ...

وهنا يستوعب الطلاب ببساطة أن الانسحاب يحافظ على الأطوال والاستقامة والزوايا والمساحات.

بعد ذلك نصل إلى فقرة تحقق من فهمك، وهنا نفسح المجال للطلاب كي يجيبوا بشكل إفرادي على هذا السؤال لمدة لا تتجاوز /5/ دقائق

بعدها نأخذ الإجابات من الطلاب ونثبت الصحيح منها ونصوّب الخطأ.

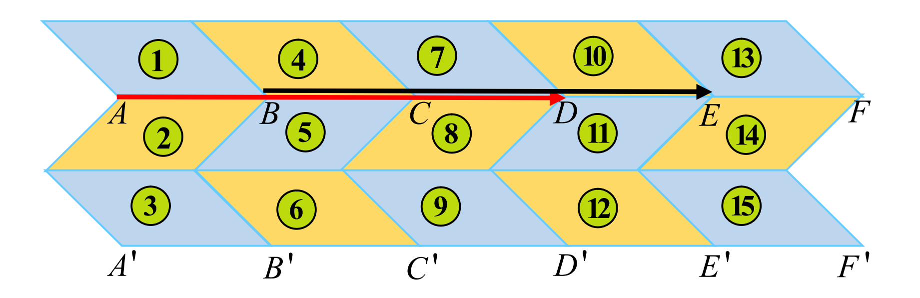
تحقق من فهمك صفحة 12

① 1 الانسحاب الذي ينقل A إلى D

يتم بانزلاق A نحو اليمين ثلاث مسافات.

لذلك تنزلق B وفق نفس الانسحاب لتصبح في الموضع E

ويمكن توضيح ذلك من خلال رسم أسهم كما في الشكل الآتي:



ولذلك تكون صورة متوازي الأضلاع ① وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى D

هو متوازي الأضلاع 10

وكذلك تكون صورة متوازي الأضلاع 2 وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى D

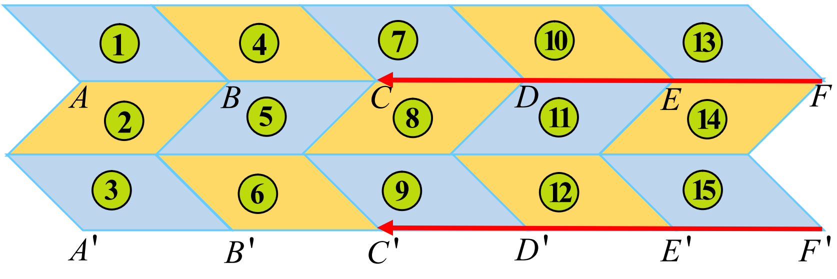
هو متوازي الأضلاع 11

2الانسحاب الذي ينقل F إلى C يتم بانزلاق F نحو اليسار بمقدار ثلاث مسافات.

لذلك تنزلق F' وفق نفس الانسحاب لتصبح في الموضع C'

وتكون صورة متوازي الأضلاع 15هي متوازي الأضلاع 6

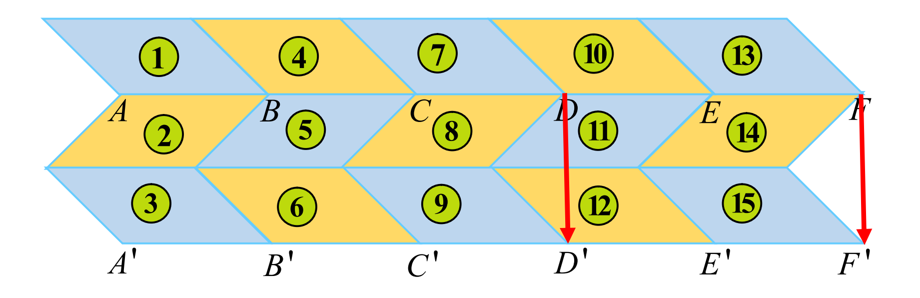
كذلك تكون صورة متوازي الأضلاع 11هي متوازي الأضلاع 2 وفق الانسحاب نفسه.



3 صورة متوازي الأضلاع 7 وفق الانسحاب الذي ينقل D إلى D'هي

متوازي الأضلاع 9

صورة متوازي الأضلاع 13 وفق نفس الانسحاب هي متوازي الأضلاع 15



4ينتقل متوازي الأضلاع 3 إلى متوازي الأضلاع 7 وفق الانسحاب الذي ينقل A' إلى C

5ينتقل متوازي الأضلاع 4 إلى متوازي الأضلاع 9 وفق الانسحاب الذي ينقل B إلى C'

6ينتقل متوازي الأضلاع 9 إلى متوازي الأضلاع 13 وفق الانسحاب الذي ينقل C' إلى E

② 1الشكلان غير طبوقين ونعلم أن الانسحاب تقايس لذلك لا يمكن أن يكون الشكل الأحمر هو صورة للشكل الأزرق وفق انسحاب.

2نعلم أن الانسحاب يحافظ على قياسات الزوايا، وفي هذين الشكلين نلاحظ اختلاف في قياسات الزوايا المتقابلة، لذلك فالشكل الأحمر ليس صورة للشكل الأزرق وفق انسحاب.

3الانسحاب لا يعكس الاتجاهات لذلك فالشكل الأحمر ليس صورة للشكل الأزرق وفق انسحاب بل وفق انعكاس (تناظر محوري).

4الدائرتان ليستا طبوقتين لذلك من غير الممكن أن تكون إحداهما صورة للأخرى وفق انسحاب.

ننتقل الآن إلى فقرة تدرب، ويمكن حل سؤال منها خلال الحصة من خلال محاورة الطلاب ويبقى السؤال الآخر كواجب للمنزل يصحح في بداية الدرس القادم.

في نهاية الدرس لا بد من ترسيخ الأفكار

اسأل طلابك أسئلة حول ما تعلموه في هذا الدرس وخذ الإجابات من عدة طلاب، ولا تنسى تشجيعهم بكلمات مثل: جيد ، أحسنت ، ممتاز ، رائع ، ....

تدرب صفحة 13

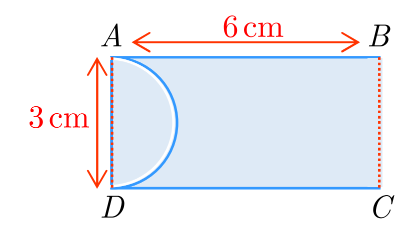
.1 ① (4) , (2) و (1) , (8) و (3) , (6) و (5) , (7)

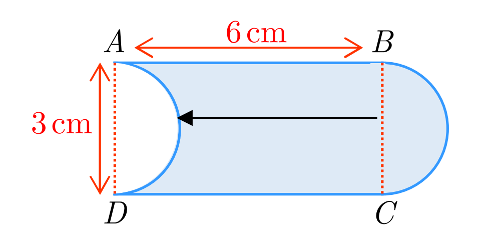
② نصف الدائرة التي قطرها $[AD]$

.2المساحة الملونة بالأزرق تساوي مساحة المستطيل $ABCD$ وذلك لأن الانسحاب تقايس ومساحة نصف الدائرة الزرقاء تساوي مساحة نصف الدائرة البيضاء، إذن المساحة المطلوبة تساوي:

$AB \times BC = 6 \times 3 = 18cm^2$

2





تنويه:

لا تكلف طلابك برسم صورة شكل وفق انسحاب في هذا الدرس، فهذا ليس من أهداف درسنا وسيتعلم الطالب الرسم في الدرسين التاليين.

حول الدرس القادم:

اطلب من طلابك إحضار أوراق سنتيمترية، والفرجار ، والمسطرة.

صورة نقطة وفق انسحاب

نشاط أهداف الدرس:

- يرسم الطالب صورة نقطة وفق انسحاب معين مستعملاً الفرجار.

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصة دراسية واحدة.

الوسائل التعليمية:

أوراق سنتيمترية ، الفرجار، المسطرة.

المرتكزات المعرفية

تعلم الطالب في الدرس السابق أن يدل على صورة شكل وفق انسحاب (الشكل وصورته مرسومان) ، وتعلم أيضاً خواص متوازي الأضلاع في صفوف سابقة.

يبدأ هذا الدرس بنشاط (رسم صورة نقطة وفق انسحاب، باستخدام أدوات هندسية)

وهذا النشاط يحتاج إلى ورقة سنتيمترية في فقرته الأولى.

يمكن للطلاب في المقعد الواحد تنفيذ هذا النشاط أو يمكنك تقسيم طلاب الصف إلى مجموعات حسب ما تراه مناسباً.

نعطي الطلاب الوقت المناسب لتنفيذ النشاط

أثناء عملهم يكون دور المدرس هو الميسر والموجه إن لزم الأمر

بعد ذلك لا تصحح إجابات الطلاب بل ننتقل إلى فقرة تعلم مباشرة لإعطاء المفهوم الجديد وكيفية الرسم

ولا ننسى أن ننوه للطلاب أنه في الإنشاءات الهندسية نستعمل الفرجار ومسطرة غير مدرجة.

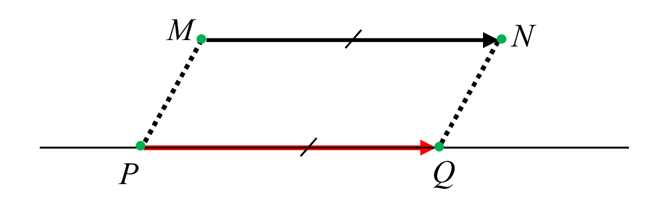
بعد الانتهاء من فقرة تعلم نعود إلى النشاط ونثبت الإجابات الصحيحة بمساعدة الطلاب ومحاورتهم.

بعد ذلك ننتقل إلى فقرة تحقق من فهمك ونعطي طلابنا مدة دقيقتين فقط كي يقوموا بالحل كل على حدته وبعدها نأخذ الإجابات منهم ونثبت الصحيح منها ونصوّب الخطأ.

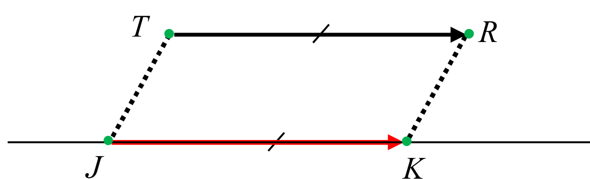
تحقق من فهمك صفحة 16

في كلٍ من الحالتين الآتيتين، ارسم الشكل الموافق ثم أكمل العبارتين الآتيتين:

1. N هي صورة M وفق الانسحاب الذي ينقل P إلى Q وكانت M لا تقع على (PQ)، إذن $PQNM$ هو متوازي أضلاع.



2. وفق الانسحاب الذي ينقل J إلى K، R هي صورة T وكانت T لا تقع على (JK)، إذن $JKRT$ هو متوازي أضلاع.

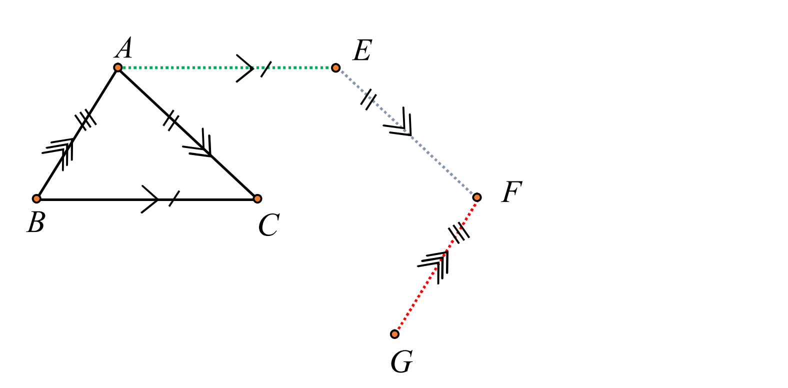


أما فقرة تدرّب يحل قسم منها في الحصة والباقي يعطى كواجب منزلي.

في نهاية الدرس لا بد من ترسيخ الأفكار كالعادة بطرح أسئلة مناسبة على الطلاب حول ما تم تعلمه.

تدرب صفحة 16

①



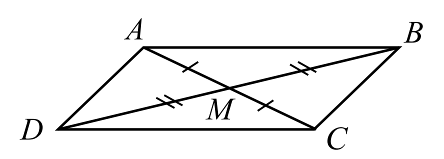
رسم E:

- نفتح الفرجار بمقدار AB ونثبت الإبرة في C ونرسم قوساً
- نفتح الفرجار بمقدار BC ونثبت الإبرة في A ونرسم قوساً

– يتقاطع القوسان بالنقطة E التي تجعل الرباعي $ABCE$ متوازي أضلاع.

وبشكل مشابه ننشئ F , G

②



1. صورة النقطة D وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B هي C
2. وفق الانسحاب الذي ينقل C إلى B ، A هي صورة D.
3. وفق الانسحاب الذي ينقل M إلى A، M هي صورة C.

لأن قطري متوازي الأضلاع متناصفان وبالتالي $CM = MA$

③

حول الدرس القادم:

نطلب من الطلاب إحضار الفرجار، والمسطرة.

3 صورة شكل وفق انسحاب

أهداف الدرس:

- ينشئ الطالب صورة مستقيم وفق انسحاب معين مستعملاً أدوات هندسية.
- يتعرف الطالب أن صورة مستقيم وفق أي انسحاب هو مستقيم يوازيه.
- ينشئ الطالب صورة قطعة مستقيمة وفق انسحاب معين مستعملاً أدوات هندسية.
- ينشئ الطالب صورة نصف مستقيم وفق انسحاب معين مستعملاً أدوات هندسية.
- ينشئ الطالب صورة دائرة وفق انسحاب معين مستعملاً أدوات هندسية.
- يتوصل الطالب إلى أن الشكل وصورته وفق انسحاب متطابقان.
- يستعمل الطالب خواص الانسحاب في إنشاء هندسي.

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصتان دراسيتان.

الوسائل التعليمية:

الفرجار ، والمسطرة.

المرتكزات المعرفية

- رسم صورة نقطة وفق انسحاب.
- الانسحاب يحافظ على القياسات.

يبدأ هذا الدرس بنشاط (رسم صورة مستقيم وفق انسحاب باستعمال أدوات هندسية، وإثبات أن المستقيم وصورته متوازيان).

/الحصة الأولى/ (رسم صورة مستقيم وفق انسحاب)

نعطي الطلاب مدة لا تزيد عن /15/ دقيقة ليقوموا بحل النشاط (كل مجموعة تقوم بحل سؤال من الأسئلة الثلاثة الواردة) ووجّههم عند الضرورة إلى أنه لرسم صورة مستقيم وفق انسحاب نرسم صورتي

نقطتين مختلفتين منه باستخدام الأدوات الهندسية، ثم نرسم المستقيم المار بالصورتين فنحصل على المطلوب.

وبعد أن نستمع إلى إجابات الطلاب نناقش تلك الإجابات ونثبت الصحيحة منها ونصوّب الخطأ.

وننبه طلابنا إلى أن البرهان في الرياضيات لا يجوز استنتاجه من الشكل، بل يتم عبر سلسلة من الاستنتاجات.

ننتقل بعدها إلى فقرة تعلم ونوضح المفاهيم والخواص الواردة فيها (حول صورة مستقيم وفق انسحاب) بمحاورة الطلاب ونبتعد عن التلقين، موضحين الحالات المختلفة.

ننتقل بعد ذلك إلى فقرة تحقق من فهمك في الصفحة /21/ ونطلب من طلابنا حلها ، ثم نثبت الإجابات الصحيحة بعد أخذها من الطلاب.

تحقق من فهمك صفحة 21

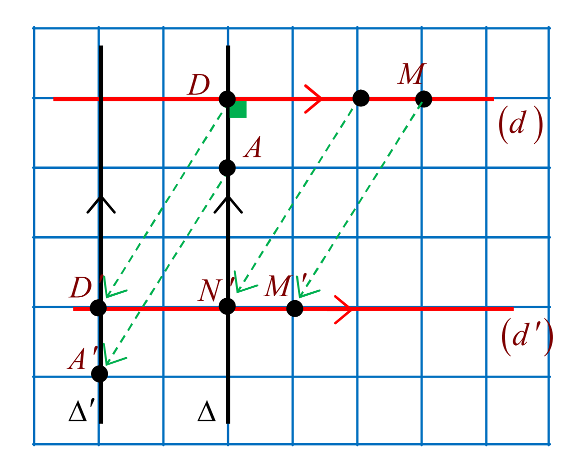
انقل الشكلين ① و ②إلى دفترك، وعلى كلٍ منهما:

الشكل الأول: رسم Δ':

- إن صورة M وفق الانسحاب المفروض هي M'
- لتكن N نقطة أخرى من Δ ولنرسم صورتها N' وفق الانسحاب المفروض:
  - نفتح الفرجار بمقدار MM' ونثبت الإبرة في N ونرسم دائرة (أو قوس منها)
  - نفتح الفرجار بمقدار MN ونثبت الإبرة في M' ونرسم قوساً
  - يتقاطع القوسان السابقان بالنقطة N' التي تجعل $MM'N'N$ متوازي أضلاع.
  - نرسم المستقيم $(M'N')$ فيكون هو Δ' صورة Δ وفق الانسحاب من M إلى M'

ونرسم (d') صورة (d) بأسلوب مماثل.

الشكل الثاني: بالمثل نرسم



2. أكمل كلاً من العبارتين الآتيتين:

①صورتا مستقيمين متوازيين وفق أي انسحاب هما مستقيمان متوازيان.

②صورتا مستقيمين متعامدين وفق أي انسحاب هما مستقيمان متعامدان.

في نهاية الحصة لا بد من ترسيخ المعلومات بطرح أسئلة على الطلاب حول ما تعلموه وتلقي الإجابة من أكثر من طالب.

وأما التدريب (1) صفحة /22/ يعتبر كواجب للمنزل ويصحح في الحصة التالية.

/الحصة الثانية/ (رسم صورة قطعة مستقيمة ، نصف مستقيم ، دائرة وفق انسحاب)

بعد أن تعلم الطالب في الحصة السابقة كيف يرسم صورة مستقيم وفق انسحاب مستخدماً الأدوات الهندسية أصبح من السهل أن يتعلم رسم صورة قطعة مستقيمة ونصف مستقيم وفق انسحاب مفروض

نبدأ الدرس بسؤال طلابك عن كيفية رسم صورة مستقيم وفق انسحاب باستخدام الأدوات الهندسية.

نسألهم بعد ذلك:

خمنوا كيف يمكن أن نرسم صورة قطعة مستقيمة وفق انسحاب باستخدام الأدوات الهندسية؟

نقوم بتلقي الإجابات من عدة طلاب ونتحاور معهم ، عسى أن يصلوا إلى طريقة الإنشاء بأنفسهم.

ننتقل بعدها إلى تعليم الطلاب رسم صورة قطعة مستقيمة وفق انسحاب معين.

ثم نطرح التساؤل: الآن وبعد أن رسمنا صورة قطعة مستقيمة وفق انسحاب ، ترى كيف نرسم صورة مضلع وفق انسحاب؟ نعطي مضلعات محددة (مثلث مثلاً) ثم مستطيل ...

بعدها نقوم بتثبيت فكرة: صورة مضلع وفق انسحاب هو مضلع مطابق له.

بعد ذلك ننتقل إلى تعليم الطلاب رسم دائرة وفق انسحاب معين، من خلال محاورتهم

بعدها نناقش مع طلابنا المثال المحلول صفحة 21

نطلب من الطلاب حل التدريب (2) صفحة 22 بأنفسهم ثم نناقش الإجابات ونثبت الإجابة الصحيحة.

لا بد بعد ذلك من ترسيخ المفاهيم كالعادة من خلال طرح أسئلة على الطلاب حولها.

ونطلب من الطلاب حل التمرينين (3) و (4) كواجب منزلي يصحّح في بداية الدرس القادم.

تدرب صفحة 22

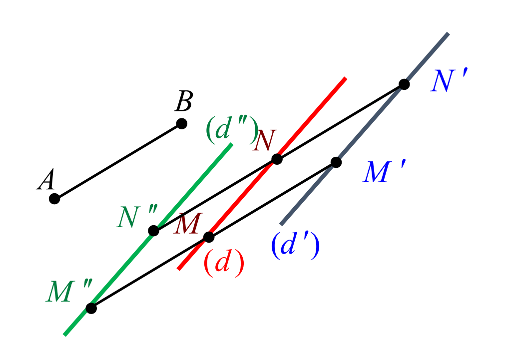
① تأمل الشكل المرسوم جانباً:

1. انقل الشكل إلى دفترك.
2. استعمل فرجاراً ومسطرةً غير مدرجة لرسم (d') صورة المستقيم (d) وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B.
3. ارسم $(d")$ صورة المستقيم (d) وفق الانسحاب الذي ينقل B إلى A.
4. ما يمكن قوله بما يتعلق بالمستقيمين (d') و $(d")$.

زميلنا المدرس: في تدريبات الإنشاء لا بد من توضيح خطوات الرسم بالفرجار

2-رسم (d'):

- نختار نقطتين مختلفتين M, N من المستقيم (d)
- نرسم صورة M وفق الانسحاب



الذي ينقل A إلى B كما يلي:

- نفتح الفرجار بمقدار AB ونثبت الإبرة في M ونرسم دائرة.
- نفتح الفرجار بمقدار AM ونثبت الإبرة في B ونرسم دائرة.
- تتقاطع الدائرتان السابقتان بنقطتين تكون إحداهما النقطة M' التي تجعل الرباعي $ABM'M$ متوازي أضلاع.

بالمثل نرسم N' صورة النقطة N وفق نفس الانسحاب.

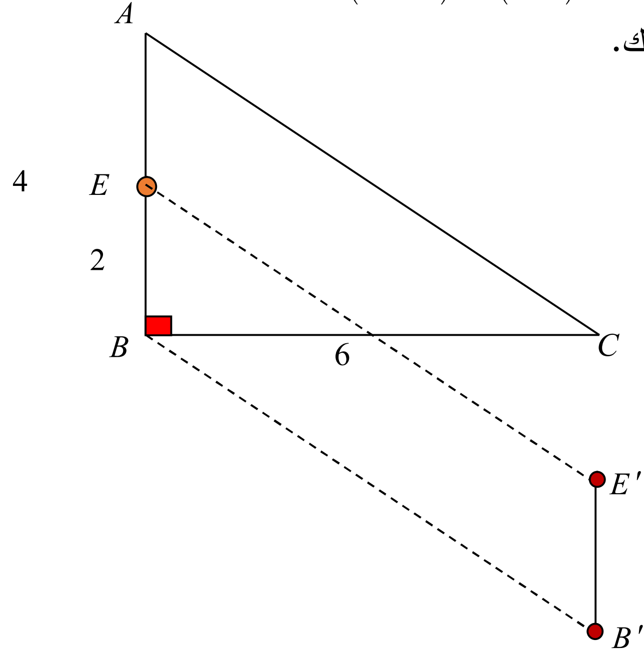
- نرسم المستقيم (MN') فيكون هو المستقيم (d') المطلوب.

3- يتم رسم المستقيم (d'') بأسلوب مماثل.

4- المستقيمان $(d'),(d'')$ متوازيان لأن كل منهما يوازي (d) (كل منهما صورته وفق انسحاب) ونعلم أن المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان.

② ABC مثلث قائم الزاوية في B، فيه $BA = 4\text{ cm}$ و $BC = 6\text{ cm}$.

1. ارسم هذا المثلث مستعملاً الفرجار ومسطرة غير مدرجة.
2. وضّعْ النقطة E على الضلع $[BA]$ بحيث يكون $BE = 2\text{ cm}$.
3. ارسم صورة القطعة $[EB]$ وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى C وسمّها $[E'B']$.
4. اشرح ما يمكنك قوله بما يتعلق بالمستقيمين (AB) و $(E'B')$.
5. ما طول القطعة $[E'B']$؟ اشرح إجابتك.



4-المستقيمان (AB) و $(E'B')$ متوازيان

لأن $(E'B')$ صورة المستقيم (AB)

وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى C

5-طول القطعة $[E'B']$

يساوي طول القطعة $[EB]$

لأن $[E'B']$ صورة $[EB]$

وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى C

إذن $E'B' = 2\,\text{cm}$

③ ارسم مستطيلاً $ABCD$ بعداه $AB = 3$ cm و $AD = 2$ cm ، ثم ارسم صورة هذا المستطيل وفق الانسحاب الذي ينقل B إلى A . اشرح خطوات عملك.

إن صورة النقطة B وفق الانسحاب الذي ينقل B إلى A هي النقطة A

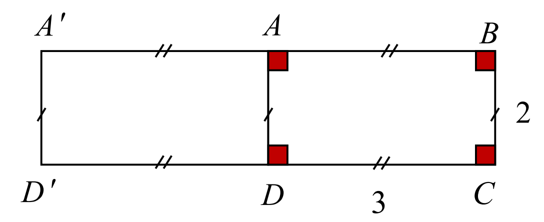
وصورة النقطة C وفق نفس الانسحاب هي النقطة D

أما A' صورة A وفق نفس الانسحاب هي نقطة من نصف المستقيم $[BA)$ بحيث: $AA' = BA = 3$ cm

وكذلك D' صورة النقطة D وفق الانسحاب الذي ينقل B إلى A

هي نقطة من نصف المستقيم $[CD)$ بحيث: $DD' = CD = 3$ cm

إذن صورة المستطيل $ABCD$ وفق الانسحاب المفروض هي: $A'ADD'$



④ رسم كل من عدنان وغسان وكنان النقطة D ، صورة النقطة C وفق الانسحاب الذي ينقل B إلى A. مستعملين الطول نفسه للقطعة $[CD]$.

فإذا كان غسان الوحيد الذي رسم D بشكلٍ صحيح:

1. أي الأشكال الثلاثة هو رسمه؟الشكل (3)

2. ما الخطأ في كلٍ من الشكلين الآخرين؟

الشكل (1) فيه $[AB]$, $[CD]$ متقاطعتان في حين أنه يجب أن تكونا متوازيتين.

الشكل (2) الخطأ فيه أن جهة الانتقال من C إلى D لا تماثل جهة الانتقال من B إلى A

حول الدرس القادم:

نطلب من الطلاب إحضار الفرجار والمسطرة والمنقلة.

4 تطابق المثلثات

أهداف الدرس:

يتعلم الطالب حالات تطابق مثلثين.

يثبت تطابق مثلثين اعتماداً على حالات التطابق.

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصتان دراسيتان.

الوسائل التعليمية:

المنقلة ، الفرجار ، المسطرة.

المرتكزات المعرفية

تعلم الطالب سابقاً كيف ينشئ مثلثاً مستخدماً الأدوات الهندسية بحالاته المختلفة ، كذلك أصبح لديه معلومات كافية عن الانسحاب ، والأمر الأكثر أهمية حول الانسحاب هو أنه يحافظ على القياسات ، وهذه المعلومة ضرورية لدرسنا هذا.

وتعلم الطالب أيضاً في السابق أنه إذا كان لدينا مستقيمان متوازيان وقاطع لهما فإن:

- كل زاويتين متبادلتين داخلاً تكونان طبوقتين.
- كل زاويتين متناظرتين تكونان طبوقتين.

وتعلم كذلك أن الزاويتين المتقابلتين بالرأس طبوقتان.

وأن مجموع زوايا مثلث 180° وأن الزاويتين الحادتين في مثلث قائم الزاوية متتامتان.

كذلك لابد أن يعرف الطالب كيف يحدد الضلع المقابلة لزاوية في المثلث وبالعكس كيف يحدد الزاوية المقابلة لضلع من أضلاع مثلث.

وكل هذه المعلومات سنحتاجها ولكن لن نذكر طلابنا بكل هذه المعلومات دفعة واحدة، بل عندما نحتاج أي منها لابد من الإضاءة عليها وكتابتها بلون مميز على السبورة.

يبدأ هذا الدرس بنشاط (اكتشاف حالات تطابق المثلث انطلاقاً من الانسحاب)

وهذا النشاط يحتاج إلى الأدوات الهندسية.

2

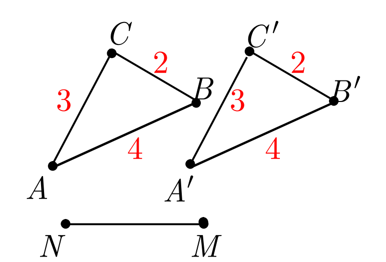
يمكن للطلاب في المقعد الواحد تنفيذ هذا النشاط أو يمكنك تقسيم طلاب الصف إلى مجموعات حسب ما تراه مناسباً.

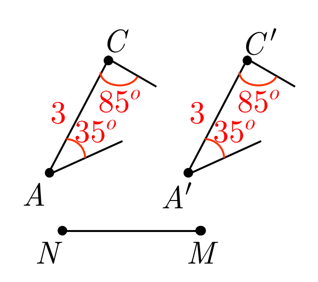
نعطي الطلاب مدة لا تزيد عن /10/ دقائق لحل أسئلة النشاط.

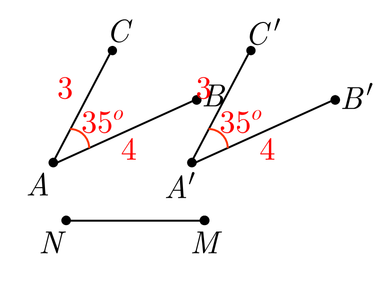
بعد ذلك نناقش الإجابات ونثبت الصحيح منها ونصوب الخطأ.

نشاط صفحة 23

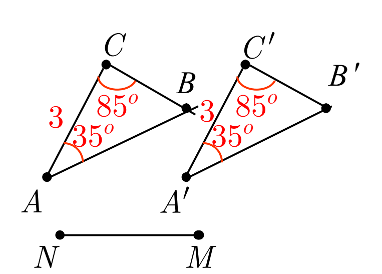
.1

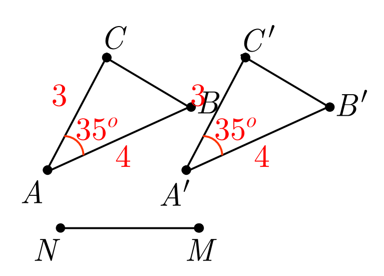






.2



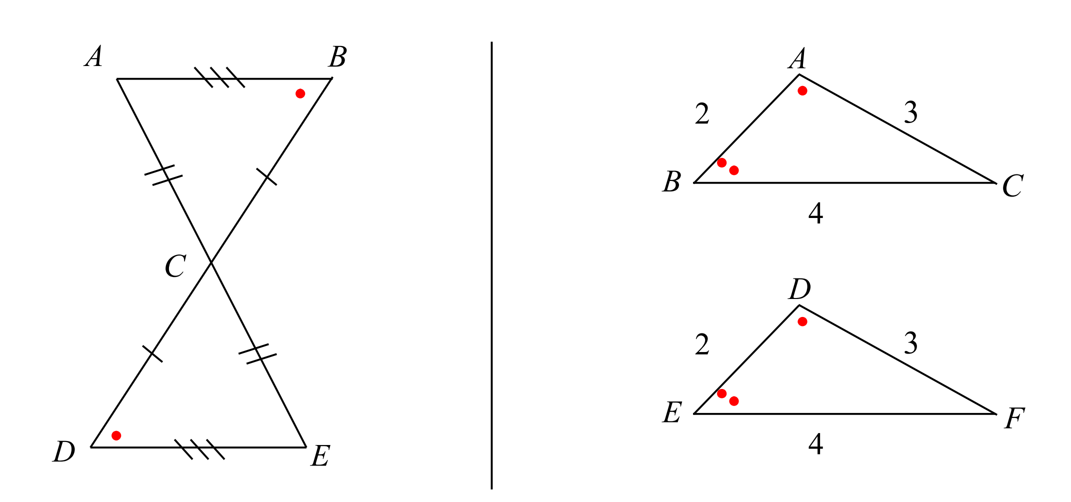


3. المثلث $A'B'C'$

4. يعبر الطالب عن حالات التطابق بطريقته وبعدها ينتقل المدرس إلى تعريف التطابق وحالات تطابق مثلثين.

بعد ذلك ننتقل إلى فقرة تعلم وننوه للطلاب أن عناصر المثلث هي أطوال أضلاعه وقياسات زواياه. وبعدها نثبت تعريف تطابق المثلثين ونطلب من طالب أو أكثر إعادة التعريف.

ونعرض أمام الطلاب رسوماً مختلفة عن مثلثين طبوقين وضعت عليها القياسات بشكل واضح أو إشارات تدل على التساوي أو تحتاج لتعليل بسيط لإثبات التطابق اعتماداً على التعريف، ونطلب منهم تحديد العناصر الطبوقة فيها كما في الأشكال الآتية:



أو غيرها من الأشكال...

بعد ذلك ننتقل إلى حالات التطابق الثلاث (حالة ، حالة) حيث نثبت الحالة على السبورة مع أمثلة كافية حولها وبعد التأكد من استيعاب الطلاب لها ننتقل إلى الحالة التالية ويمكن الاستعانة بالأمثلة المحلولة في الكتاب أو برسوم أخرى

بعد ذلك ننتقل إلى فقرة تحقق من فهمك ونطلب من الطلاب حلها بشكل إفرادي ثم نناقش الإجابات ونثبت الصحيح منها ونصوب الخطأ.

 تحقق من فهمك صفحة 25

في الشكل المجاور:

باستعمال كل من حالات التطابق الثلاثة، برهن أن المثلثين طبوقان.

الحل:

الحالة الأولى: لدينا

$AD = BC$
$AB = DC$ فرضاً

كذلك $\widehat{A} = \widehat{C} = 90^\circ$ فالمثلثان طبوقان

لتساوي طولي ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما من المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر.

الحالة الثانية:

$AD = BC$ فرضاً

$\widehat{A} = \widehat{C} = 90^\circ$

$\widehat{ADB} = \widehat{DBC} = 30^\circ$

فالمثلثان طبوقان

لتساوي طول ضلع وقياسي الزاويتين المجاورتين لها من المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر.

الحالة الثالثة:

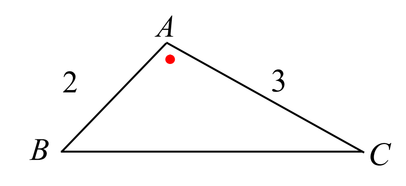
$AD = BC$
$AB = DC$ فرضاً

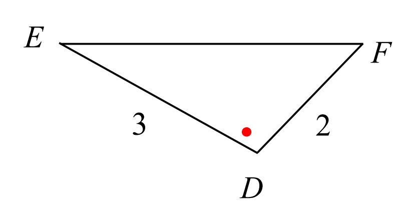
كذلك $[BD]$ ضلع مشتركة

فالمثلثان طبوقان لتساوي أطوال أضلاع المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر.

بعد التأكد من فهم الطلاب لحالات التطابق لا ننسى أن ندرب طلابنا على كيفية تحديد بقية العناصر الطبوقة كما في الأشكال الآتية (أو اعتماداً على رسوم التمارين التي مرت معنا أو غيرها من الرسوم التي تفي بالغرض):

الشكل الأول (حالة التطابق الأولى):





هنا نسأل عن سبب تطابق المثلثين أولاً

بعد الوصول إلى الإجابة الصحيحة نسأل الطلاب:

- حدد أي ضلع من المثلث DEF يطابق الضلع $[BC]$ من المثلث ABC

  وهذا السؤال إجابته بسيطة هنا.

- حدد أي زاوية من المثلث DEF تطابق الزاوية C من المثلث ABC

  وهذا السؤال يحتاج التفكير من الطالب

بعد مناقشة إجابات الطلاب ننوه لهم أن عليهم الاستفادة من الأضلاع المتقابلة في المثلثين ويمكن أن نكتبها على السبورة على النحو باستخدام ألوان للتعبير عن الأضلاع المتقابلة بمساعدة الطلاب:

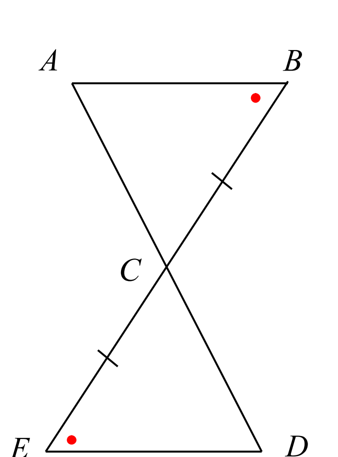
$[AB], [AC], [BC]$

$[DF], [ED], [EF]$

ثم نطلب منهم تحديد الزاويتين المقابلتين لكل ضلعين متقابلتين.

الشكل الثاني: (حالة التطابق الثانية)

وهنا بعد إثبات التطابق نسأل:



2

- في المثلث ABC ما هي الزاوية المقابلة للزاوية D ؟

وهنا يمكن أن يعتمد الطالب على مجموع زوايا المثلث، أو على الضلعين المتقابلتين $[BC],[CE]$ ليجدوا أن $\widehat{D}=\widehat{A}$

فأية طريقة علمية صحيحة لتحديد الزاوية مقبولة.

- ما هي الضلع المقابلة للضلع $[AB]$ ؟ وما هي الضلع المقابلة للضلع $[AC]$

وهنا من المتوقع أن يجد الطلاب بعض الصعوبة، لذلك ننوه لهم أنه يمكن الاستفادة من الزوايا المتقابلة.

ويمكن أن نرتب الزوايا المتقابلة على السبورة مستخدمين الألوان أيضاً على النحو:

A , B , C

D , E , C

ثم نطلب منهم تحديد الضلعين المقابلتين لكل زوج منها.

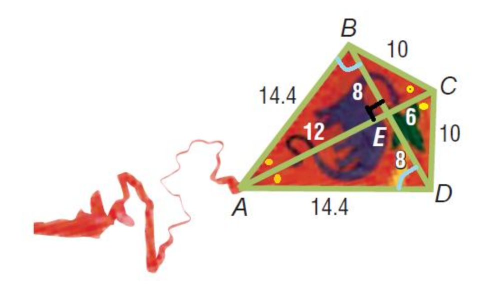
وبالمثل بالنسبة لحالة التطابق الثالثة.

أما بالنسبة إلى فقرة تدرب فيمكن للطلاب حل تدريبين منها وأما التدريبين الباقيين يعتبران كواجب للمنزل ويصححان في الدرس التالي.

ولا ننسى في نهاية الدرس ترسيخ المعلومات بسؤال الطلاب عن حالات التطابق وعن كيفية تحديد العناصر الطبوقة.

تدرب صفحة 25

① لاحظ الطائرة الورقية، هل يمكنك تحديد أزواج المثلثات الطبوقة في هذا الشكل.

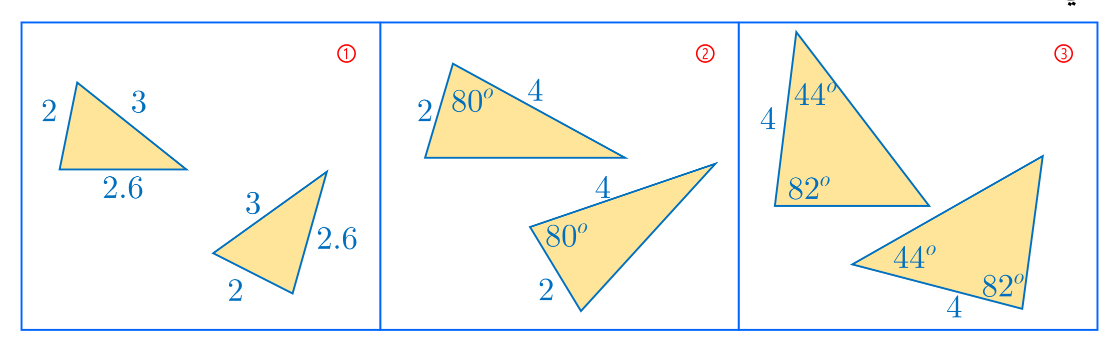


الحل:

$(BEC\ ,\ DEC)\ ,\ (BEA\ ,\ DEA)\ ,\ (BAC\ ,\ DAC)$

اطلب من طلابك برهان التطابق باستعمال الحالات الثلاثة لزيادة مهارتهم

② في كل حالة، علل تطابق المثلثين



الحل:

الشكل ①

المثلثان طبوقان لتساوي أطوال أضلاع المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر.

الشكل ②

المثلثان طبوقان لتساوي طولي ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما من المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر.

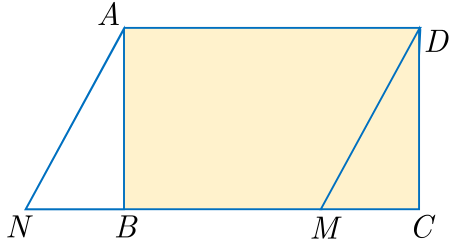
الشكل ③

المثلثان طبوقان لتساوي طول ضلع وقياسي الزاويتين المجاورتين لها من المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر.

③ $ANMD$ متوازي أضلاع و $ABCD$ مستطيل.

1. أثبت تطابق المثلثين MCD, ANB.

2. حدد صورة المثلث ANB وفق الانسحاب الذي



ينقل النقطة N إلى النقطة M .

3. استنتج تعليلاً آخر لتطابق المثلثين MCD, ANB .

الحل:

1. $AB = DC$ (عرضا المستطيل)

$AN = DM$ (كل ضلعين متقابلتين في متوازي الأضلاع متساويتا الطول)

$NB = MC$ لأن:

$NB = NM - BM$

$MC = BC - BM$

حيث $NM = BC = AD$

فالمثلثان طبوقان لتساوي أطوال أضلاع المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر.

2. المثلث DMC لأن $NM = BC = AD$

3. المثلثان طبوقان لأن أحدهما صورة للآخر وفق انسحاب.

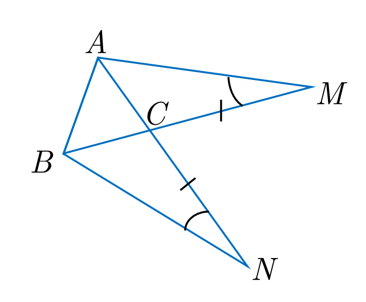
يمكن أن نقول:

المثلث DMC صورة المثلث ANB وفق الانسحاب الذي ينقل النقطة N إلى النقطة M .

أو نقول:

المثلث ANB صورة المثلث DMC وفق الانسحاب الذي ينقل النقطة M إلى النقطة N .

④ في الشكل المجاور:



1. أثبت تطابق المثلثين MCA, NCB .
2. أثبت تطابق المثلثين MBA, NAB .
3. استنتج نوع المثلث CBA .



الحل:

1. لدينا:

فرضاً $\begin{matrix} CM = CN \\ \widehat{AMC} = \widehat{BNC} \end{matrix}$

كذلك لدينا: $\widehat{ACM} = \widehat{BCN}$ للتقابل بالرأس

فالمثلثان MCA, NCB طبوقان لتساوي طول ضلع وقياسي الزاويتين المجاورتين لها من المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر.

.2

$[BA]$ ضلع مشتركة.

$AM = BN$ (من تطابق المثلثين MCA, NCB)

$MB = AN$

لأن:

$MC = CN$ فرضاً

$CB = CA$ (من تطابق المثلثين MCA, NCB)

بجمع العلاقتين السابقتين طرفاً لطرف نجد:

$$MC + CB = NC + CA$$

إذن: $MB = AN$

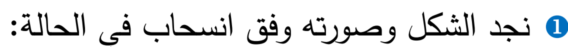
فالمثلثان طبوقان لتساوي أطوال أضلاع المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر.

المثلث CBA متساوي الساقين في C لأن $CB = CA$ (من تطابق المثلثين MCA, NCB)

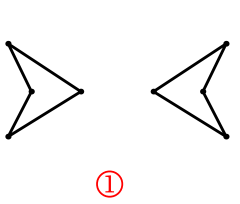
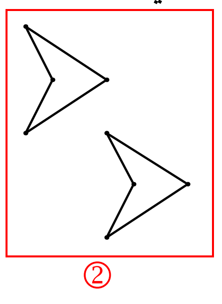
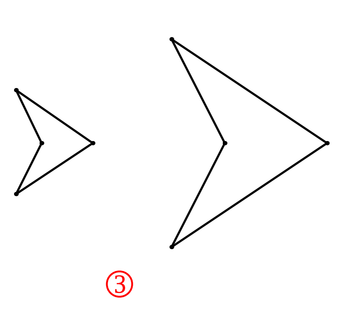
تمرينات ومسائل صفحة 26



1 لكل حالة من الحالات الآتية، إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات. أشر إليها.



❶ نجد الشكل وصورته وفق انسحاب في الحالة:

① ② ③

❷ P نقطة غير واقعة على المستقيم (RS)، Q هي صورة P وفق الانسحاب الذي ينقل R إلى S. إذن:

① $RSPQ$ هو متوازي أضلاع. ② $PQRS$ هو متوازي أضلاع. ③ $RSQP$ هو متوازي أضلاع.

❸ $MNPQ$ متوازي أضلاع، فوفق الانسحاب الذي ينقل M إلى Q:

① P هي صورة Q ② صورة P هي N ③ P هي صورة N.

❹ مساحة شكلٍ F تساوي 15 cm^2، فمساحة F' صورة هذا الشكل وفق انسحابٍ:

① غير معلومة ② تساوي 30 cm^2 ③ تساوي 15 cm^2.

❺ ABC مثلث قائم، فصورته، وفق أي انسحاب، هي:

① مثلث كيفي ② مثلث متساوي الأضلاع ③ مثلث قائم.

❻ المستقيمان (d) و (AB) غير متوازيين، فصورة (d)، وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B، هي مستقيم:

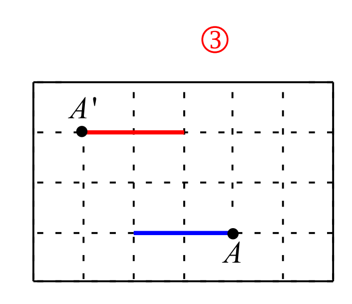
① يوازي (d) ② يوازي (AB) ③ يمر بالنقطة B.

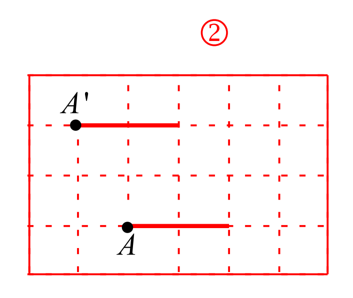
❼ (d) و (d') مستقيمان متقاطعان في A، وصورتاهما، وفق انسحابٍ r، هما مستقيمان متقاطعان في B، إذن r هو:

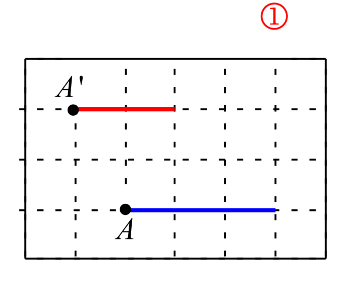
① الانسحاب الذي ينقل A إلى B. ② أي انسحاب ③ الانسحاب الذي ينقل B إلى A.

❽ وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى A'، تكون القطعة المستقيمة الملونة باللون الأحمر صورة القطعة الملونة باللون الأزرق في الشكل:

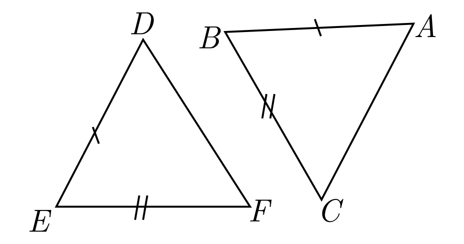
③ ② ①







⑨ في الشكل المجاور، ABC , DEF مثلثان طبوقان، عندئذ



① $\widehat{A}=\widehat{E}$ ② $\widehat{A}=\widehat{F}$ ③ $\boxed{\widehat{A}=\widehat{D}}$.

(لأنهما تقابلان الضلعين $[EF]$, $[BC]$ الطبوقان)

⑩ الدائرة $\mathscr{C}'$ هي صورة الدائرة $\mathscr{C}$ وفق انسحاب، فالدائرتان $\mathscr{C}$ و $\mathscr{C}'$:

① نصفا قطريهما متساويان ② متحدتان بالمركز ③ غير متقاطعتين.

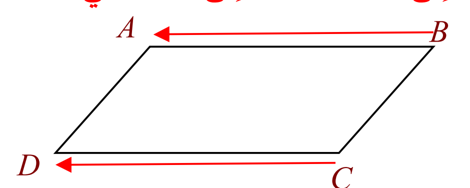
2 هل أنت موافق أم لا على ما يرد في النصوص الآتية؟ اشرح إجابتك.

❶ الشكل F' هو صورة الشكل F وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى A'.

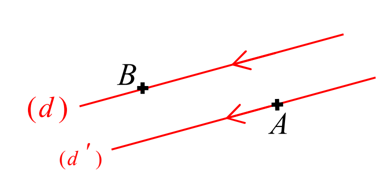
لا، لأن صورة قطعة مستقيمة وفق انسحاب هي قطعة توازيها وهنا لا نجد هذا محققاً.

❷ $ABCD$ متوازي أضلاع، إذن: وفق الانسحاب نفسه، تنتقل B إلى A و D إلى C.

لا، وفق الانسحاب الذي تنتقل فيه B إلى A تنتقل C إلى D كما في الشكل الآتي:



❸ في الشكل المرافق، المستقيم (d') هو صورة المستقيم (d) وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B.



لا، المستقيم (d') هو صورة المستقيم (d) وفق الانسحاب الذي ينقل B إلى A.

❹ (d) و (d') متوازيان. انسحاب واحد فقط ينقل (d) إلى (d').

لا، أي انسحاب من أية نقطة من (d) إلى أية نقطة من (d') ينقل (d) إلى (d').

5 (d) و (d') مستقيمان متقاطعان. لا يوجد أي انسحاب ينقل (d) إلى (d').

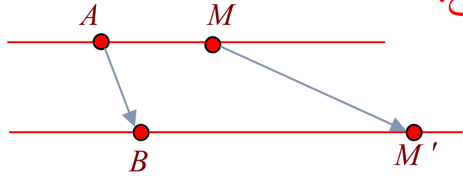
النص صحيح لأن صورة مستقيم وفق انسحاب هو مستقيم يوازيه.

6 المستقيم (BM') هو صورة المستقيم (AM) وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B.

إذن M' هي صورة M وفق هذا الانسحاب.

لا، لأن هذا يتعلق بموضع كل من النقطتين M' , M كما في الشكل الآتي:

حيث الرباعي $AMM'B$ ليس متوازي أضلاع.



7 القطعة المستقيمة $[BM']$ هي صورة القطعة $[AM]$ وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B، إذن M' هي صورة M وفق هذا الانسحاب.

النص صحيح

8 $\mathscr{C}$ و $\mathscr{C}'$ دائرتان نصفا قطريهما متساويان. انسحاب واحد فقط ينقل $\mathscr{C}$ إلى $\mathscr{C}'$.

النص صحيح

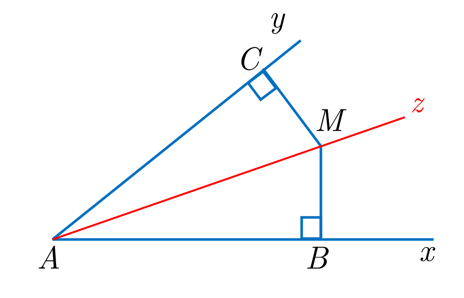
9 B هي صورة A وفق الانسحاب الذي ينقل C إلى A، إذن B هي نظيرة C بالنسبة إلى A

النص صحيح

3 في الشكل المجاور، فيه $\widehat{xAz} = \widehat{yAz}$.

1. أثبت أن المثلثان AMC, ABM طبوقان.

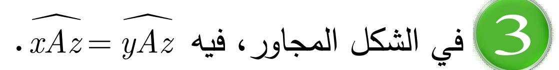
2. استنتج أن $CM = MB$.



الحل:

1.

$[AM]$ ضلع مشتركة.



$\widehat{xAz} = \widehat{yAz}$ فرضاً.

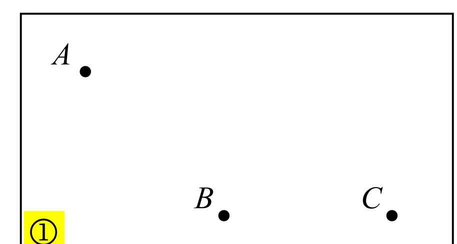
$\widehat{C} = \widehat{B} = 90^{\circ}$

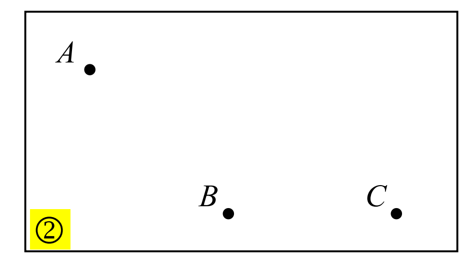
$\widehat{AMB} = \widehat{AMC}$ (لأن مجموع زوايا المثلث 180°)

فالمثلثان AMC, ABM طبوقان لتساوي طول ضلع وقياسي الزاويتين المجاورتين لها من المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر.

2. من تطابق المثلثين نستنتج أن $CM = MB$ (يقابلان الزاويتين $\widehat{xAz} = \widehat{yAz}$ الطبوقتين)

4 في كلٍ من الشكلين ① و ① ثلاث نقاط A و B و C.





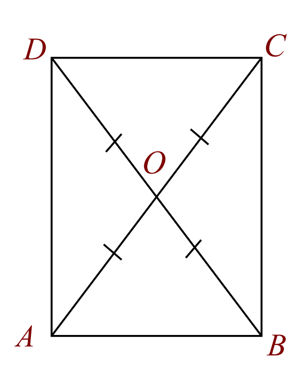
انقل الشكل إلى صفحة بيضاء وأكمل في كل حالة متوازي الأضلاع $ABCD$.

زميلنا المدرّس اطلب من طلابك إكمال الرسم بالفرجار ومسطرة غير مدرجة مع توضيح خطوات الرسم.

5 AOB مثلث متساوي الساقين في O. C و D هما نظيرتا A و B على التوالي.

1. ارسم شكلاً يحقق معطيات المسألة.
2. أثبت أنَّ الرباعي $ABCD$ هو متوازي أضلاع.

.1



2. بما أن C هي نظيرة A بالنسبة إلى O فالنقطة O تقع منتصف $[AC]$

أي: $\boxed{AO = OC}$ ①

3. بالمثل نجد أن فالنقطة O تقع منتصف $[BD]$

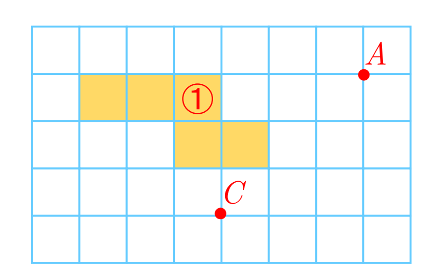
أي: $\boxed{BO = OD}$ ②

أصبح قطرا الرباعي $ABCD$ متناصفان فهو متوازي أضلاع

وهو مستطيل لأن قطراه (بالإضافة إلى أنهما متناصفان) متساويا الطول وهذا يمكن برهانه

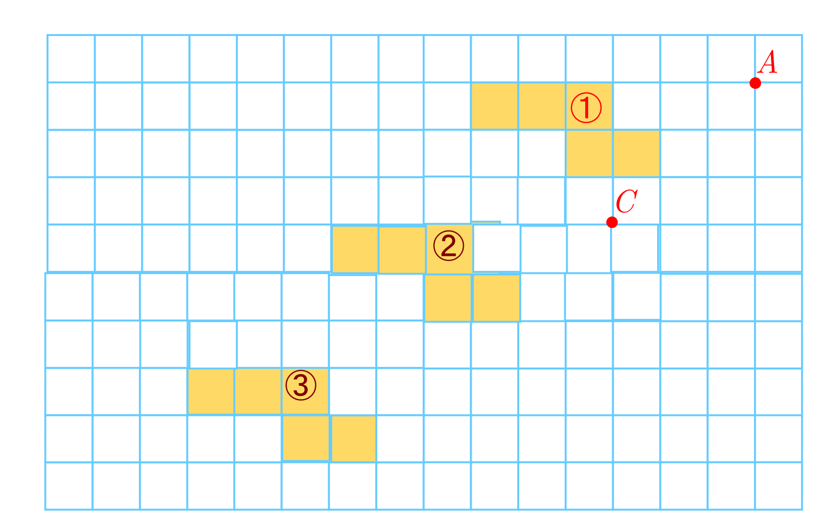
بالاستفادة من أن $\boxed{BO = OA}$ ③ فرضاً ومن العلاقتين ② , ① السابقتين.

6 تأمل الشكل المرسوم جانباً:



1. انقل هذا الشكل إلى صفحة سنتيمترية.
2. ارسم صورة الشكل ① ولتكن الشكل ② وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى C.
3. استعمل الانسحاب ذاته لرسم صورة الشكل ② وارمز لهذه الصورة بالرمز ③.
4. ممَّ تكون قد تحققت؟

الحل:



الأشكال الثلاثة قابلة للانطباق.

7 في معلمٍ متجانس:

1. وضِّعْ النقاط $A(-2,0)$ و $B(2,3)$ و $M(4,1)$.
2. وضِّعْ صورة النقطة M واكتب إحداثييها:

① وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B.

② وفق الانسحاب الذي ينقل B إلى A.

بعد تمثيل النقاط المطلوبة سيجد الطالب أن: $M_1(8,4)$, $M_2(0,-2)$

8 REC مثلث قائم الزاوية في R.

النقطة A هي صورة E وفق الانسحاب الذي ينقل R إلى C.

1. ارسم شكلاً متفقاً مع معطيات المسألة.
2. ما طبيعة الرباعي $REAC$؟ اشرح إجابتك.
3. وازن بين طولي $[EC]$ و $[RA]$. اشرح إجابتك.

الحل:

1.

E A R C

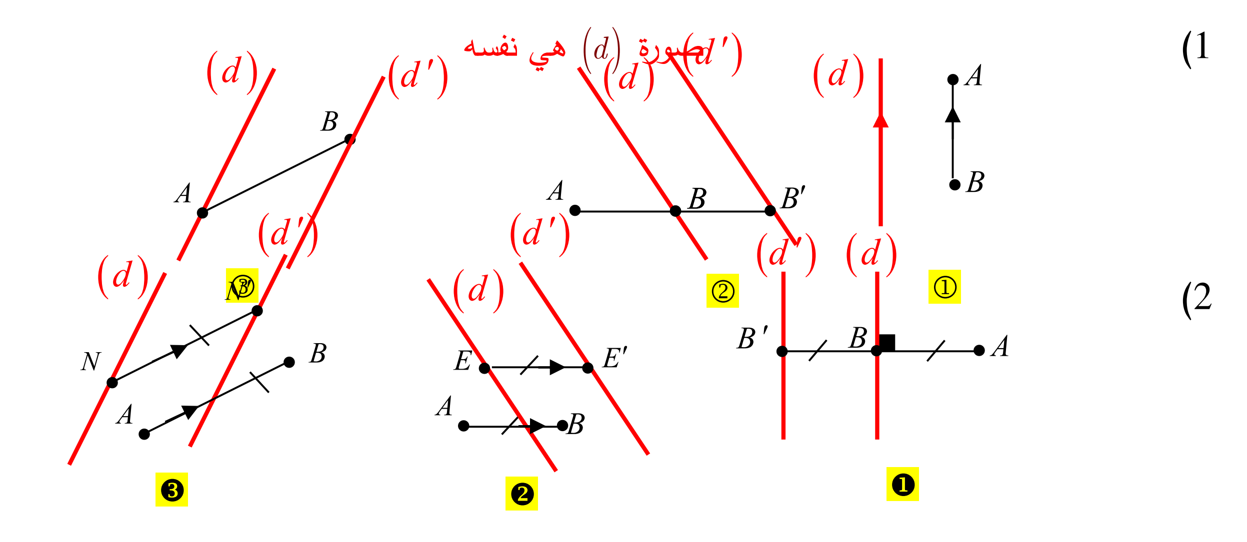
2. مستطيل لأن: $REAC$ متوازي أضلاع (من تعريف الانسحاب) هذا من جهة، ومن جهة أخرى إحدى زواياه قائمة (REC مثلث قائم الزاوية في R فرضاً)

3. نعلم أن قطري المستطيل متساويا الطول لذلك فإن: $EC = RA$

9 ارسم، في كل حالة، صورة المستقيم (d) وفق الانسحاب الذي ينقل النقطة A إلى النقطة B.

(1

(2

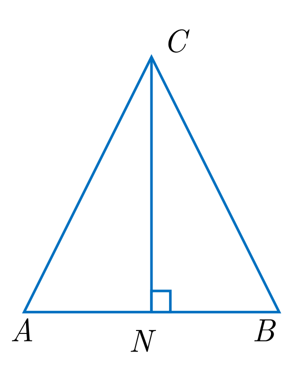


10 في الشكل المرسوم جانباً، C نقطة من المستقيم (d)

1. انقل هذا الشكل إلى دفترك.
2. ارسم C' صورة النقطة C وفق الانسحاب الذي ينقل B إلى A.
3. باستعمال الفرجار، ارسم (d') صورة المستقيم (d) وفق ذلك الانسحاب. اشرح عملك.

يتم الرسم بشكل مشابه لما تم شرحه سابقاً عدة مرات.

11 مع مثلث متساوي الساقين



في الشكل المجاور، ABC مثلث متساوي الساقين في C.

1. أثبت أن المثلثين CBN, CNA طبوقان.
2. استنتج أن $AN = NB$.
3. هل $\widehat{ACN} = \widehat{NCB}$ ولماذا ؟

الحل:

1. نعلم أن (CN) هو محور تناظر للمثلث ABC المتساوي الساقين، لذلك المثلثان CBN,CNA طبوقان.
2. من تطابق المثلثين CBN,CNA نستنتج أن $AN=NB$ (أو نقول صورة $[AN]$ وفق انعكاس محوره (CN) هي $[NB]$ ونعلم أن الشكلين المتناظرين طبوقين ومنه نجد المطلوب)
3. من تطابق المثلثين CBN,CNA نستنتج أن $\widehat{ACN}=\widehat{NCB}$

أو نقول: $\widehat{NCB}$ صورة $\widehat{ACN}$ وفق انعكاس محوره (CN) فلهما القياس ذاته.

أو نقول: المثلث ABC متساوي الساقين فرضاً فزاويتا قاعدته متساويتان أي $\widehat{A}=\widehat{B}$

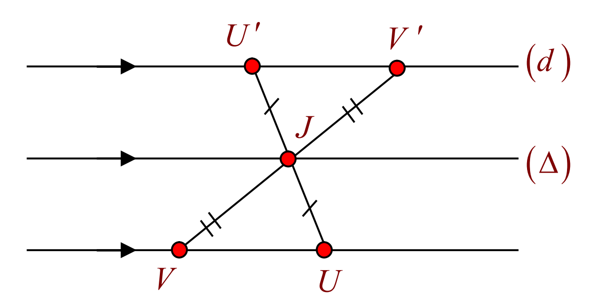
ولدينا $\widehat{ACN}=\widehat{BCN}=90^\circ$ ونعلم أن مجموع زوايا أي مثلث يساوي: 180°

إذن: $\widehat{ACN}=\widehat{NCB}$

12 ارسم مستقيماً ماراً بنقطتين U و V ونقطةً J لا تنتمي إليه.

1. ارسم (Δ) صورة المستقيم (UV) وفق الانسحاب الذي ينقل V إلى J.
2. ارسم (d) صورة المستقيم (UV) وفق التناظر الذي مركزه J.
3. هل المستقيمان (Δ) و (d) متوازيان؟ اشرح إجابتك.

الحل:

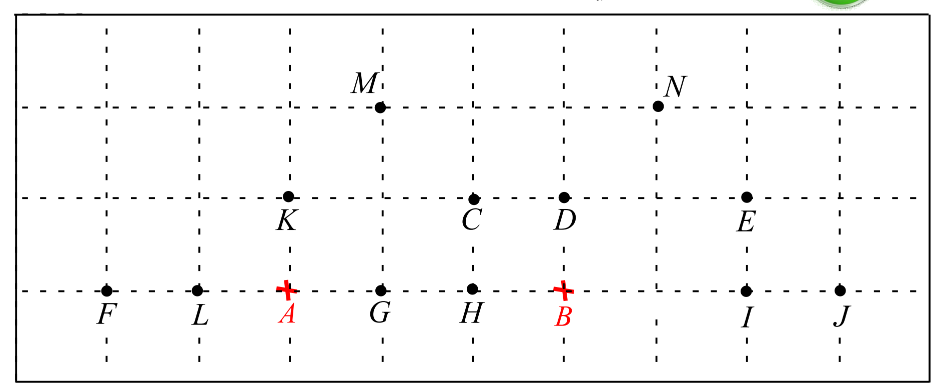


بما أن (Δ) صورة (UV) وفق انسحاب فإن $\Delta \parallel (UV)$

وأيضاً بما أن (d) صورة المستقيم (UV) وفق تناظر فإن $d \parallel (UV)$

ونعلم أن المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان وبالتالي (Δ) و (d) متوازيان.

13 تأمل الشكل الآتي:



1. وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B، ما صورة:

① النقطة C؟ E ② النقطة F؟ G ③ النقطة H؟ I ④ النقطة M؟ N

2. وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B، ما النقطة التي:

① صورتها D؟ K ② صورتها I؟ H ③ صورها H؟ L

3. حدد وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B، مثلثين طبوقين.

المثلثان DNE , KMC

14 1. ارسم، باللون الأسود، مستطيلاً $ABCD$ بعداه $AB = 2$ cm و $AD = 4$ cm.

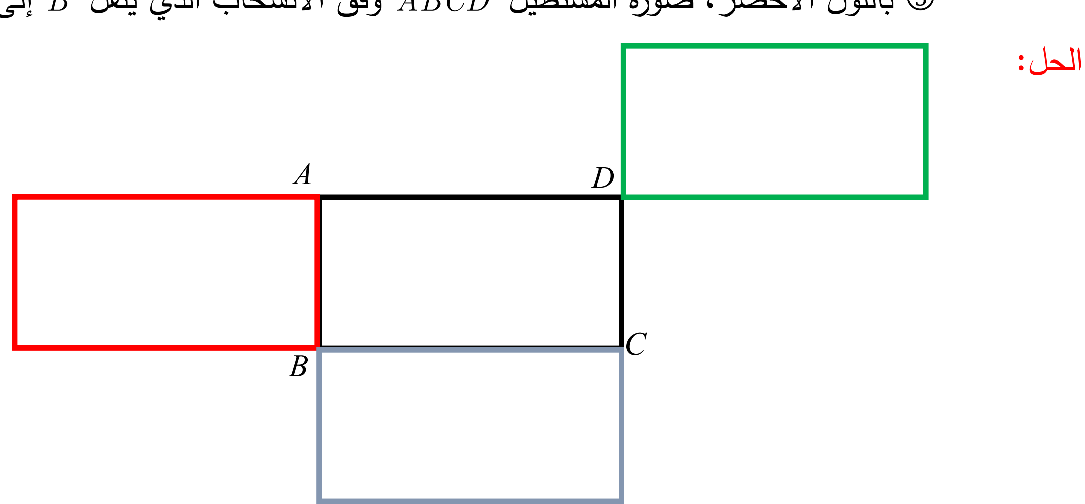
2. ارسم:

① باللون الأزرق، صورة المستطيل $ABCD$ وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B.

② باللون الأحمر، صورة المستطيل $ABCD$ وفق الانسحاب الذي ينقل D إلى A.

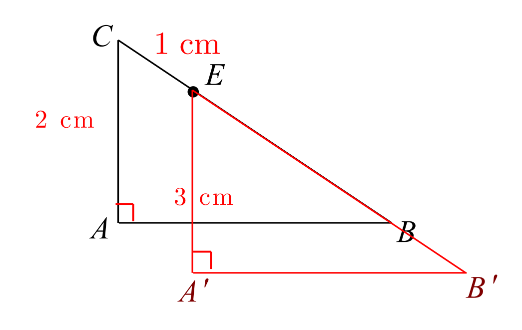
③ باللون الأخضر، صورة المستطيل $ABCD$ وفق الانسحاب الذي ينقل B إلى D.

الحل:



15 المثلث ABC المرسوم جانباً، القائم في A. $AB = 3\text{ cm}$ و $AC = 2\text{ cm}$. E نقطة من وتره $[BC]$، $CE = 1\text{ cm}$.

ارسم هذا المثلث على دفترك، ثم ارسم صورته وفق الانسحاب الذي ينقل C إلى E.



16

الحل:

- المثلثان قائمان فرضاً وفيهما:

$MB = MC$ فرضاً.

$\widehat{B} = \widehat{C}$ فرضاً.

إذن فالمثلثان طبوقان لتطابق الوتر وزاوية حادة من الأول مع مقابلاتها من الثاني.

- المثلثان قائمان فيهما:

$[AM]$ وتر مشترك.

ومن تطابق المثلثين MFC, MEB نستنتج أن: $\boxed{MF = ME}$

فالمثلثان طبوقان لتطابق الوتر وضلع قائمة من الأول مع مقابلاتها من الثاني.

- من تطابق المثلثين MFA, MEA نستنتج أن: $\boxed{AF = AE}$

ولكن: $\boxed{CF = EB}$

بجمع العلاقتين السابقتين طرفاً لطرف نجد: $AF + CF = AE + EB$

ومنه: $AC = AB$ والمثلث ABC متساوي الساقين.

- المثلثان AMC, AMB فيهما:

$[AM]$ ضلع مشتركة.

$MC = MB$

$AC = AB$

فهما طبوقان لتطابق أطوال أضلاع الأول مع مقابلاتها من الثاني.

من تطابقهما نستنتج أن:

① $\widehat{AMC} = \widehat{AMB}$

ولكن $\widehat{AMC} + \widehat{AMB} = 180^\circ$

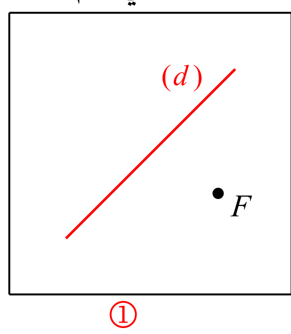
ومنه: $\widehat{AMC} = \widehat{AMB} = 90^\circ$ أي $[AM]$ ارتفاع.

② $\widehat{MAC} = \widehat{MAB}$

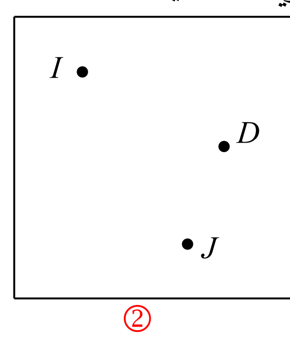
ومنه: $[AM]$ منصف للزاوية A

17 تعلَّم تعريفات.

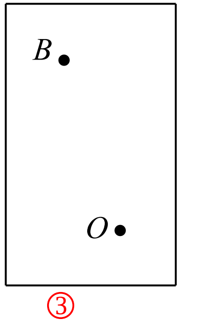
1. تأمل الشكل الآتي، ثم أكمل التعريفات التالية:



①



②



③

① القول إنَّ « النقطة B هي صورة النقطة A وفق التناظر الذي مركزه O » يعني:

O منتصف $[AB]$

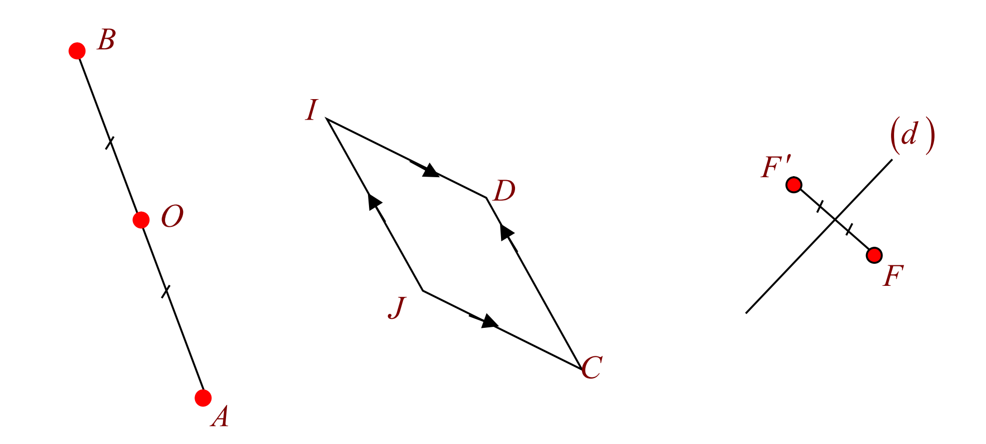
② القول إنَّ « النقطة C هي صورة النقطة D وفق الانسحاب الذي ينقل I إلى J» يعني:

$IJCD$ متوازي أضلاع

③ القول إنَّ « النقطة E هي صورة النقطة F وفق التناظر الذي محوره (d) » يعني: (d)

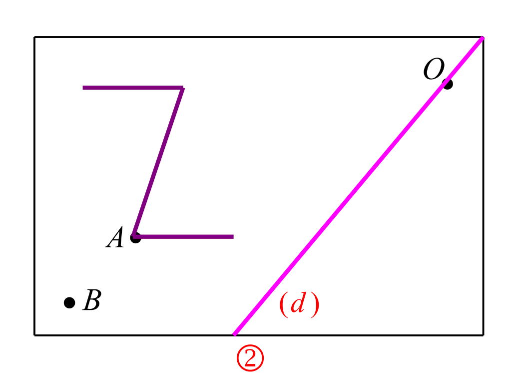
محور $[EF]$

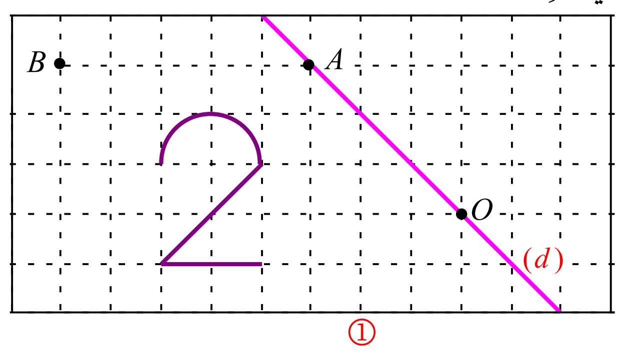
2. انسخ الأشكال السابقة ثم أكمل رسم التحويلات الواردة في الطلب الأول



18 تعرُّف الصور.

في كلٍ من الحالتين الآتيتين:





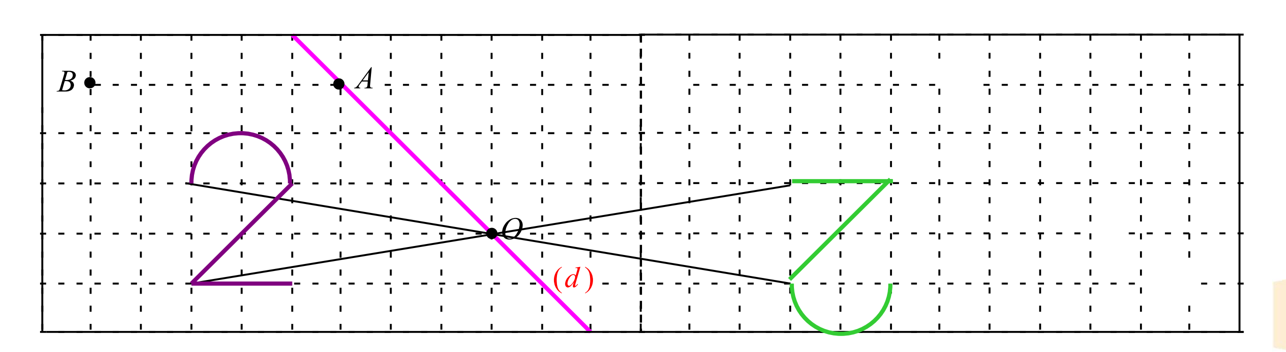
① ارسم باللون الأخضر صورة الشكل وفق التناظر الذي مركزه O.

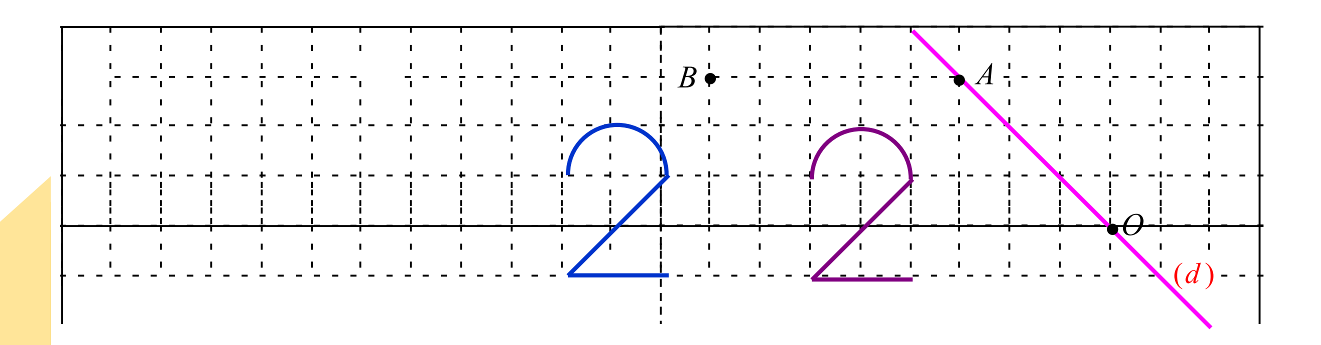
② ارسم باللون الأزرق صورة الشكل وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B.

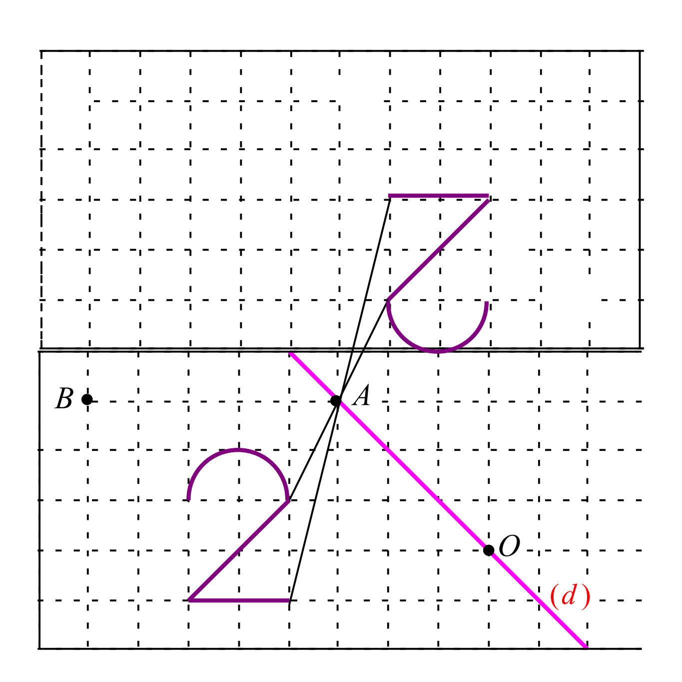
① ارسم باللون الأحمر صورة الشكل وفق التناظر الذي محوره المستقيم (d).

استعمل في الحالة ① صفحة سنتيمترية وفي الحالة② صفحة بيضاء.

الحل:







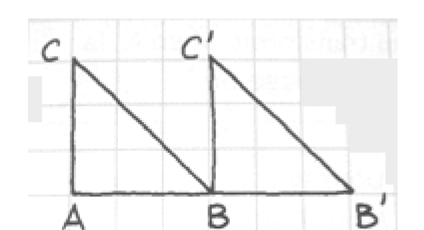
19 تعلّم التحرير الكتابي.

اقرأ النص والحل المنجز من قبل أحد الطلاب. ثم حرِّرْ الحل مع الأخذ بمجمل ملاحظات المصحح

النص

1. ارسم مثلثاً ABC قائم الزاوية في A.
2. ثم ارسم C' و B' صورتي C و B على التوالي وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B.
3. ما طبيعة المثلث $BB'C'$؟
4. ما طبيعة الرباعي $ABC'C$؟

حل الطالب، مع ملاحظات المصحح



1. رسم المثلث ABC

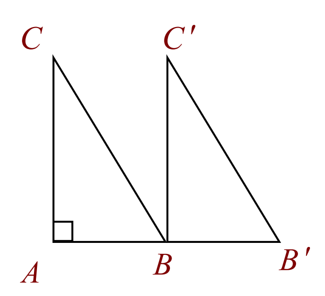
لا يجب رسم حالة خاصة فمعطيات المسألة لاتوحي أن المثلث متساوي الساقين.

2. الانسحاب يحافظ على قياسات الزوايا، إذن: $\widehat{B'BC'} = 90^\circ$

أوضح: ما الزاوية التي صورتها $\widehat{B'BC'}$

3. $ABC'D$ هو مربع نقص في الرسم، والإجابة بحاجة إلى تحقق

الحل:



$B'BC'$ هي الزاوية B إلى A وفق انسحاب من BAC صورة الزاوية

وبما أن الانسحاب يحافظ على قياسات الزوايا فإن:

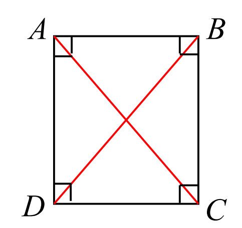
$\widehat{B'BC'} = \widehat{BAC} = 90^\circ$

B قائم في $BB'C'$ فالمثلث

– الشكل $ABC'C$ متوازي أضلاع لأن $[AC] \parallel [BC']$ و $AC = BC'$ كون $[BC']$ صورة $[AC]$ وفق انسحاب

ولكن فيه زاوية قائمة هي A فهو مستطيل.

20 كيف نستخدم خاصة؟



وجدنا في الصف السابع الخاصة الآتية: « قطرا المستطيل متساويا الطول»

يمكن تنظيم مخطط استعمال هذه الخاصة على النحو الآتي:

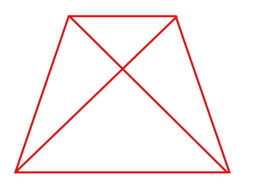
الفرض	الخاصة	النتيجة
$ABCD$ مستطيل	قطرا المستطيل متساويا الطول	$AC = BD$

1) $MNPQ$ مستطيل.
الخاصة السابقة تفسح في المجال أن نستوحي نتيجةً من هذا المعطى.
أكمل: $MNPQ$ مستطيل، إذن $MP = NQ$

2) $ABCD$ شكل رباعي فيه $AC = BD$. هل الخاصة السابقة تفسح في المجال أن نستوحي أنَّ الرباعي $ABCD$ هو مستطيل؟ اشرح إجابتك.

ليس بالضرورة ولكن يكون هذا صحيحاً إذا كان الرباعي المفروض متوازي أضلاع وتساوى طولا قطريه، عندها يصبح مستطيلاً.

فمثلاً الرباعي الآتي قطراه متساويا الطول وهو – رغم ذلك – ليس مستطيلاً



21 خطوة نحو الإثبات

في الشكل المرافق: $MN = 2\ \text{cm}$

$[M'N']$ هي صورة $[MN]$ وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B .

أثبت أنَّ $M'N' = 2\ \text{cm}$.

 انسخ الجدول الآتي، ثم املأ الفراغ بنص ملائم.

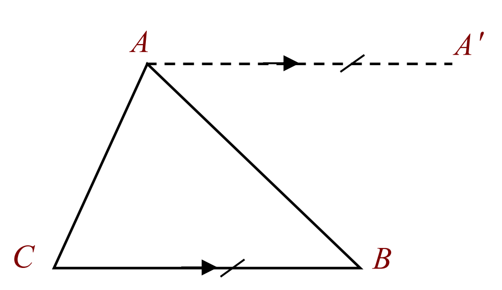
الفرض	الخاصة	النتيجة
$MN = 2\ \text{cm}$ ، و $[M'N']$ صورة $[MN]$ وفق انسحابٍ	الانسحاب يحافظ على الأطوال	$M'N' = 2\ \text{cm}$

22 خطوتان نحو الإثبات

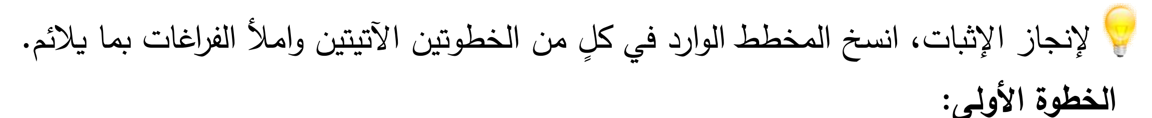
ABC مثلث كيفي. A' هي صورة A وفق الانسحاب الذي ينقل C إلى B .

1. ارسم شكلاً موافقاً للمعطيات.

الحل:



2. أثبت أنَّ القطعتين $[AB]$ و $[A'C]$ متناصفتان.



لإنجاز الإثبات، انسخ المخطط الوارد في كلٍ من الخطوتين الآتيتين واملأ الفراغات بما يلائم.

الخطوة الأولى:

الفرض	التعريف	النتيجة
A' هي صورة A وفق الانسحاب الذي ينقل C إلى B	تعريف صورة نقطة وفق انسحاب	$AA' \parallel CB$ $AA' = CB$

الخطوة الثانية:

الفرض	الخاصة	النتيجة
$ACBA'$ هو متوازي أضلاع	قطرا متوازي الأضلاع متناصفان	القطعتان $[AB]$ و $[A'C]$ متناصفتان.

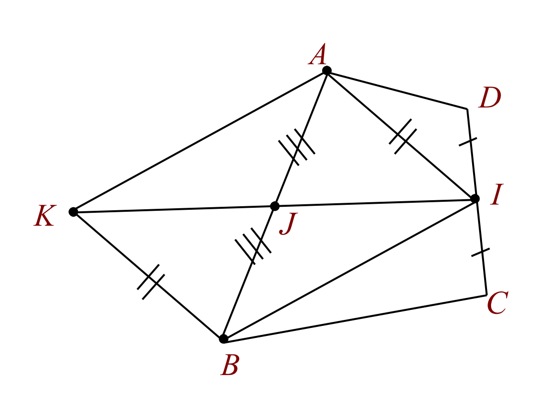
23 تحرير إثبات

$ABCD$ شكل رباعي، I منتصف $[CD]$ و J منتصف $[AB]$.

K هي صورة النقطة B وفق الانسحاب الذي ينقل I إلى A.

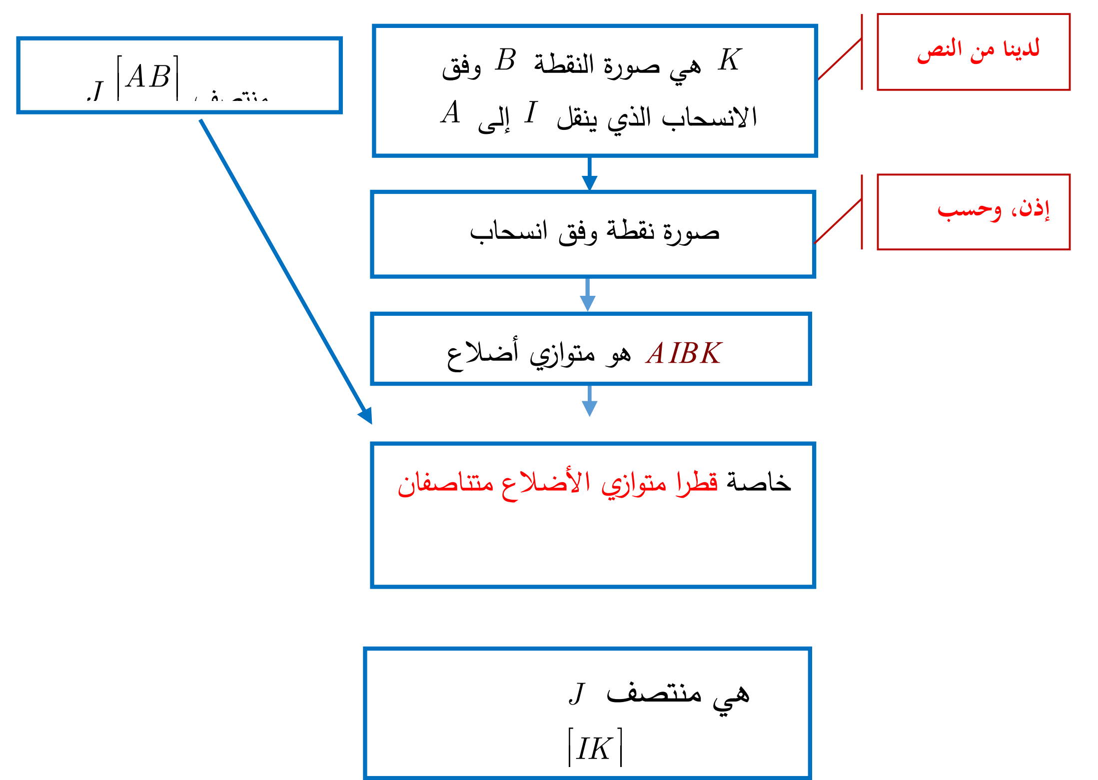
1. ارسم شكلاً محققاً معطيات النص.

الرسم:



2. أثبت أنَّ J هي منتصف $[IK]$.

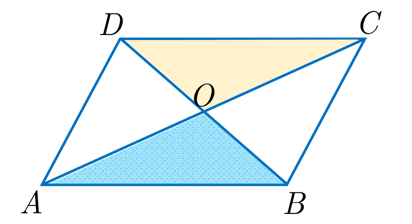
إنجاز الإثبات، انسخ المخطط الآتي واملأ الفراغات بما يلائم. ثم صِغْ الإثبات بلغة سليمة.



الإثبات:

بما أن K صورة B وفق الانسحاب من I إلى A فإن الرباعي $AIBK$ متوازي أضلاع، أحد قطريه هو $[AB]$ منتصفه J وأما قطره الآخر فهو $[IK]$ ونعلم أن قطري متوازي الأضلاع متناصفان ومنه J منتصف $[IK]$

24 إثبات قطرا متوازي الأضلاع متناصفان.



في الشكل المجاور، $ABCD$ متوازي الأضلاع.

1. أثبت أن المثلثان ABO, ODC طبوقان.
2. استنتج أن قطرا متوازي الأضلاع متناصفان.

الحل:

.1

$DC = AB$ لأن كل ضلعين متقابلتين في متوازي الأضلاع متساويتا الطول.

$\widehat{BDC} = \widehat{DBA}$ للتبادل الداخلي
$\widehat{DCA} = \widehat{CAB}$

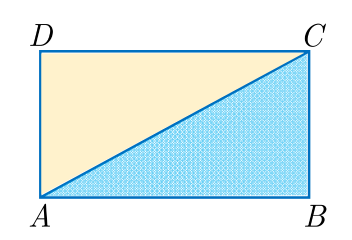
فالمثلثان ABO, ODC طبوقان لتساوي طول ضلع وقياسي الزاويتين المجاورتين لها من المثلث الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر.

2. من التطابق نستنتج أن:

$OC = OA \;,\; OD = OB$

أي قطرا متوازي الأضلاع متناصفان.

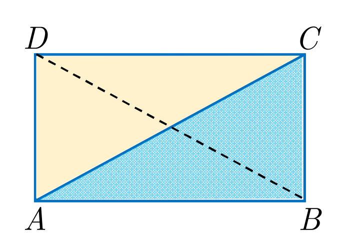
25 إثبات قطرا المستطيل متساويان



في الشكل المجاور، $ABCD$ مستطيل.

1. أثبت أن المثلثان ABC, ADB طبوقان.
2. استنتج أن قطرا هذا المستطيل متساويان.

الحل:



1- في المثلثين ABC, ADB لدينا:

① $\boxed{\widehat{ABC} = \widehat{DAB}}$

لأن $ABCD$ مستطيل فكل زاوية فيه قائمة.

② $\boxed{BC = AB}$

لأن كل ضلعين متقابلتين في المستطيل لهما الطول ذاته.

$[AB]$ ضلع مشتركة. ③

فالمثلثان طبوقان لتساوي طولي ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما من الأول مع مقابلاتها من الثاني.

2− من التطابق السابق نستنتج أن $AC = DB$ أي أن قطري المستطيل متساويا الطول.

26 إثبات قطرا المعين متعامدان.

في الشكل المجاور، $ABCD$ معين.

1. أثبت أن المثلثان ABO, ODA طبوقان.
2. استنتج أن قطرا المعين متعامدان.

الحل:

1. نعلم أن قطري المعين متناصفان (لأن المعين هو متوازي أضلاع) ومنه:

$OD = OB$

ولدينا $[OA]$ ضلع مشتركة

وأيضاً: $AD = AB$ (أضلاع المعين متساوية الطول)

فالمثلثان ABO, ODA طبوقان لتطابق أطوال أضلاع الأول مع مقابلاتها من الثاني.

2. من تطابق المثلثين ABO, ODA نستنتج أن:

$\widehat{DOA} = \widehat{AOB}$

ولكن: $\widehat{DOA} + \widehat{AOB} = 180^\circ$

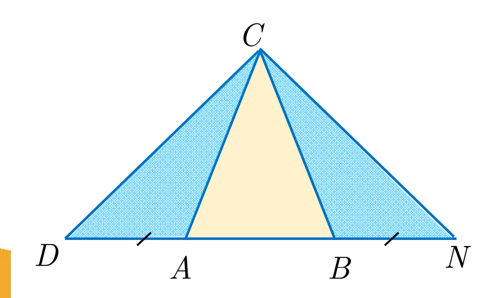
إذن: $\widehat{DOA} = \widehat{AOB} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

أي قطرا المعين متعامدان.

27 مع مثلث متساوي الساقين

في الشكل المجاور، ABC مثلث متساوي الساقين في C.

1. أثبت أن المثلثين CBN, CDA طبوقان.
2. استنتج نوع المثلث DCN.



الحل:

1- لدينا:

$CA=CB$ ① لأن المثلث ABC مثلث متساوي الساقين في C فرضاً.

$DA=NB$ ② فرضاً.

وبما أن ABC مثلث متساوي الساقين في C فرضاً، فإن: $\widehat{CAB}=\widehat{CBA}$

ومنه فإن: $\widehat{CAD}=\widehat{CBN}$ ③ (مكملتان لزاويتين متساويتين)

فالمثلثان CBN, CDA طبوقان لتطابق ضلعين والزاوية المحصورة بينهما من الأول مع مقابلاتها من الثاني.

2- من التطابق السابق نستنتج أن $CD=CN$ فالمثلث CND متساوي الساقين في C.

28 الزاويتان المتبادلتان داخلاً

في الشكل المجاور، فيه $d \parallel d'$. تعلمت في العام الماضي أن $\hat{2}=\hat{1}$. لنثبت ذلك.

(d) (Δ) A 1 2 (d') B

ارسم من النقطة O منتصف $[AB]$ مستقيم يعامد (d) في النقطة M ويقطع (d') في N. استفد من الخاصة: "العمود على أحد مستقيمين متوازيين عمود على الآخر" لتثبت أن المثلثين OMA, ONB طبوقان. ثم استنتج أن $\hat{2}=\hat{1}$.

الحل:

نرسم من النقطة O منتصف $[AB]$ مستقيماً يعامد (d) في M ويقطع (d') في N

ونعلم أن العمود على أحد مستقيمين متوازيين عمود على الآخر، أي $(MN)\perp(d')$

أي $\widehat{N}$ قائمة.

وبما أن النقطة O منتصف $[AB]$ فإن صورة A وفق تناظر مركزه O هي B

وبما أن $d \parallel d'$ فإن (d') هو صورة (d) وفق هذا التناظر

وبما أن M , O , N على استقامة واحدة فإن N صورة M وفق هذا التناظر

أي $\boxed{MO = ON}$

ولدينا $\boxed{OA = OB}$ عملاً

وإن: $\boxed{\widehat{MOA} = \widehat{NOB}}$ للتقابل بالرأس

فالمثلثان OMA, ONB طبوقان لتساوي طولا ضلعين والزاوية المحصورة بينهما من الأول مع مقابلاتها من الثاني.

من التطابق نستنتج أن $\boxed{\hat{1} = \hat{2}}$

ملاحظة: يمكن أن نبرهن تطابق المثلثين اعتماداً على تطابق الوتر وزاوية حادة من الأول مع مقابلاتها من الثاني.

② $3.2 \times 10^{15} \times 571 \times 10^{13} = 1827.2 \times 10^{28}$

2



الوحدة الثانية
مثلثات ومنتصفات أضلاع ومستقيمات متوازية

1. منتصفا ضلعين في المثلث
2. موازٍ لضلع من منتصف ضلع آخر
3. مستقيمات متوازية وقاطعان
4. تساوي ثلاث نسب.



انطلاقة نشطة

2

في كلٍ مما يلي، واحدة فقط من الإجابات الثلاث ① و ② و ③ المقترحة صحيحة، أشر إليها:

① انطلاقاً من الشكل المرافق، يمكن القول إن:

① الرباعي $ABDC$ هو معين

② الرباعي $ABDC$ هو متوازي أضلاع

③ الرباعي $ABCD$ هو متوازي أضلاع

① (الشكل: A، B، C، D)

② $EFGH$ متوازي أضلاع وليس مستطيلاً، إذن:

① $(EF) \parallel (GH)$ ② $EG = FH$ ③ $(EG) \parallel (FH)$

③ النقاط A و B و C و D و E على استقامة واحدة بهذا الترتيب وتقسم $[AE]$ إلى قطع متساوية. إذن:

① $\frac{AB}{AE} = \frac{1}{5}$ ② $\frac{AB}{AE} = \frac{2}{5}$ ③ $\frac{AB}{AE} = \frac{1}{4}$

④ النقاط الثلاث A و B و C تحقق $(AB) \parallel (AC)$، فيمكن تأكيد أن:

① $C \in (AB)$ ② A هي منتصف $[BC]$ ③ $AB = AC$

⑤ إذا كان الجدول المرافق جدول تناسب، كان:

4	16	y
5	x	30

① $\frac{4}{5} = \frac{x}{16} = \frac{y}{30}$ ② $\frac{5}{4} = \frac{x}{16} = \frac{y}{30}$ ③ $\frac{4}{5} = \frac{16}{x} = \frac{y}{30}$

⑥ إذا كان $\frac{3}{2} = \frac{x}{5}$، كان:

① $x = \frac{3 \times 5}{2}$ ② $x = \frac{2 \times 5}{3}$ ③ $x = \frac{2}{3 \times 5}$

⑦ إذا كان $\frac{7}{x} = \frac{5}{24}$، كان:

① $x = \frac{7 \times 24}{5}$ ② $x = \frac{7 \times 5}{24}$ ③ $x = \frac{5 \times 24}{7}$

1 منتصفا ضلعين في المثلث

أهداف الدرس:

- يتعرف الطالب خاصة المستقيم الواصل بين منتصفي ضلعين في مثلث.
- يستعمل خاصة المستقيم الواصل بين منتصفي ضلعين في مثلث لإثبات توازي مستقيمين.

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصتان دراسيتان.

الوسائل التعليمية:

المسطرة.

المرتكزات المعرفية لدى الطالب

الطالب لديه فكرة جيدة عن مفهوم التناظر بالنسبة لنقطة فقد ورد هذا المفهوم في كتب الحلقة الأولى, أي أنه ليس بمفهوم غريب عن الطالب.

كذلك يعرف الطالب معنى: مستقيمان متوازيان.

كما تعلم الطالب أيضاً في صفوف سابقة خواص متوازي الأضلاع، وهذه الخواص سيحتاجها في درسنا هذا.

يبدأ هذا الدرس بنشاط (اكتشاف وإثبات خاصة المستقيم الواصل بين منتصفي ضلعين في المثلث)

وفيه مرحلتين:

الأولى تجريبية سيقوم فيها الطالب برسم مثلثات (حاد الزوايا ، قائم الزاوية ، منفرج الزاوية)

وسيرسم المستقيم المار بمنتصفي ضلعين في كل منها وبملاحظة الشكل سيبدو له أن هذا المستقيم يوازي الضلع الثالثة ، ومن خلال الملاحظة أيضاً (أويمكنه استعمال المسطرة ليقيس) سيجد أن طول القطعة الواصلة بين المنتصفين يساوي نصف طول الضلع الثالثة في المثلث

2

وهنا يمكن تقسيم طلاب الصف إلى مجموعات ونطلب من كل مجموعة رسم واحد من المثلثات الثلاثة ونسأل كل مجموعة ماذا لاحظت ، وبذلك نوفر في الزمن.

وهذه المرحلة تمهيد للمرحلة الثانية التي سيتعلم الطالب فيها أن يثبت الخاصة التي خمّن صحتها في المرحلة الأولى ، وبالتالي سيتأكد من أن ملاحظته صحيحة.

حيث ننتقل إلى المرحلة الثانية بعد أخذ إجابات الطلاب وإثارة التساؤل: ترى هل ما لاحظتموه صحيح؟



نشاط صفحة 39 «اكتشاف وإثبات خاصة المستقيم الواصل بين منتصفي ضلعين في المثلث »

.1 دراسة تجريبية

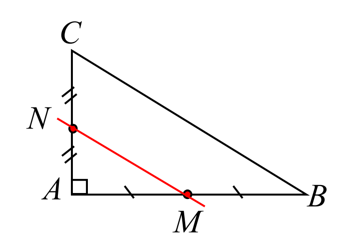
.1 ارسم ثلاثة مثلثات ABC، في أحدها $\widehat{A}$ حادة وفي آخر $\widehat{A}$ منفرجة وفي ثالثها $\widehat{A}$ قائمة.

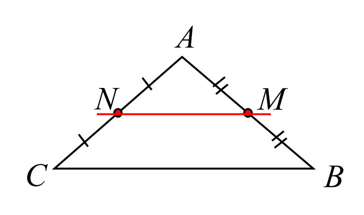
.2 في كل من تلك المثلثات، وضِّعْ النقطة M في منتصف $[AB]$ والنقطة N في منتصف $[AC]$،ثم ارسم المستقيم (MN).

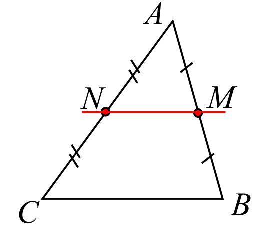
كيف يبدو لك المستقيمين (MN) و (BC)؟ والطولين MN و BC؟

الحل:

.1



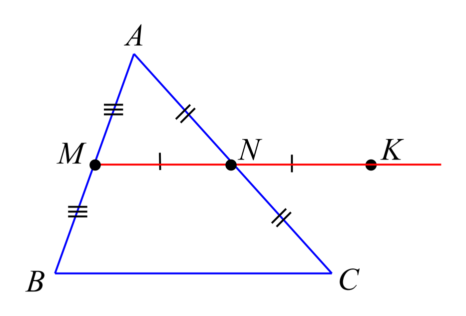




يبدو (MN) و (BC) متوازيين ويبدو $MN = \frac{1}{2}BC$

.2 إثبات

.1 في كلٍ من الأشكال الثلاثة السابقة، وضِّعْ النقطة K نظيرة M بالنسبة إلى N.

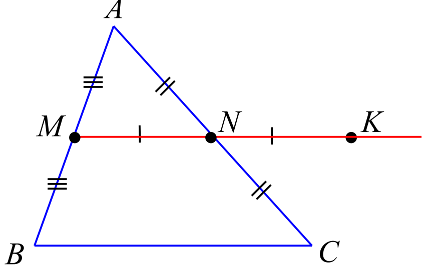


2. **دليل للإثبات**

- اكتب في الفراغ المنقط الخاصة التي تستنتج منها أنَّ « $AMCK$ هو متوازي أضلاع » $[AC]$ و $[MK]$ هما قطرا الرباعي $AMCK$، N منتصف كلٍ من $[AC]$ و $[MK]$. قطرا متوازي الأضلاع متناصفان إذن $AMCK$ هو متوازي أضلاع.
- اكتب في الفراغ المنقط الخاصة التي تستنتج منها أنَّ « $(AM) \parallel (CK)$ و $AM = CK$ » $AMCK$ متوازي أضلاع، كل ضلعين متقابلتين في متوازي الأضلاع متوازيتان ومتساويتا الطول إذن $(AM) \parallel (CK)$ و $AM = CK$.
- لماذا إذن نستطيع القول إنَّ « $(MB) \parallel (CK)$ و $MB = CK$ »؟ لأن كل ضلعين متقابلتين في متوازي الأضلاع متسايرتان (متوازيتان ومتساويتا الطول)
- اكتب في الفراغ المنقط الخاصة التي تستنتج منها أنَّ « $MBCK$ متوازي أضلاع» $(MB) \parallel (CK)$ و $MB = CK$، إذا تسايرت ضلعان في رباعي كان متوازي أضلاع إذن $MBCK$ هو متوازي أضلاع.

3. أيكفي الوصول إلى « $MBCK$ هو متوازي أضلاع » لتأكيد ما بدا لك في الدراسة التجريبية؟
نعم

4. صغ إثباتاً، بلغة سليمة وأسلوب شيق لإثبات أنَّ:
القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث توازي الضلع الثالث وتساوي نصفه طولاً



الإثبات:

لتكن M منتصف $[AB]$

N منتصف $[AC]$

ولتكن K نظيرة M بالنسبة إلى N

أي Nمنتصف $[MK]$ ①

ولكن Nمنتصف $[AC]$ فرضاً

فأصبح الرباعي $AMCK$ متوازي أضلاع لأن قطريه متناصفان.

إذن: $(MA) \parallel (CK)$ و $MA = CK$ لأن كل ضلعين متقابلتين في متوازي الأضلاع متسايرتان (متوازيتان ومتساويتا الطول)

لكن $MA = MB$ وبالتالي $(MB) \parallel (CK)$ و $MB = CK$

وإذا تسايرت ضلعان في رباعي كان متوازي أضلاع إذن $MBCK$ هو متوازي أضلاع.

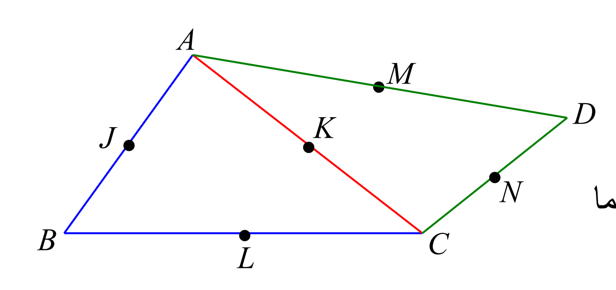
وبالتالي: $(MK) \parallel (BC)$ و $MK = BC$ لأن كل ضلعين متقابلتين في متوازي الأضلاع متسايرتان ، وبالاستفادة من ① نستنتج أن $(MN) \parallel (BC)$ و $MN = \frac{1}{2}BC$

الآن وقد أنجز الطلاب النشاط واستوعبوه، ننتقل إلى فقرة تعلم ونثبت المفاهيم والخواص الواردة فيها ونقوم بحل بعض التمارين التي تحتاج منا أن نستعمل الخاصة السابقة.

بعد ذلك نصل إلى فقرة تحقق من فهمك، وهنا نفسح المجال للطلاب كي يجيبوا بشكل إفرادي على هذا السؤال لمدة لا تتجاوز /5/ دقائق

بعدها مناقشة إجابات الطلاب نثبت الصحيح منها ونصوّب الخطأ.

تحقق من فهمك صفحة 41



في الشكل المرافق، ABC و ADC مثلثان.

J و K و L و M و N منتصفات أضلاعهما حسب ما ترى على الشكل.

1. في كل حالة، اذكر المستقيم الذي يوازيه المستقيم المعطى؟ اشرح إجابتك كتابةً.

① (JK) ② (KN) ③ (LN) ④ (JM)

2. ما الوضع النسبي للمستقيمين (LN) و (JM)؟ علِّل إجابتك.

الحل:

.1

- $(JK) \parallel (BC)$

التعليل: في المثلث ABC لدينا: J منتصف $[AB]$ ، K منتصف $[AC]$

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون $(JK) \parallel (BC)$

- $(KN) \parallel (AD)$ التعليل: في المثلث ADC لدينا: K منتصف $[AC]$ ، N منتصف $[CD]$

  فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون $(KN) \parallel (AD)$

- $(LN) \parallel (BD)$ التعليل: في المثلث BDC لدينا: L منتصف $[BC]$ ، N منتصف $[CD]$

  فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون $(LN) \parallel (BD)$

- $(JM) \parallel (BD)$ التعليل: في المثلث ABD لدينا: J منتصف $[AB]$ ، M منتصف $[AD]$

  فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون $(JM) \parallel (BD)$

2. (LN) و (JM) متوازيان لأن كلاً منهما يوازي (BD) (المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان)

ننتقل الآن إلى فقرة تدرب، ويمكن حل سؤال منها خلال الحصة من خلال محاورة الطلاب ويبقى السؤالين الباقيين كواجب للمنزل يصحح في بداية الدرس القادم.



تدرب صفحة 41

① C نصف دائرة مركزها O وقطرها $[AB]$.

M هي منتصف القطعة المستقيمة $[AE]$.

أثبت أنَّ المستقيمين (OM) و (BE) متوازيان.

الحل:

في المثلث ABE لدينا:

M منتصف $[AE]$ فرضاً

O منتصف $[AB]$ لأن مركز الدائرة يقع منتصف أي قطر فيها.

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون $[OM] \parallel [BE]$ وبالتالي المستقيمان $(OM),(BE)$ متوازيان.

② ABC مثلث. B' نظيرة A بالنسبة إلى B، و C' نظيرة A بالنسبة إلى C.

أثبت أنَّ المستقيمين (CB) و $(C'B')$ متوازيان.

الحل:

B' نظيرة A بالنسبة إلى B فرضاً

إذن: B منتصف $[AB']$

C' نظيرة A بالنسبة إلى C فرضاً

إذن: C منتصف $[AC']$

وبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات نجد أن $[CB] \parallel [C'B']$ في المثلث $AB'C'$

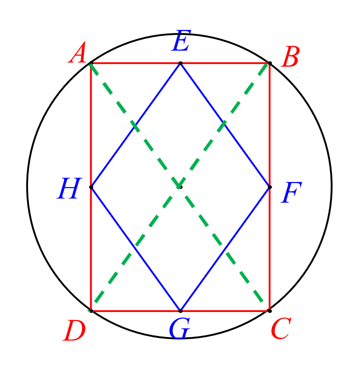
فالمستقيمان (CB) و $(C'B')$ متوازيان.



③ $ABCD$ مستطيل مرسوم في دائرة نصف قطرها $3\,\text{cm}$.

E و F و G و H منتصفات أضلاعه.

ما نوع الرباعي $EFGH$ ؟ احسب محيطه.



الحل:

- نرسم $[AC]$ فيكون في المثلث ABC :

E منتصف $[AB]$

F منتصف $[BC]$

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون:

$$EF = \frac{1}{2}AC$$

وفي المثلث ACD بالمثل نجد أن

$$HG = \frac{1}{2}AC$$

نرسم $[BD]$ فيكون في المثلث BCD :

$$FG = \frac{1}{2}BD$$

وفي المثلث ABD بالمثل نجد أن

$$HE = \frac{1}{2}DB$$

من العلاقات السابقة وبما أن قطري المستطيل متساويا الطول نستنتج أن:

$EF = HG = FG = HE$

فالرباعي $EFGH$ معين لتساوي أطوال أضلاعه.

- لنحسب محيطه علينا حساب طول ضلعه:

نعلم أن قطر المستطيل هو قطر للدائرة المارة برؤوسه

إذن:

$$AC = 2R$$
$$= 2(3) = 6\text{cm}$$

وبالاستفادة من كون $EF = \frac{1}{2}AC$ نجد أن $EF = 3\text{cm}$

وبالتالي:

محيط المعين $EFGH = 4 \times 3 = 12\text{cm}$

في نهاية الدرس لا بد من ترسيخ الأفكار

اسأل طلابك أسئلة حول ما تعلموه في هذا الدرس وخذ الإجابات من عدة طلاب.

2 موازٍ لضلع من منتصف ضلع آخر

أهداف الدرس:

- يتعرف الطالب خاصة المستقيم المار بمنتصف ضلع في مثلث موازياً ضلعاً آخر منه.
- يستعمل خاصة المستقيم المار بمنتصف ضلع في مثلث موازياً ضلعاً آخر منه لإثبات وقوع نقطة في منتصف ضلع في مثلث.

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصة دراسية واحدة.

الوسائل التعليمية:

المسطرة.

المرتكزات المعرفية

يعرف الطالب معنى: مستقيمان متوازيان.

كما تعلم في الدرس السابق المبرهنة الأولى في المنتصفات.

كذلك يعلم الطالب أن: العمودين على مستقيم واحد متوازيان.

يبدأ هذا الدرس بنشاط (تمهيد خاصة المستقيم المار بمنتصف ضلع في المثلث موازياً ضلعاً آخر منه) وسيعتمد في هذا النشاط على الخاصة الأولى في المنتصفات.

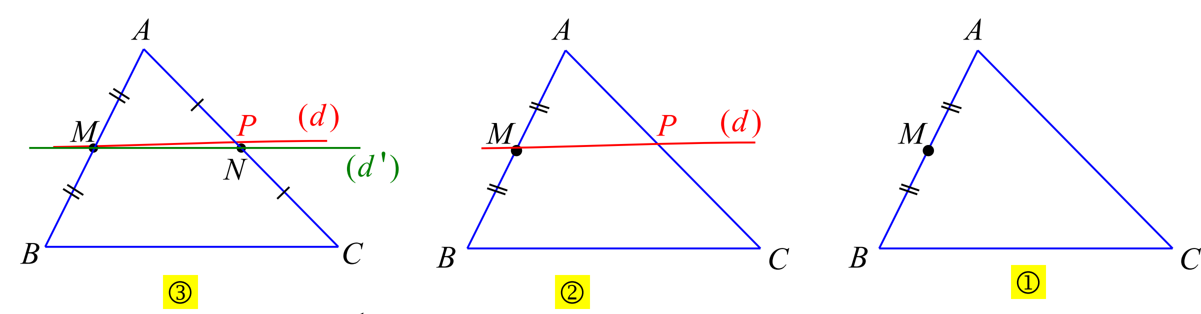
ينفذ الطلاب هذا النشاط بالتحاور مع المدرس أو بشكل مجموعات.

2

نشاط صفحة 42 « تمهيد خاصة المستقيم المار بمنتصف ضلع في المثلث موازياً ضلعاً آخر منه »

في الشكل ① ، ABC مثلث، M منتصف الضلع $[AB]$.

رسم سليم **يدوياً** المستقيم (d) ماراً بالنقطة M وموازياً ضلعه $[BC]$، فقطع $[AC]$ في P. وحصل على الشكل ② .



- وضَعَ النقطة N في منتصف $[AC]$ ورسم المستقيم (d') ماراً بالنقطتين M و N، فحصل على الشكل ③ ، واتضح أنَّ المستقيمين (d') و (d) غير منطبقين.

1. اشرح لماذا أخطأ سليم في رسم المستقيم (d).

لأن المستقيم يجب أن يمر من منتصف الضلع $[AC]$ كي يكون موازياً $[BC]$

2. صغ إثباتاً، بلغة سليمة وأسلوب شيق لإثبات أنَّ:

المستقيم المار بمنتصف ضلع في المثلث موازياً ضلعاً آخر، يقطع الضلع الثالثة في منتصفه.

ليكن d المستقيم المار من M موازياً $[BC]$ ولتكن P نقطة تقاطعه مع $[AC]$ ولتكن N منتصف $[AC]$

إذا كانت $P = N$ يتم المطلوب

إذا كانت $P \neq N$:

نعلم أن $[BC]\parallel(NM)$ بحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات.

ولكن أيضاً $[BC]\parallel(PM)$، وبذلك نكون قد رسمنا من النقطة M مستقيمين كل منهما يوازي $[BC]$ وهذا غير ممكن. إذن $P=N$

بعد ذلك ننتقل إلى فقرة تعلم مباشرة لإعطاء المفهوم الجديد (المبرهنة الثانية في المنتصفات) ونعطي أمثلة كافية حولها.

بعد ذلك ننتقل إلى فقرة تحقق من فهمك ونعطي طلابنا مدة لا تتجاوز 10 دقائق كي يقوموا بالحل كل على حدته وبعدها نأخذ الإجابات منهم ونثبت الصحيح منها ونصوّب الخطأ.



① ABC مثلث. E منتصف $[AC]$ في هذا المثلث، F نقطة من $[BC]$ تحقق $(AB)\parallel(EF)$.

أثبت أنَّ F منتصف $[BC]$.

الحل:

في المثلث ABC لدينا:

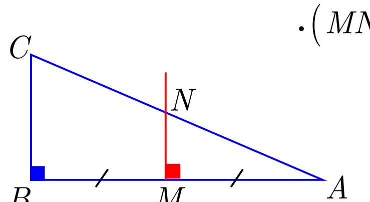
E منتصف $[AC]$

$(AB)\parallel(EF)$ فرضاً ويقطع $[BC]$ في F

فحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات تكون F منتصف $[BC]$

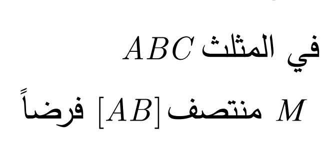
② ABC مثلث قائم في B ، M منتصف $[AB]$ و $(AB)\perp(MN)$.

أثبت أنَّ N منتصف $[AC]$



تذكر: العمودان على مستقيم واحد متوازيان.

الحل:



في المثلث ABC

M منتصف $[AB]$ فرضاً

$[BC]\parallel(MN)$ (العمودان على مستقيم واحد متوازيان)

وإن (MN) يقطع $[AC]$ في N

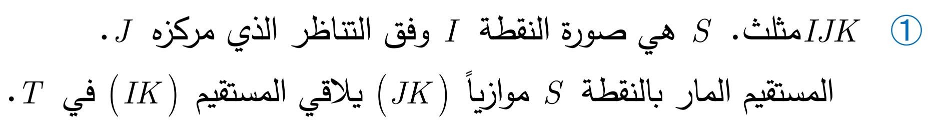
فحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات نجد أن N منتصف $[AC]$

أما فقرة تدرّب يحل سؤال منها في الحصة والثاني يعطى كواجب منزلي يحل في بداية الدرس التالي.

في نهاية الدرس لا ننسى ترسيخ الأفكار كالعادة بطرح أسئلة مناسبة على الطلاب حول ما تم تعلمه.

2

تدرب صفحة 43



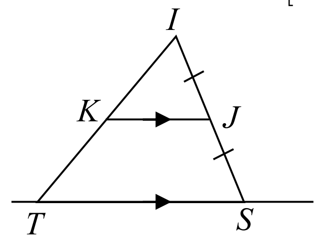
① IJK مثلث. S هي صورة النقطة I وفق التناظر الذي مركزه J.

المستقيم المار بالنقطة S موازياً (JK) يلاقي المستقيم (IK) في T.

1. ارسم شكلاً يتفق مع معطيات النص.
2. أثبت أنَّ K هي منتصف القطعة $[IT]$.

الحل:

.1



.2 في المثلث ITS لدينا:

J منتصف $[IS]$ لأن S هي صورة النقطة I وفق التناظر الذي مركزه J.

$[JK] \parallel (TS)$ فرضاً.

فبحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات تكون K منتصف $[IT]$.

② AJP مثلث و C منتصف $[AJ]$. نرسم من النقطة A المستقيم الموازي للمستقيم (CP) فيقطع المستقيم (JP) في M.

ارسم شكلاً يتفق مع معطيات النص، ثم أثبت أنَّ P هي منتصف $[MJ]$.

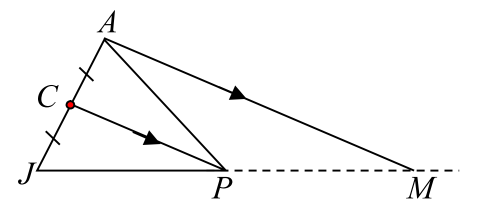
الحل:

في المثلث AJM لدينا:

C منتصف $[AJ]$

$(CP) \parallel [AM]$

وإن (CP) يقطع $[JM]$ في P



فبحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات نجد أن P هي منتصف $[MJ]$.

 مستقيمات متوازية وقاطعان

أهداف الدرس:

يتعلم مبرهنة النسب الثلاثة المتساوية.

يستعمل مبرهنة النسب الثلاثة المتساوية في حساب طول ضلع في مثلث.

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصة دراسية واحدة.

الوسائل التعليمية:

المسطرة.

المرتكزات المعرفية

تعلم الطالب مفهوم التناسب في الصف السابع وتعلم أن يكمل جدول التناسب، كما تعلم حساب قيمة مجهول في تناسب معطى اعتماداً على خاصية الضرب التقاطعي.

يبدأ هذا الدرس بنشاط (اكتشاف التناسب بين أطوال أضلاع مثلثين)

هنا من الأنسب أن نقسم طلاب الصف إلى مجموعات ونخصّ كل مجموعة بمثلث من المثلثات الثلاثة المرسومة.

بعدها نناقش إجابات الطلاب ونركز انتباههم على المعطيات الموجودة (مثلث ، مستقيم يوازي أحد أضلاعه ويقطع الضلعين الباقيتين)

وننبه طلابنا إلى أن البرهان في الرياضيات لا يجوز استنتاجه من الشكل، بل يتم عبر سلسلة من الاستنتاجات.

ننتقل بعدها إلى فقرة تعلم ونوضح الخاصة الواردة فيها.وننبه الطلاب إلى أن الخاصة غير صحيحة إذا لم يكن المستقيم موازياً لأحد أضلاع المثلث.

وهنا لا نبدأ بالتنويه إلى أن المبرهنة المذكورة تصح أيضاً في حالة كون المستقيم قاطعاً امتدادي ضلعي المثلث لأن هذا سيرد في الدرس التالي.

2

ونقوم بإيضاح الخاصة من خلال أمثلة متنوعة، حيث نبدأ بأمثلة نطلب فيها من الطلاب كتابة النسب الثلاثة المتساوية وبعد التأكد من استيعابهم لهذا الهدف نطرح أمثلة أخرى يكون المطلوب فيها حساب طول ضلع في مثلث، ويمكن أن نعتمد على الأمثلة المحلولة في الكتاب.

ننتقل بعد ذلك إلى فقرة تحقق من فهمك في الصفحة /46/ ونطلب من طلابنا حلها ، ثم نثبت الإجابات الصحيحة بعد مناقشتهم.



تحقق من فهمك صفحة 46

في الشكل المرافق، ABC و AEF مثلثان.

$(EF) \parallel (BC)$ و $AC = 12$ و $AE = 3$ و $AF = 4$.

احسب الطول AB واستنتج الطول EB .

الحل:

$(EF) \parallel (BC)$ فرضاً

فبحسب مبرهنة النسب المتساوية نكتب:

$\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB}$ نعوض:

$\frac{4}{12} = \frac{3}{AB}$

إذن: $AB = \frac{3 \times 12}{4} = 9$

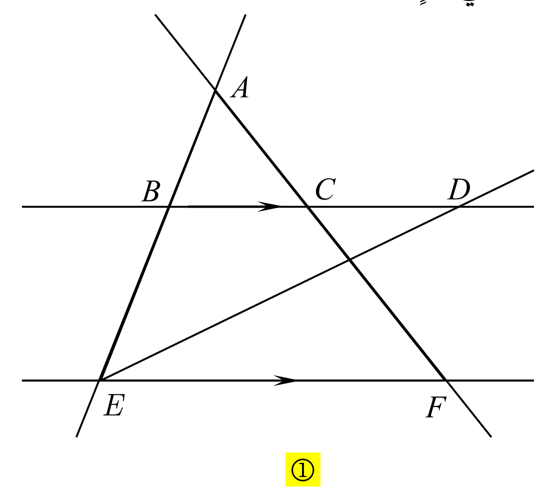
ومنه: $EB = 9 - 3 = 6$

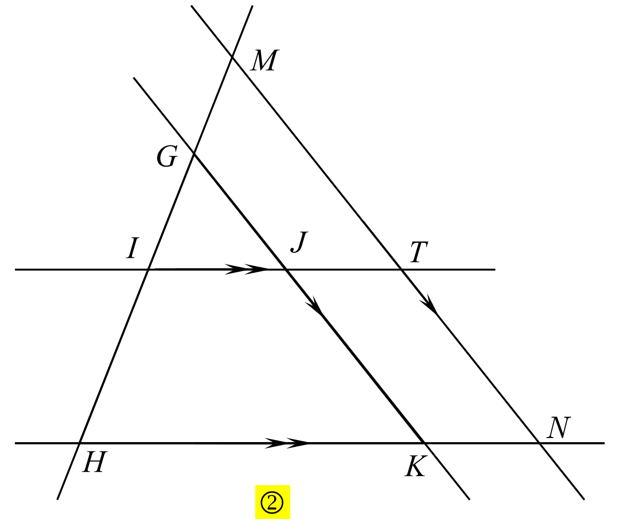
في نهاية الحصة لا بد من ترسيخ المعلومات بطرح أسئلة على الطلاب حول ما تعلموه وتلقي الإجابة من أكثر من طالب.

وأما التدريب (1) صفحة /46/ يحل في الصف ويعتبر (2) كواجب للمنزل.

تدرب صفحة 46

① في كلٍ من الشكلين ① و ② خمسة مستقيمات.





في كل شكل، أشر إلى كل مثلثين محددين بمستقيمين متوازيين ومستقيمين قاطعين لهما.

الحل:

الشكل ① :

ABC ,AEF

الشكل ② :

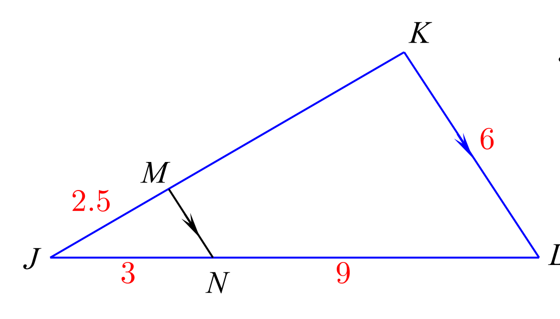
HGK ,GIJ كذلك IMT ,IGJ وأيضاً HMN ,HGK

② في الشكل المرافق، JKL و JMN مثلثان.

$(KL) \parallel (MN)$ و $KL = 6$ و $JN = 3$

و $JM = 2.5$ و $NL = 9$.

احسب كل من الطولين JK ، MN.



الحل:

في المثلث JKL لدينا $[KL] \parallel (MN)$

وإن (MN) يقطع الضلعين $[JK],[JL]$ في $M\ ,N$ على الترتيب

فبحسب مبرهنة النسب المتساوية نجد:

$$\frac{JM}{JK}=\frac{JN}{JL}=\frac{MN}{KL}$$ أي:

$$\frac{2.5}{JK}=\frac{3}{12}=\frac{MN}{6}$$

ومنه:

$$JK=\frac{2.5\times12}{3}=10$$

$$MN=\frac{6\times3}{12}=1.5$$

4 تساوي ثلاث نسب

أهداف الدرس:

يتعلم الطالب مبرهنة النسب الثلاث المتساوية بحالة خاصة.

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصتان دراسيتان.

الوسائل التعليمية:

المسطرة.

المرتكزات المعرفية

سيحتاج الطالب المبرهنة الثانية في المنتصفات وسيستعملها في النشاط عدة مرات.

وسيحتاج أيضاً خواص متوازي الأضلاع

وبديهياً سيحتاج خاصة النسب الثلاث المتساوية التي تعلمها في الدرس السابق.

يبدأ هذا الدرس بنشاط (إثبات الخاصة السابقة في حالة خاصة)

ويفضل حل هذا النشاط بالتحاور والمناقشة مع الطلاب.



نشاط صفحة 47 « إثبات الخاصة السابقة في حالة خاصة »

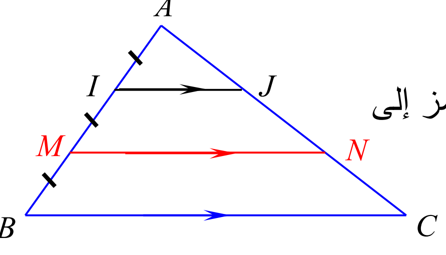
ABC مثلث. I و M نقطتان من ضلعه $[AB]$ تحققان.

N نقطة من الضلع $[AC]$ تحقق $(MN) \parallel (BC)$.

نسعى إلى إثبات أنَّ $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

1. النسبة $\frac{AM}{AB}$، حسب معطيات النص $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$

2. النسبة $\frac{AN}{AC}$



① نرسم من النقطة I المستقيم الموازي للمستقيم (MN)ونرمز إلى نقطة تقاطعه مع (AC) بالرمز J.

أثبت أنَّ J هي منتصف $[AN]$.

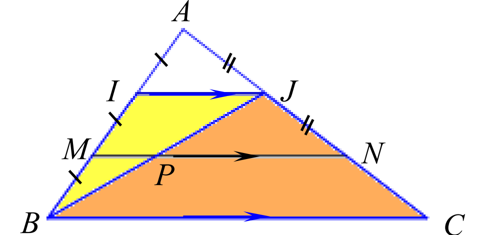
الحل:

في المثلث MAN لدينا I منتصف $[AM]$ فرضاً

$(IJ) \parallel [MN]$ فرضاً

فبحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات تكون J هي منتصف $[AN]$.

② نرسم المستقيم (BJ) ونرمز إلى نقطة تقاطعه مع (MN) بالرمز P.



- أثبت أنَّ P هي منتصف $[BJ]$.

  (طبق المبرهنة الثانية في المنتصفات مجدداً ولكن هذه المرة في المثلث IBJ)

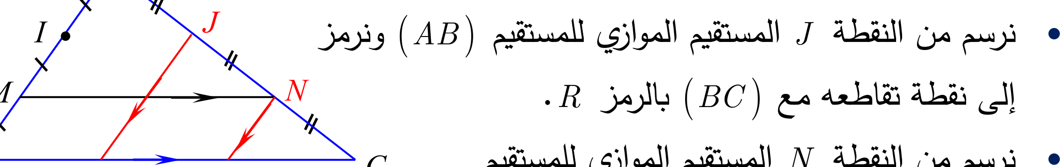
- استنتج أنَّ N هي منتصف $[CJ]$.

  (طبق المبرهنة الثانية في المنتصفات مجدداً ولكن هذه المرة في المثلث CBJ)

- اشرح لماذا $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$؟

الحل: نستنتج مما سبق أن $AJ = JN = NC$ ومنه $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$

3. النسبة $\frac{MN}{BC}$



- نرسم من النقطة J المستقيم الموازي للمستقيم (AB) ونرمز إلى نقطة تقاطعه مع (BC) بالرمز R.
- نرسم من النقطة N المستقيم الموازي للمستقيم (AB)ونرمز إلى نقطة تقاطعه مع (BC) بالرمز S.

① اشرح لماذا $CS = SR = RB$. استنتج قيمة النسبة $\frac{BS}{BC}$.

الحل:

يمكنك بأسلوب مماثل لما سبق أن تجد أن $CS = SR = RB$

طبق المبرهنة الثانية في المنتصفات في المثلث JCR وبذلك تجد أن S منتصف $[RC]$

ثم ارسم $[BN]$ و طبق المبرهنة الثانية في المنتصفات في المثلث NABثم في المثلث NBS فتجد أن R منتصف $[BS]$ وبذلك تجد أن $CS = SR = RB$

ومنه تجد أن: ① $\boxed{\frac{BS}{BC} = \frac{2}{3}}$

② ما طبيعة الرباعي $BSNM$ ؟ علِّلْ إجابتك. استنتج أنَّ $\frac{MN}{BC} = \frac{2}{3}$.

الحل:

الرباعي $BSNM$لتوازي كل ضلعين متقابلتين فيه.

وبما أن كل ضلعين متقابلتين في متوازي الأضلاع لهما الطول نفسه فإن: $BS = MN$

نعوض في ① فنجد أن $\boxed{\frac{MN}{BC} = \frac{2}{3}}$

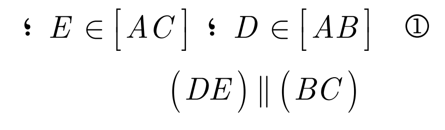
بعد ذلك ننتقل إلى فقرة تعلم ونثبت المبرهنة التي تم التوصل إليها.

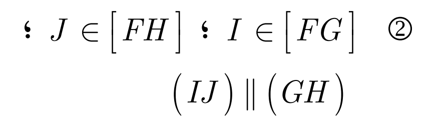
وهنا الوقت المناسب لنبدأ بالتنويه إلى أن المبرهنة المذكورة تصح أيضاً في حالة كون المستقيم قاطعاً امتدادي ضلعي المثلث ونثبت هذه الفكرة بأمثلة مناسبة.

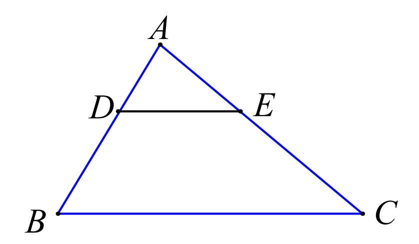
بعد ذلك ننتقل إلى فقرة تحقق من فهمك ونطلب من الطلاب حلها بشكل إفرادي لمدة لا تتجاوز 5 دقائق ثم نناقش الإجابات ونثبت الصحيح منها ونصوب الخطأ.

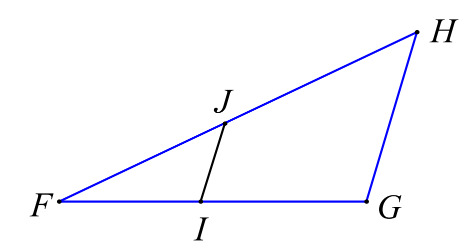
تحقق من فهمك صفحة 49

في كلٍ من الحالتين ① و ② اكتب ثلاث نسب متساوية.









الحل:

① $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

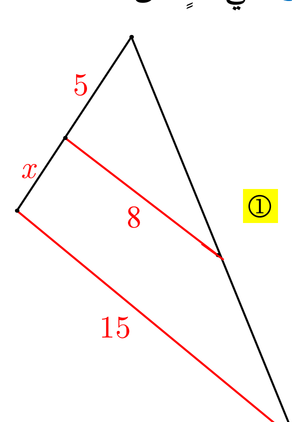
② $\frac{FJ}{FH} = \frac{FI}{FG} = \frac{IJ}{GH}$

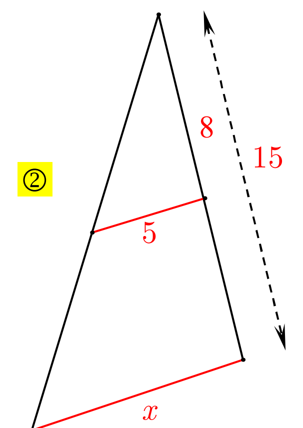
بعد التأكد من فهم الطلاب للمبرهنة وتحديداً الحالة الجديدة (المستقيم قاطع لامتدادي ضلعي المثلث) ننتقل إلى فقرة تدرب فيمكن للطلاب حل التدريب الأول منها وأما التدريب الثاني يعتبر كواجب للمنزل ويصحح في الدرس التالي.

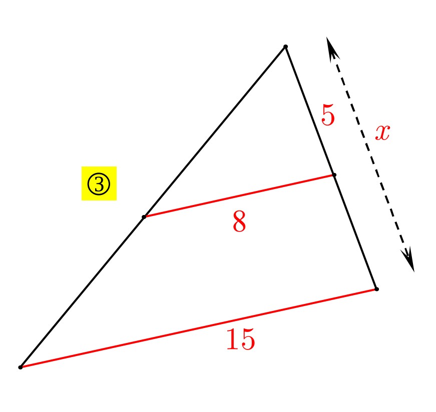
ولا ننسى في نهاية الدرس ترسيخ المعلومات كالعادة.

تدرب صفحة 49

① في كلٍ من الحالات الآتية، المستقيمان الملونان بالأحمر متوازيان.







بين إن كانت المساواة $\frac{8}{15}=\frac{5}{x}$ صحيحة أم لا.

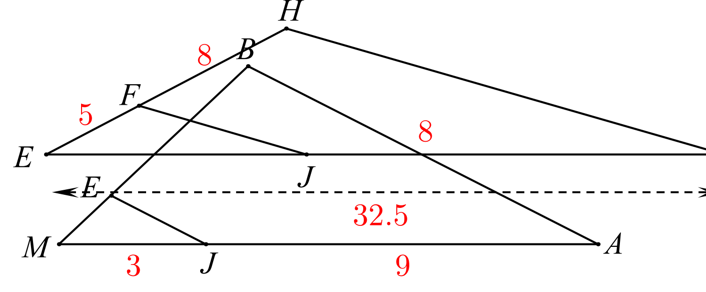
الحل:

في الحالة ① المساواة السابقة غير صحيحة

والمساواة الصحيحة فيها هي: $\frac{8}{15}=\frac{5}{x+5}$ (حسب مبرهنة النسب المتساوية).

أما في كل من الحالتين ②,③ فهي صحيحة وذلك حسب مبرهنة النسب المتساوية.

② في كلٍ من الحالتين ① و ② احسب الطول EJ.



① $F\in[EH]$ و $J\in[EK]$ و $(FJ)\parallel(HK)$

② $E\in[MB]$ و $J\in[MA]$ و $(EJ)\parallel(BA)$

الحل:

في الحالة ①

$(FJ)\parallel(HK)$ فرضاً.

فحسب مبرهنة النسب المتساوية نجد:

$\frac{EF}{EH}=\frac{EJ}{EK}$ نعوض حيث $EH=5+8=13$ فنجد:

ومنه: $\frac{5}{13}=\frac{EJ}{32.5}$

$EJ=\frac{32.5\times 5}{13}=12.5$

في الحالة ②

$(EJ)\parallel(BA)$ فرضاً.

فحسب مبرهنة النسب المتساوية نجد:

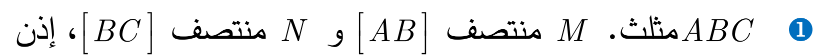
$\frac{EJ}{BA}=\frac{MJ}{MA}$ نعوض حيث: $MA=3+9=12$ فنجد:

ومنه: $\frac{EJ}{8}=\frac{3}{12}$

$EJ=\frac{3\times 8}{12}=2$

تمرينات ومسائل صفحة 50

1 في كل حالة من الحالات الآتية، إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات. أشر إليها.

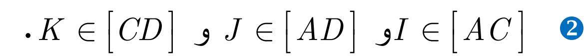


❶ ABC مثلث. M منتصف $[AB]$ و N منتصف $[BC]$، إذن

① $(MN) \parallel (BC)$ و $BC = 2MN$.

② $(MN) \parallel (AC)$ و $AC = 2MN$.

③ $(MN) \parallel (AC)$ و $MN = 2AC$.



❷ $I \in [AC]$ و $J \in [AD]$ و $K \in [CD]$.

مع المعطيات المتوفرة على الشكل، يمكن تأكيد أنَّ:

① K هي منتصف $[CD]$.

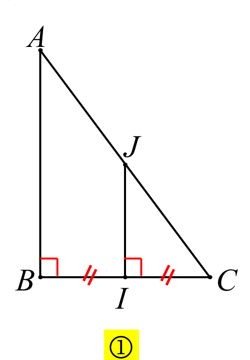
② $(CD) \parallel (AB)$.

③ $(IJ) \parallel (CD)$.

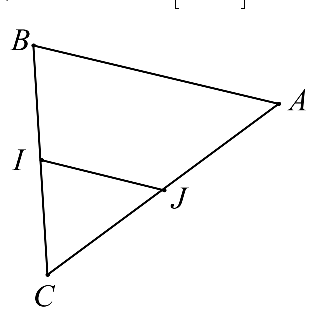


❸ B و I و C ثلاث نقاط على استقامة واحدة، كذلك النقاط A و J و C.

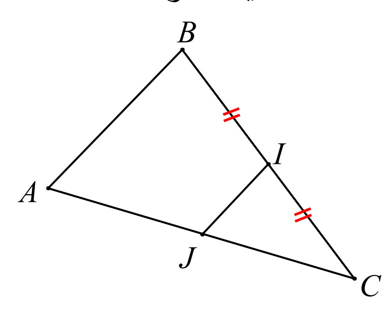
يمكن تأكيد أنَّ J هي منتصف $[AC]$، فالشكل المعبر عن هذه المعطيات هو: ①



①



②





③

❺ في الشكل المرافق:

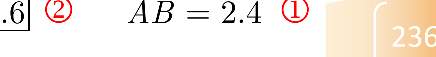
$M \in [AN]$ و $P \in [BN]$ و $(MP) \parallel (AB)$، إذن:

① $NB = 5.8$ ② $NB = 5.4$ ③ $NB = 3.6$

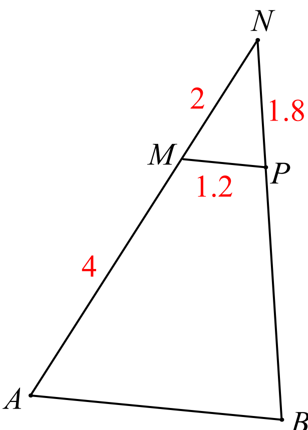


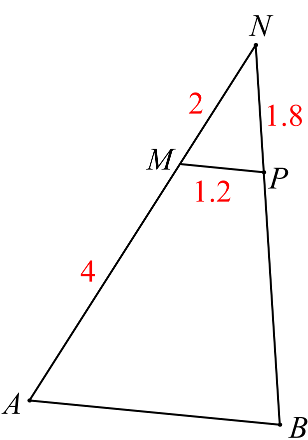
❻ في الشكل السابق:

$M \in [AN]$ و $P \in [BN]$ و $(MP) \parallel (AB)$، إذن:

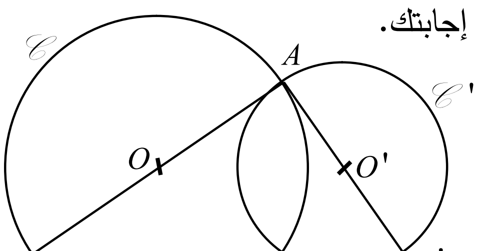


① $AB = 2.4$ ② $AB = 3.6$ ③ $AB = 5.2$





2 تمعَّنْ العبارات الآتية. أيها صحيحة وأيها خطأ ؟ علِّلْ إجابتك.



❶ $\mathscr{C}$ و $\mathscr{C}'$ دائرتان مركزاهما على التوالي O و O'.

A هي إحدى نقطتي تقاطعهما.

(AO) يقطع $\mathscr{C}$ في B و (AO') يقطع $\mathscr{C}'$ في B'.

فالمستقيمان (OO') و (BB') متقاطعان.

الحل:

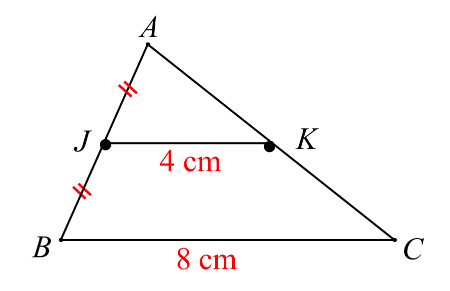
العبارة خطأ.

التعليل:

$[AB]$ قطر في الدائرة $\mathscr{C}$ ونعلم أن مركز الدائرة يقع منتصف أي قطر فيها، أي O منتصف $[AB]$

بالمثل نجد O' منتصف $[AB']$

وبتطبيق المبرهنة الأولى في المنتصفات في المثلث ABB' يكون المستقيمان (OO') و (BB') متوازيان.



❷ في المثلث ABC:

J منتصف $[AB]$ و $K \in [AC]$.

$JK = 4 \text{ cm}$ و $BC = 8 \text{ cm}$.

إذن K هي منتصف $[AC]$.

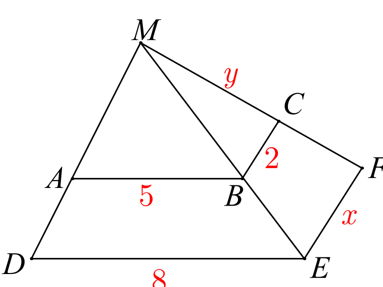
الحل:

العبارة صحيحة.

❸ AEF مثلث. I نقطة من $[AE]$ تحقق $AI = \frac{1}{3}AE$. المستقيم المرسوم من I موازياً (EF) يقطع $[AF]$ في J، كما إنَّ $JI = 4 \text{ cm}$ و $EF = 8 \text{ cm}$ (يجب أن يكون 12 وليس 8)

محيط المثلث AEF يساوي ثلاثة أمثال محيط المثلث AIJ.

العبارة صحيحة.



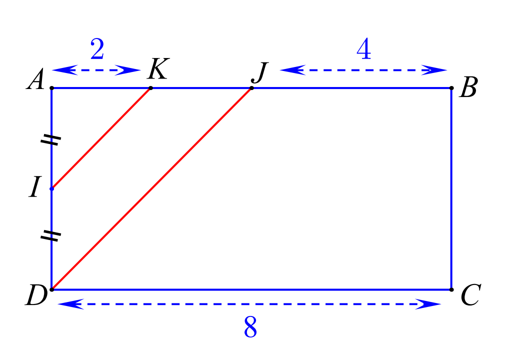
❹ في الشكل المرافق: $A \in [MD]$ و $B \in [ME]$ و $C \in [MF]$.

أطوال بعض القطع في الشكل مشار إليها عددياً أو بالرموز x و y.

يمكن حساب $x = 3.2$ ولا يمكن حساب قيمة y.

الحل:

العبارة خطأ إذ لا يمكن حساب أي من y , x لأنه لم يذكر في النص ما إذا كان (AB) موازياً $[DE]$ أم لا، وكذلك الأمر بالنسبة إلى $[EF]$, (BC)



3 $ABCD$ مستطيل. $CD = 8$، والنقطة I هي منتصف $[AD]$. K و J نقطتان من $[AB]$ تحققان $AK = 2$ و $BJ = 4$

1. أثبت أنَّ النقطة K هي منتصف $[AJ]$.
2. استنتج أنَّ المستقيم (IK) يوازي المستقيم (DJ).

الحل:

1. $AB = DC = 8$ (في المستطيل)

$KJ = 8 - (4 + 2) = 2$

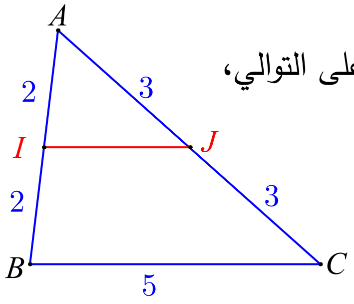
ومنه: $KJ = KA = 2$ أي: K هي منتصف $[AJ]$.

2. في المثلث AJD لدينا:

I منتصف $[AD]$ فرضاً.

K منتصف $[AJ]$ برهاناً.

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون: $(IK) \parallel (DJ)$



4 ABC مثلث. I و J نقطتان من ضلعيه $[AB]$ و $[AC]$ على التوالي، وتحققان الأطوال المشار إليها على الشكل.

1. أثبت أنَّ المستقيمين (IJ) و (BC) متوازيان.
2. احسب طول القطعة $[IJ]$.

الحل:

1. في المثلث ABC لدينا

$\boxed{AI = IB = 2}$ فرضاً.

$\boxed{AJ = JC = 3}$ فرضاً.

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون $(IJ) \parallel (BC)$

2. أيضاً بحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات نجد أن :

$$IJ = \frac{1}{2}BC = 2.5$$

5 ABC مثلث. $BC = 12$ cm و $AB = 8$ cm و $AC = 10$ cm.

I و J و K هي منتصفات أضلاعه حسب توضعها على الشكل المرافق.

1. حدد معللاً كل مستقيمين متوازيين في في الشكل.
2. ما عدد متوازيات الأضلاع في الشكل؟
3. احسب محيط المثلث IJK، ووازنه بمحيط المثلث ABC.

الحل:

1. في المثلث ABC لدينا:

K منتصف $[AC]$ فرضاً

I منتصف $[AB]$ فرضاً

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون: $(KI) \parallel (BC)$

بأسلوب مماثل قم بتعليل أن: $(KJ) \parallel (AB)$ وأن $(IJ) \parallel (AC)$

2. في الشكل ثلاثة متوازيات أضلاع هي:

$IKJB$, $IKCJ$, $AKJI$

3. لدينا بالفرض: $BC = 12$ cm

ومنه: $IK = BJ = 6$ cm لأن $IKJB$ متوازي أضلاع

(أو علل ذلك باستعمال المبرهنة الأولى في المنتصفات)

كذلك نجد:

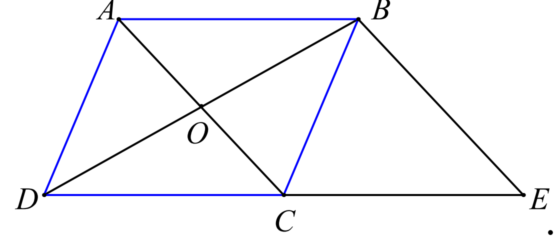
$AB = 8$ cm ومنه: $JK = 4$ cm

$AC = 10$ cm ومنه: $IJ = 5$ cm

إذن محيط المثلث IJK يساوي: $6+4+5=15$ cm

لكن محيط المثلث ABC يساوي: $12+8+10=30$ cm

فمحيط المثلث IJK يساوي نصف محيط المثلث ABC



6 $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O.

$OB = 3$ cm و $OC = 2$ cm.

E هي نظيرة النقطة D بالنسبة إلى C.

1. أثبت أنَّ المستقيمين (OC) و (BE) متوازيان.
2. احسب الطول BE.
3. ارسم شكلاً في حالة $\widehat{COB} = 60^\circ$.

الحل:

1. في المثلث DBE

لدينا بالفرض E هي نظيرة النقطة D بالنسبة إلى C

أي: C منتصف $[DE]$

وبما أن $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O فرضاً

فإن O منتصف $[DB]$

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون:

$(OC) \parallel [BE]$ وبالتالي المستقيمان $(OC), (BE)$ متوازيان.

2. لدينا $OC = 2$ cm ومنه $BE = 2 \times 2 = 4$ cm (بحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات

في المثلث DBE نفسه)

3. الرسم:

نرسم أولاً قطري متوازي الأضلاع $[AC],[BD]$

بطول 4 cm$,6$ cm على الترتيب يتقاطعان في O ، على أن نجعل

$\widehat{COB} = 60^\circ$ كما يلي:

- نرسم دائرة مركزها O نصف قطرها 2 cm
- نرسم دائرة مركزها O نصف قطرها 3 cm
- نرسم قطراً $[AC]$ في الأولى
- نرسم قطراً $[BD]$ في الثانية على أن تكون $\widehat{COB} = 60^\circ$ (استعمل المنقلة)
- نصل النقاط A, B, C, D بالتسلسل نفسه ونصل D إلى A
- ثم نرسم E نظيرة D بالنسبة إلى C

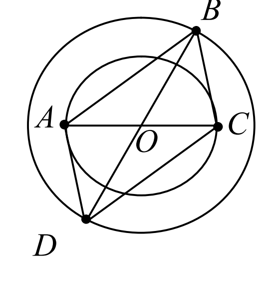
- نصل E إلى B فنحصل على الشكل المطلوب.

7 C و C' دائرتان متمركزتان في O، ونصفا قطريهما على التوالي $2.5\ \text{cm}$ و $5\ \text{cm}$.

A و B نقطتان من الدائرة C تحققان $AB = 4\ \text{cm}$. المستقيمتان (OA) و (OB) تقطعان الدائرة C' على التوالي في A' و B'.

1. ارسم شكلاً يحقق معطيات النص.

2. ما الوضع النسبي للمستقيمين (AB) و $(A'B')$؟
3. احسب طول القطعة $[A'B']$.



إذا اشتركت دائرتان بمركز واحد، قلنا إنهما متمركزتان

الحل:

1.

2. المستقيمان $(A'B'),(AB)$ متوازيان لأن: $BB' = AA' = 5 - 2.5 = 2.5$

أي: B منتصف $[OB']$ و A منتصف $[OA']$

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات نجد أن $(AB) \parallel [A'B']$

3. في المثلث $OA'B'$ لدينا:

B منتصف $[OB']$ و A منتصف $[OA']$

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات نجد أن $A'B' = 4 \times 2 = 8\ \text{cm}$

8 $ABCD$ مربع طول ضلعه $3\ \text{cm}$.

E هي صورة النقطة B وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B.

F هي صورة النقطة A وفق التناظر الذي مركزه C.

1. ارسم شكلاً يتفق مع معطيات النص.

2. أثبت أنَّ (BC) و (EF) متوازيان.

3. ما نوع المثلث AEF ؟ اشرح إجابتك.

الحل:

.1

2. في المثلث AEF لدينا:

C منتصف $[AF]$ (لأن F نظيرة A بالنسبة إلى C)

B منتصف $[AE]$ (لأن E صورة A وفق الانسحاب الذي ينقل A إلى B)

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون: $[EF] \parallel (BC)$

وبالتالي: (BC) و (EF) متوازيان.

3. المثلث AEF قائم في E لأن:

$(AE) \perp (BC)$ (الرباعي $ABCD$ مربع فرضاً)

ووجدنا أن (BC) و (EF) متوازيان

ونعلم أن العمود على أحد مستقيمين متوازيين يعامد الآخر.

9 B و C و D ثلاث نقاط على استقامة واحدة،

A نقطة خارج المستقيم المار بها. E و F و J هي على التوالي

منتصفات القطع المستقيمة $[AB]$ و $[AC]$ و $[AD]$.

أثبت أنَّ النقاط E و F و J هي على استقامة واحدة.

تذكَّر:

- المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان.
- المستقيمان المتوازيان ينطبقان إذا اشتركا بنقطة.

الحل:

في المثلث ABC لدينا:

E منتصف $[AB]$ و F منتصف $[AC]$

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون: $(EF)\parallel[BC]$ وبالتالي المستقيمان $(EF),(BC)$ متوازيان

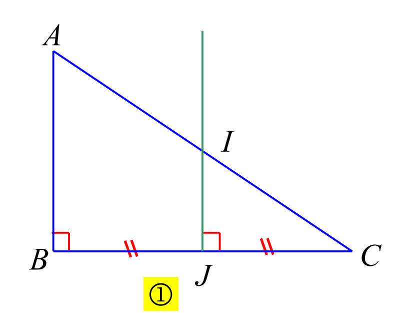
بالمثل نجد (بالاستفادة من المبرهنة الأولى في المنتصفات في المثلث ACD) أن: $(FJ)\parallel(CD)$

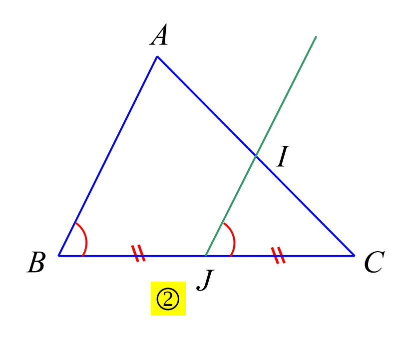
ونعلم أن الموازيان لثالث متوازيان أي: $(EF)\parallel(FJ)$ (المستقيم (BC) هو نفسه (FJ))

وبملاحظة أنهما يشتركان بالنقطة F نستنتج أنهما منطبقين.

وبالتالي النقاط E و F و J هي على استقامة واحدة.

10 ABC مثلث. تنتمي I إلى $[AC]$ وتنتمي J إلى $[BC]$. في كلٍ من الشكلين ① و ② الآتيين، تقرأ معطيات عبر إشارات ملونة بالأحمر. استعمل هذه المعطيات في إثبات أنَّ I هي منتصف $[AC]$.





الحل:

①

J منتصف $[BC]$ فرضاً.

وإن $(JI)\parallel(AB)$ (عمودان على مستقيم واحد)

فبحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات تكون I هي منتصف $[AC]$.

②

J منتصف $[BC]$ فرضاً.

وإن $(JI)\parallel(AB)$ لأن $\widehat{CJI}=\widehat{CBA}$ فرضاً وهما في وضع التناظر بالنسبة إلى المستقيمين $(JI),(AB)$ والقاطع (BC)

فبحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات تكون I هي منتصف $[AC]$.

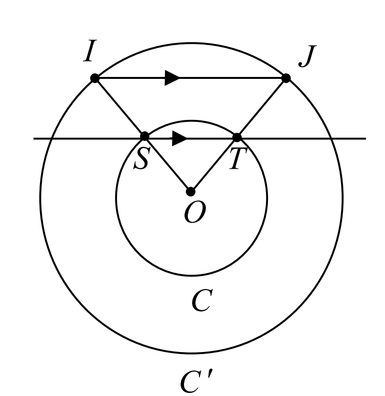
11 C و C' دائرتان متمركزتان في O، نصفا قطريهما على التوالي $2\ \text{cm}$ و $4\ \text{cm}$.

I و J نقطتان من C' تحققان $IJ=5\ \text{cm}$ والقطعة $[OI]$ تقطع C في S ، كما إنَّ المستقيم المار بالنقطة S موازياً (IJ) يقطع القطعة المستقيمة $[OJ]$ في T.

1. ارسم شكلاً حسب معطيات النص.
2. أثبت أنَّ T هي منتصف $[OJ]$.
3. استنتج أنَّ T تنتمي إلى الدائرة C.

الحل:

1. الرسم:



2. لدينا $S\in C$ ومنه $OS=2\ \text{cm}$

$I\in C'$ ومنه $OI=4\ \text{cm}$

أي S هي منتصف $[OI]$، ولكن $(ST)\parallel[IJ]$

فبحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات (في المثلث OIJ) نجد أن T منتصف $[OJ]$

3. لدينا $J\in C'$ ومنه $OJ=4\ \text{cm}$ ، ولكن T منتصف $[OJ]$ برهاناً, أي: $OT=\frac{4}{2}=2$

أي بعد T عن مركز الدائرة C يساوي نصف قطرها، وهذا يعني أن $T\in C$

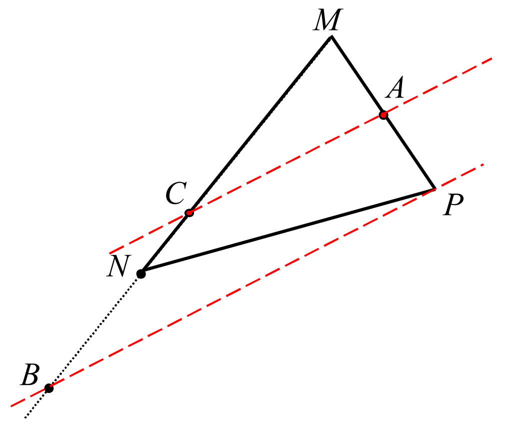
12 MNP مثلث. B و C نقطتان من نصف المستقيم $[MN)$ تحققان $MB=\frac{3}{2}MN$

و $MC=\frac{1}{2}MB$. النقطة A هي منتصف $[MP]$.

1. ارسم شكلاً متفقاً ومعطيات النص.
2. أثبت أنَّ المستقيمين (AC) و (BP) متوازيان.

الحل:

1. الرسم:



2. في المثلث MPB لدينا:

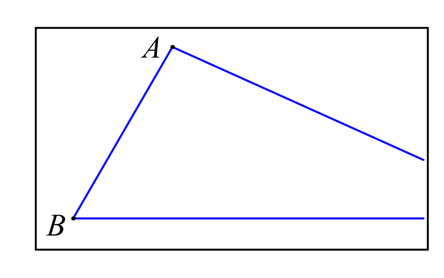
C منتصف $[MB]$ (لأن $MC = \frac{1}{2}MB$ فرضاً)

A منتصف $[MP]$ فرضاً.

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون $(AC) \parallel [BP]$

أي المستقيمان $(AC),(BP)$ متوازيان.

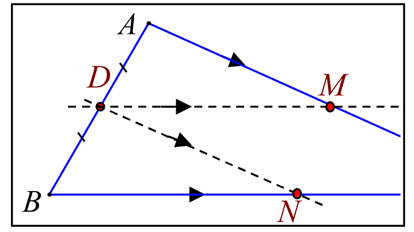
13 في الشكل المرافق، ABC مثلث، والنقطة C مخفية!

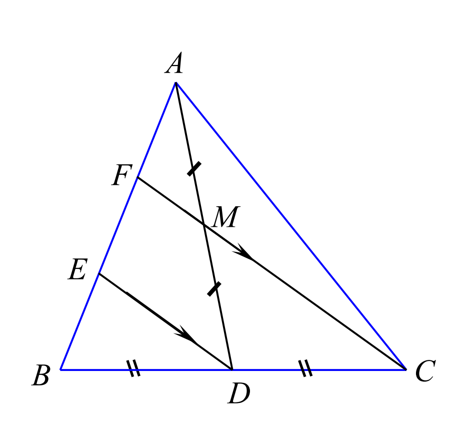


دون أن ترسم خارج الإطار، استخدم المسطرة والفرجار لرسم النقطة M منتصف $[AC]$ والنقطة N منتصف $[BC]$.

الحل:

- نحدد أولاً النقطة D منتصف الضلع $[AB]$
- نرسم من D مستقيماً يوازي $[BC]$ فيقطع $[AC]$ في منتصفه M (بحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات.
- نرسم من D مستقيماً يوازي $[AC]$ فيقطع $[BC]$ في منتصفه N (بحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات.





14 ABC مثلث. D منتصف $[BC]$ و M منتصف $[AD]$. المستقيم (CM) يقطع $[AB]$ في F. نرسم من D المستقيم الموازي للمستقيم (CF)، فيقطع (AB) في E.

1. أثبت أنَّ F هي منتصف $[AE]$.
2. أثبت أنَّ E هي منتصف $[BF]$.

الحل:

1. في المثلث ADE لدينا:

M منتصف $[AD]$ فرضاً.

$(MF) \parallel [ED]$ فرضاً.

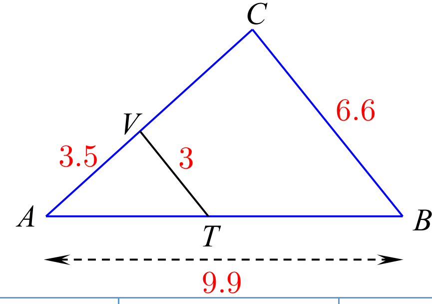
فبحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات تكون F هي منتصف $[AE]$.

2. في المثلث ABD لدينا:

3. D منتصف $[BC]$ فرضاً.

$(ED) \parallel [CF]$ فرضاً.

فبحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات تكون E هي منتصف $[BF]$



15 في الشكل المرافق، ABC و ATV مثلثان.

(TV) و (BC) متوازيان.

انسخ الجدول الآتي وأكمله.

أطوال أضلاع المثلث ATV	$AV = 3.5$	$AT = \cdots\cdots$	$TV = 3$
أطوال أضلاع المثلث ABC	$AC = \cdots\cdots$	$AB = 9.9$	$BC = 6.6$

الحل:

بحسب مبرهنة النسب المتساوية يكون:

$$\frac{AV}{AC} = \frac{AT}{AB} = \frac{TV}{BC}$$

نعوض:

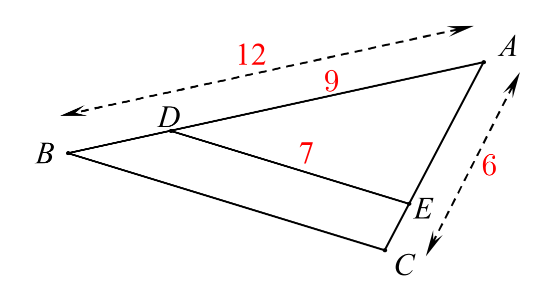
ومنه نجد: $\frac{3.5}{AC}=\frac{AT}{9.9}=\frac{3}{6.6}$

$$AC=\frac{3.5\times 6.6}{3}=7.7$$

$$AT=\frac{9.9\times 3}{6.6}=4.5$$

16 في الشكل المرافق:

$D\in[AB]$ و $E\in[AC]$ و $(DE)\parallel(BC)$.



1. احسب القيمة الحقيقية لطول القطعة $[AE]$.
2. احسب BC مقرباً الجواب لرقم عشري واحد.

الحل:

1. بحسب مبرهنة النسب المتساوية نجد:

$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$ نعوض:

$\frac{9}{12}=\frac{AE}{6}$ ومنه نجد: $AE=\frac{6\times 9}{12}=4.5$

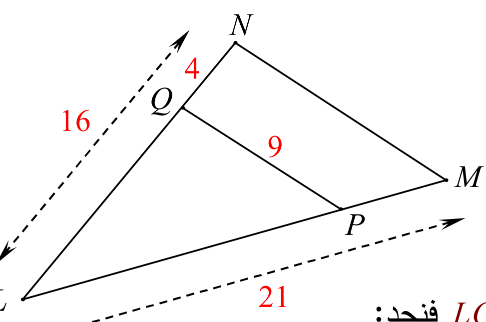
2. أيضاً من مبرهنة النسب المتساوية نجد:

$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$ نعوض:

$\frac{9}{12}=\frac{7}{BC}$ ومنه نجد: $BC=\frac{7\times 12}{9}\simeq 9.3$

17 في الشكل المرافق:

$P\in[LM]$ و $Q\in[LN]$ و $(PQ)\parallel(MN)$.



احسب كلاً من الطولين LP و MN.

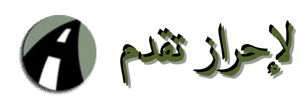
الحل: بحسب مبرهنة النسب المتساوية نجد:

$\frac{LQ}{LN}=\frac{LP}{LM}=\frac{QP}{NM}$ نعوض حيث: $LQ=16-4=12$ فنجد:

ومنه نجد: $\frac{12}{16}=\frac{LP}{21}=\frac{9}{NM}$

$$LP=\frac{12\times21}{16}=15.75$$

$$NM=\frac{9\times16}{12}=12$$



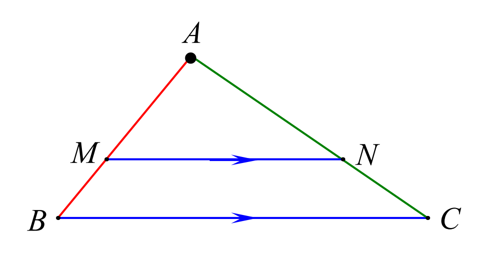
18 تطبيق مبرهنة النسب المتساوية.

لكتابة المساواة المبنية على مبرهنة النسب المتساوية الثلاث والمتعلقة بمثلثين متشابهين:

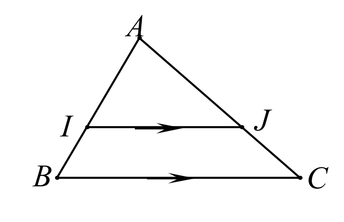
- نكتب في البسوط أضلاع أحد المثلثين.
- نكتب في المقامات أضلاع المثلث الآخر الموافقة بالترتيب مع أضلاع المثلث الأول.

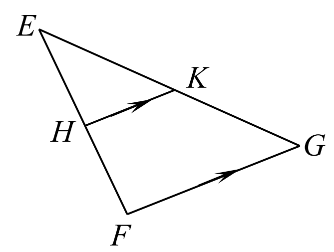
$$\frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$$

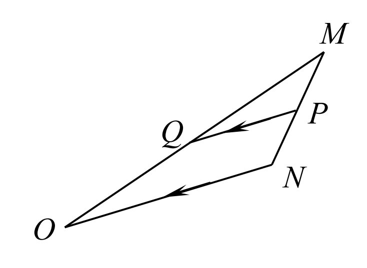
ضلعان متوازيان — ضلعان على (AC) — ضلعان على (AB)



في كلٍ من الأشكال الثلاث الآتية، اكتب النسب المتساوية الثلاث.







الحل:

الشكل الأيمن:

$$\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}=\frac{IJ}{BC}$$

الشكل الأوسط:

$$\frac{EH}{EF}=\frac{EK}{EG}=\frac{HK}{FG}$$

الشكل الأيسر:

$$\frac{MQ}{MO}=\frac{MP}{MN}=\frac{PQ}{NO}$$

19 تعلُّم تحرير إثبات

اقرأ النص والحل المنجز من قبل أحد الطلاب. ثم حرِّرْ الحل مع الأخذ بمجمل ملاحظات المصحح.

خذْ بالاعتبار المعلومات المعبر عنها بالرموز على الشكل المرافق،

ثم أثبت أنَّ النقطة D هي منتصف القطعة $[JK]$.

حل الطالب، مع ملاحظات المصحح

- $(IJ) \parallel (BC)$، إذن $(IJ) \parallel (BD)$

هذا ليس من معطيات النص

- B هي منتصف $[IK]$ و $(IJ) \parallel (BD)$، إذن D هي منتصف $[JK]$

جيد، ولكن عليك أن تذكر في أي مثلث تعمل.

الحل: في المثلث ABC لدينا:

I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$ (فرضاً)

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون $(IJ) \parallel (BC)$ إذن $(IJ) \parallel (BD)$

وفي المثلث IJK لدينا:

B منتصف $[IK]$ فرضاً

و $(IJ) \parallel (BD)$ برهاناً.

فبحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات تكون: النقطة D هي منتصف القطعة $[JK]$.

20 تحليل مخطط الإثبات

ABC مثلث قائم في A. النقطة A' هي منتصف $[BC]$ والنقطة B' هي منتصف $[AC]$ و C' هي منتصف $[AB]$. ما نوع الرباعي $AB'A'C'$؟ حقِّقْ إجابتك.

1. ما هي معطيات هذا النص؟

الحل:

ABC مثلث قائم في A

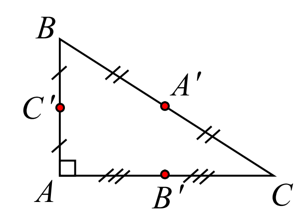
النقطة A' هي منتصف $[BC]$

النقطة B' هي منتصف $[AC]$

النقطة C' هي منتصف $[AB]$

2. ارسم شكلاً يتفق وثبت عليه رموزاً دالة على معطيات النص.

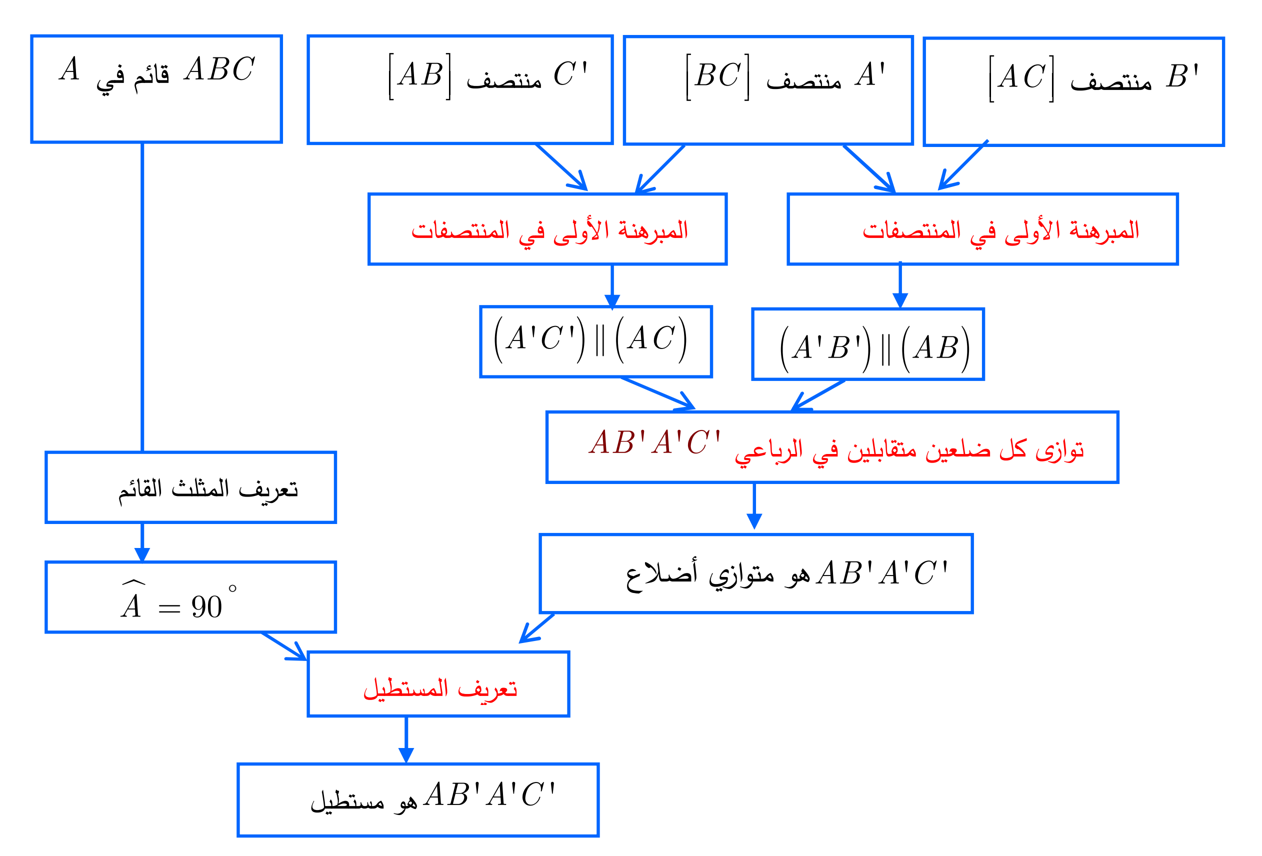
الحل:



3. إجابة من النمط « $AB'A'C'$ هو مستطيل » هل هي مرضية بالنسبة لما هو مطلوب؟

الحل: الإجابة صحيحة إلا أنها غير كافية، فهي بحاجة إلى إثبات.

4. إليك طريقة للتحقق من إجابتك:



① أعد كتابة المخطط السابق وأكمله بملء الأطر المنقطة بما يناسب.

② أين تتوضع معطيات النص؟ وأين تتوضع النتيجة النهائية؟

تتوضع المعطيات أول سطر وتتوضع النتيجة النهائية في السطر الأخير.

③ صغْ إثباتاً بلغة سليمة.

الحل:

في المثلث ABC لدينا: A' منتصف $[BC]$ فرضاً.

B' منتصف $[AC]$ فرضاً.

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون: $(A'B')\parallel(AB)$

كذلك: C' منتصف $[AB]$ فرضاً.

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون: $(A'C')\parallel(AC)$

فبحسب تعريف متوازي الأضلاع يكون: $AB'A'C'$ متوازي أضلاع.

ولكن إحدى زواياه قائمة لأن المثلث ABC قائم في A فرضاً.

فأصبح الرباعي $AB'A'C'$ مستطيلاً بحسب تعريف المستطيل.

21 في شكلٍ رباعي

E و F و G و H هي منتصفات أضلاع $ABCD$. أثبت أنَّ $EFGH$ هو متوازي أضلاع.

الحل:

في المثلث ABC لدينا:

E منتصف $[AB]$

F منتصف $[BC]$

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون:

$$\boxed{\begin{array}{l}(EF)\parallel(AC)\\ EF=\frac{1}{2}AC\end{array}}$$

في المثلث ADC لدينا:

H منتصف $[AD]$

G منتصف $[DC]$

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون:

$$\boxed{\begin{array}{l}(GH)\parallel(AC)\\ GH=\frac{1}{2}AC\end{array}}$$

ومنه نجد أن: $(EF)\parallel(GH)$ (لأن الموازيان لثالث متوازيان)

وأن: $EF=GH$

فأصبح الرباعي $EFGH$ هو متوازي أضلاع.

ويمكن أن يثبت الطالب توازي كل ضلعين متقابلتين في هذا الرباعي فيحصل على المطلوب.

22 استعمال للمنتصف

ABC مثلث. M نقطة من الضلع $[AB]$، والمستقيم المرسوم من M موازياً (BC) يقطع الضلع AC في N. النقطة K هي صورة النقطة M وفق التناظر الذي مركزه B. L هي نقطة تقاطع القطعتين $[BC]$ و $[KN]$. أثبت أنَّ النقطة L هي منتصف القطعة $[KN]$.

توجيه:

- ارسم شكلاً يتفق ومعطيات النص.
- رمِّزْ القطع المستقيمة المتساوية، ولوِّنْ مستقيمين متوازيين.
- لماذا يمكن استعمال مبرهنة المنتصفات الثانية؟ وفي أي مثلث؟
- أنجز الحل بلغة سليمة.

الحل:

في المثلث MNK لدينا:

B منتصف $[KM]$ لأن K صورة M وفق التناظر الذي مركزه B فرضاً.

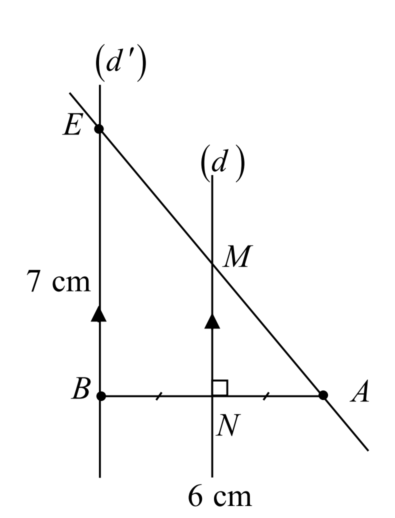
وإن $(BC)\parallel(MN)$ فرضاً وبالتالي $(BL)\parallel(MN)$

فبحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات تكون L منتصف $[KN]$.

23 محور قطعة مستقيمة

1. ارسم قطعة مستقيمة $[AB]$ طولها $6\ \text{cm}$، ثم ارسم محورها (d).
2. ارسم المستقيم (d') ماراً بالنقطة B وموازياً المستقيم (d).
3. وضِّعْ النقطة E على المستقيم (d') بحيث يكون $BE = 7\ \text{cm}$.
4. ارمز إلى نقطة تقاطع المستقيمين (d) و (AE) بالرمز M.
5. أثبت أنَّ M هي منتصف القطعة المستقيمة $[AE]$.
6. لتكن N منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$. احسب مساحة المثلث AMN.

الحل:



5. في المثلث ABE لدينا:

N منتصف $[AB]$ فرضاً.

$(NM) \parallel [BE]$ فرضاً.

فبحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات تكون M منتصف $[AE]$

6. المثلث AMN قائم في N

ونعلم أن مساحة المثلث القائم تساوي: $\dfrac{\text{جداء طولي ضلعيه القائمتين}}{2}$

لنحسب إذن طولي الضلعين القائمتين:

$NA = \dfrac{6}{2} = 3\ \text{cm}$ لأن N منتصف $[AB]$ فرضاً.

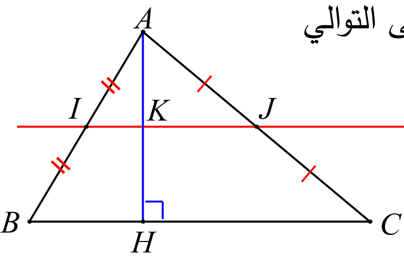
$NM = \dfrac{7}{2} = 3.5\ \text{cm}$ (بحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات)

ومنه:

$$S(AMN) = \frac{3 \times 3.5}{2} = 5.25\ \text{cm}^2$$

24 ارتفاع ومحور

في الشكل المرافق: $[AH]$ ارتفاع للمثلث ABC، I و J هما على التوالي منتصفا $[AB]$ و $[AC]$، والمستقيم (IJ) يقطع $[AH]$ في K.



1. أثبت أنَّ K هي منتصف $[AH]$.

2. أثبت أنَّ المستقيم (IJ) هو محور القطعة المستقيمة $[AH]$.

الحل:

1. في المثلث ABC لدينا:

I منتصف $[AB]$ فرضاً

J منتصف $[AC]$ فرضاً

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون: $(IJ) \parallel (BC)$

ومنه $(IK) \parallel [BH]$

فأصبح في المثلث ABH :

I منتصف $[AB]$ فرضاً

$(IK) \parallel [BH]$ برهاناً

فبحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات تكون: K منتصف $[AH]$

2. لدينا $(IJ) \parallel (BC)$ برهاناً.

لكن $(AH) \perp (BC)$ فرضاً.

والعمود على أحد مستقيمين متوازيين عمود على الآخر، إذن: $(AH) \perp (IJ)$

أي (IJ) يعامد $[AH]$ ويمر من منتصفها K فهو محورها.

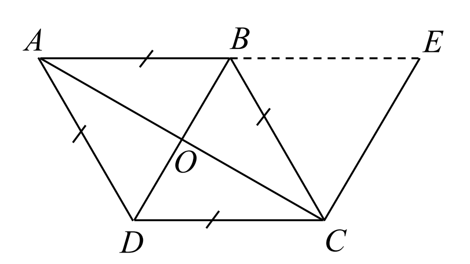
25 انطلاقاً من معين

$ABCD$ معين مركزه O، والنقطة E هي نظيرة النقطة A بالنسبة إلى B.

1. ارسم شكلاً يتفق ومعطيات النص.
2. أثبت أنَّ المستقيمين (EC) و (OB) متوازيان.
3. ما نوع المثلث ACE؟ علِّل إجابتك.

الحل:

1. الرسم:



2. في المثلث ACE لدينا:

B منتصف $[AE]$ لأن E هي نظيرة النقطة A بالنسبة إلى B فرضاً.

O منتصف $[AC]$ لأن قطري المعين متناصفان.

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون $(OB)\parallel(EC)$.

3. المثلث ACE قائم في C لأن:

$(AC)\perp(OB)$ (لأن قطري المعين متعامدان)

$(OB)\parallel(CE)$ (برهاناً)

والعمود على أحد مستقيمين متوازيين عمود على الآخر

إذن: $(AC)\perp(CE)$

26 محيط ومساحة مثلث

في الشكل المرافق:

(MN) و (AC) متوازيان و $[AH]\perp[BC]$.

$BN = 3\text{ cm}$ و $BM = 2.4\text{ cm}$

و $AB = 5\text{ cm}$ و $MN = 1.8\text{ cm}$.

A
M
B
N
H
C

1. احسب محيط المثلث ABC.

2. $AH = 3\text{ cm}$، احسب مساحة المثلث ABC، ثم مساحة المثلث BMN.

الحل:

1. نعلم أن محيط المثلث يساوي مجموع أطوال أضلاعه، لذلك سنحسب أولاً طولي الضلعين $[BC],[AC]$

لدينا $(MN)\parallel(AC)$ فرضاً، فبحسب مبرهنة النسب المتساوية نجد:

$\frac{BM}{BA}=\frac{BN}{BC}=\frac{MN}{AC}$ نعوض:

$\frac{2.4}{5}=\frac{3}{BC}=\frac{1.8}{AC}$ ومنه نجد:

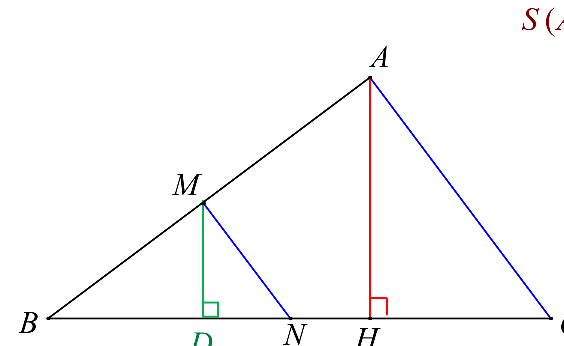
$$BC=\frac{3\times 5}{2.4}=6.25\text{ cm}$$

$$AC=\frac{1.8\times 5}{2.4}=3.75\text{ cm}$$

وبالتالي محيط المثلث ABC يساوي: $5+6.25+3.75=15\text{cm}$

2. مساحة المثلث ABC تساوي:

$$S(ABC)=\frac{BC\times AH}{2}$$
$$=\frac{6.25\times 3}{2}=9.375\,cm^2$$



لنحسب مساحة المثلث BMN

نحسب الارتفاع $[MD]$

نعلم أن العمودان على مستقيم واحد متوازيان

إذن: $(MD)\parallel(AH)$

فبحسب مبرهنة النسب المتساوية في المثلث AHB نجد:

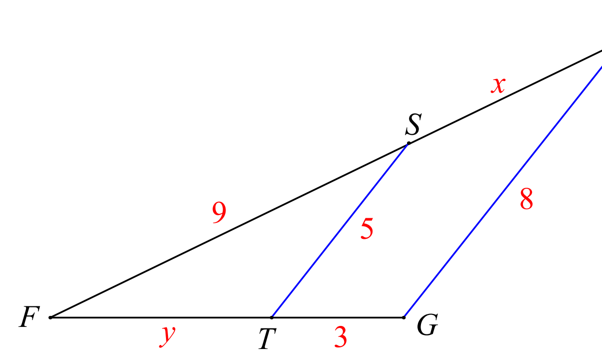
$\frac{MD}{AH}=\frac{BM}{BA}$ نعوض:

$\frac{MD}{3}=\frac{2.4}{5}$ ومنه: $MD=\frac{2.4\times 3}{5}=1.44\,cm$

وبالتالي مساحة المثلث BMN تساوي:

$$S(BMN)=\frac{BN\times MD}{2}$$
$$=\frac{3\times 1.44}{2}=2.16\,cm^2$$

27 استعمال مجاهيل



1. احسب FE بدلالة x و FG بدلالة y.

2. طبق مبرهنة « النسب المتساوية الثلاث »

على المثلثين FTS و FGE.

3. استنتج أنَّ $5(9+x)=72$، ثم احسب قيمة x.

4. احسب قيمة y، ثم استنتج أنَّ المثلث FGE هو متساوي الساقين.

الحل:

.1 $EF=9+x$ و $FG=y+3$

.2 $\frac{ST}{EG}=\frac{FT}{FG}=\frac{FS}{FE}$

.3 نعوض:

$$\frac{5}{8}=\frac{y}{y+3}=\frac{9}{9+x}$$

ومنه بتطبيق خاصة الضرب التقاطعي في التناسب $\frac{5}{8}=\frac{9}{9+x}$ نجد:

أي: $5(9+x)=9\times 8$ $5(9+x)=72$

ومنه: $45+5x=72$

$5x=72-45$

$5x=27$

أي: $x=\frac{27}{5}=5.4$

4. بتطبيق خاصة الضرب التقاطعي في التناسب $\frac{5}{8}=\frac{y}{y+3}$ نجد:

$8y=5(y+3)$

$8y=5y+15$

$8y-5y=15$

$3y=15$

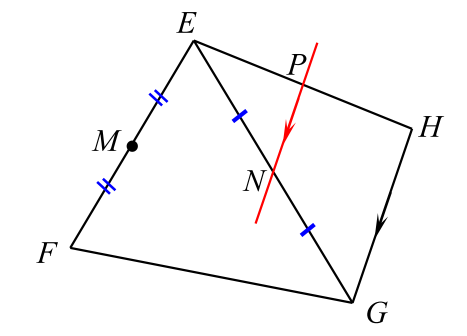
$y=\frac{15}{3}=5$

أصبح $FG=5+3=8$

أي: $FG=GE=8$ والمثلث FGE متساوي الساقين.



في الشكل المرافق:



M منتصف القطعة $[EF]$ و N منتصف $[EG]$.

المستقيم (NP) يوازي (GH).

1. ما الموقع الخاص بالنقطة P. اشرح إجابتك.

2. أثبت أنَّ المستقيم (MP) يوازي المستقيم (FH).



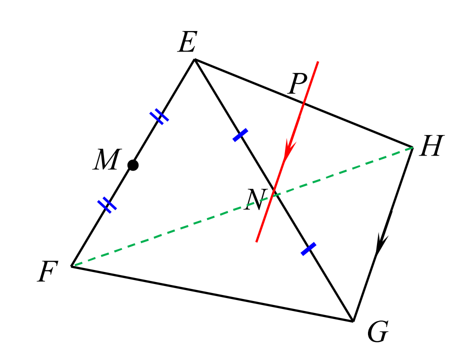
1. تقع النقطة P منتصف $[EH]$ لأنه في المثلث EGH:

N منتصف $[EG]$ فرضاً.

$(NP)\parallel(GH)$ فرضاً.

فبحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات تكون النقطة P منتصف $[EH]$.

.2



في المثلث EHF لدينا:

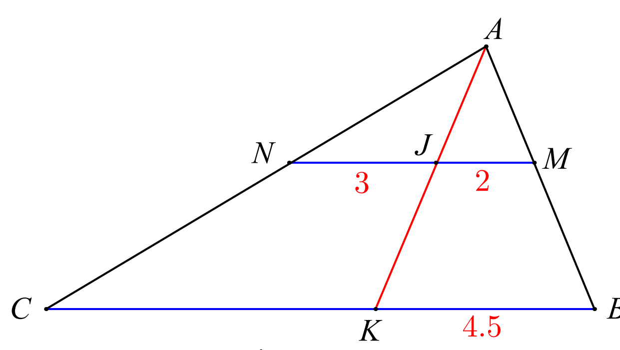
P منتصف $[EH]$ برهاناً.

M منتصف $[EF]$ فرضاً.

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون:

$(MP),(FH)$ متوازيان.

29 نسب متساوية



في الشكل المرافق، تجد أطوال بعض القطع.

وعُلم أنَّ $(MN)\parallel(BC)$.

احسب BC.

الحل:حتى نحسب BC نبدأ بحساب CK :

في المثلث ABK لديناً: $(JM)\parallel(KB)$ ومنه بحسب مبرهنة النسب المتساوية يمكن أن نكتب:

$$\frac{JM}{KB}=\frac{AM}{AB}=\frac{AJ}{AK}$$ ومنه: $$\boxed{\frac{AJ}{AK}=\frac{AM}{AB}=\frac{2}{4.5}} \quad ①$$

في المثلث ACK لدينا: $(NJ)\parallel(CK)$ ومنه بحسب مبرهنة النسب المتساوية يمكن أن نكتب:

$$\frac{NJ}{CK}=\frac{AJ}{AK}=\frac{AN}{AC}$$ ومنه: $$\boxed{\frac{AN}{AC}=\frac{AJ}{AK}=\frac{3}{CK}} \quad ②$$

من العلاقتين ①,② نجد أن:

$\frac{3}{CK}=\frac{2}{4.5}$ ومنه: $CK=\frac{3\times 4.5}{2}=6.75$

ومنه: $BC=4.5+6.75=11.25$

30 تقسيم قطعة مستقيمة

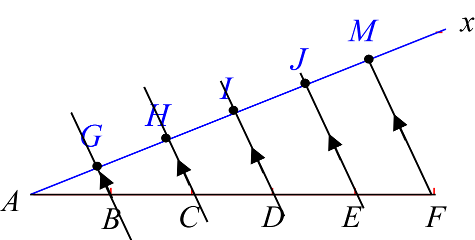
- تأمل الشكل المرافق، ووضِعْ نقطة M على نصف المستقيم $[Ax)$.
- دون استعمال مسطرة مدرجة، قسِّمْ القطعة المستقيمة $[AM]$ إلى خمس قطع متساوية.

الحل:

لدينا: $AB = BC = CD = DE = EF$ فرضاً.

نرسم (MF)

نرسم من النقاط B, C, D, E مستقيمات توازي (MF) فتقطع $[AM]$ بالنقاط G, H, I, J

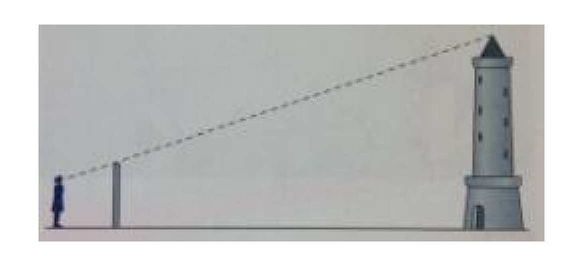


فيكون: $AG = GH = HI = IJ = JM$

التعليل:

بتطبيق مبرهنة النسب المتساوية في المثلث AHC نجد: $\frac{AB}{AC} = \frac{AG}{AH}$ ولكن $\frac{1}{2} = \frac{AB}{AC}$ ومنه: $\frac{1}{2} = \frac{AG}{AH}$ أي: G منتصف $[AH]$ وهذا يعني أن: $AG = GH$ وهكذا...

31 قياس ارتفاع برج

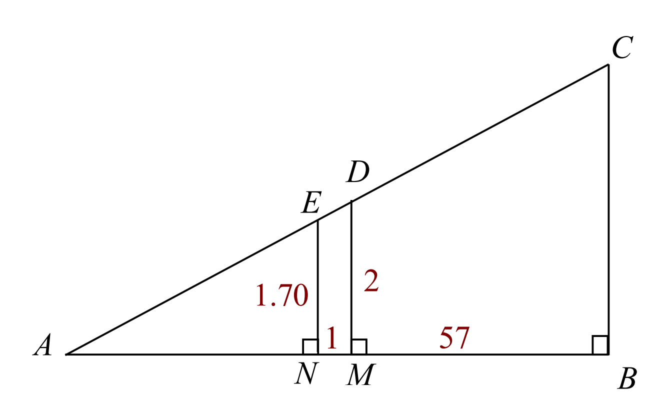


لقياس ارتفاع البرج الذي تشاهد تصويراً له، وقفت جوري، التي طولها $1.70\ m$، على بعد $1\ m$ من جدار ارتفاعه $2\ m$ ويبعد عن البرج مسافة $57\ m$، فرأت من البرج قمته.

1. ارسم شكلاً معبراً وارمز إلى النقاط المميزة وضَعْ الأطوال على القطع المعلومة.
2. احسب ارتفاع البرج.

الحل:

1. الرسم:



2. لحساب ارتفاع البرج سنطبق مبرهنة النسب المتساوية في المثلث ABC لكن نحتاج الطول AN لذلك سنبدأ بحسابه

نعلم أن العمودان على مستقيم واحد متوازيان ومنه: $(NE)\parallel(MD)$

وبحسب مبرهنة النسب المتساوية نكتب:

$\frac{NE}{MD}=\frac{AN}{AM}$ نعوض حيث سنفرض أن $AN=x$

$\frac{1.7}{2}=\frac{x}{x+1}$ ومنه:

$$2x=1.7(x+1)$$

$$2x=1.7x+1.7$$

$$2x-1.7x=1.7$$

$0.3x=1.7$ ومنه:

$x=\frac{1.7}{0.3}=\frac{17}{3}$ أي $AN=\frac{17}{3}$

لنحسب الآن ارتفاع البرج: في المثلث ABC لدينا:

$(NE)\parallel(BC)$ لأنهما عمودان على مستقيم واحد

وبتطبيق مبرهنة النسب المتساوية نجد:

$\frac{NE}{BC}=\frac{AN}{AB}$ نعوض:

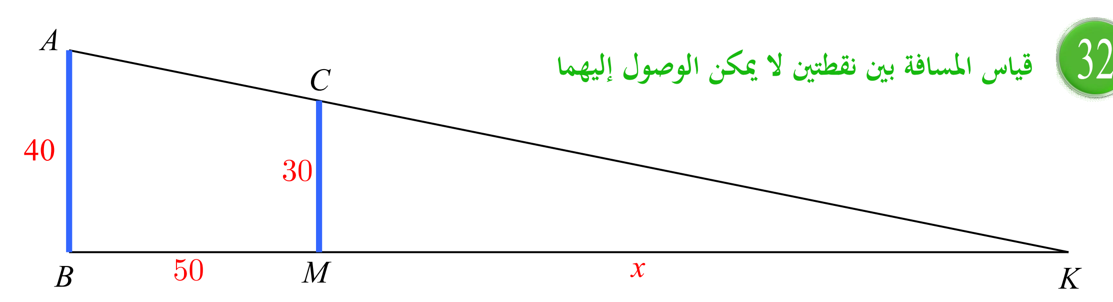
$\frac{1.7}{BC}=\frac{\frac{17}{3}}{\frac{17}{3}+1+57}$ أي:

$\frac{1.7}{BC}=\frac{\frac{17}{3}}{\frac{191}{3}}$ ومنه: $\frac{1.7}{BC}=\frac{17}{191}$

وبالتالي: $BC=\frac{191\times1.7}{17}=19.1$

أي ارتفاع البرج يساوي 19.1 m

32 قياس المسافة بين نقطتين لا يمكن الوصول إليهما



$[MC]$ و $[BA]$ برجا مراقبة، ارتفاعاهما $MC = 30 \text{ m}$ و $BA = 40 \text{ m}$ ، $[MC]$ على شاطئ البحر و $[BA]$ على بعد 50 m عن الشاطئ. K قارب في البحر على مسافة x عن البرج $[MC]$ ، بحيث يشاهد من A و C كما في المخطط المرسوم أعلاه.

1. اشرح لماذا $\frac{AB}{CM} = \frac{KB}{KM}$.

2. لاحظ أنَّ $KB = x + 50$. استفد من هذه الملاحظة لبيان أنَّ $x + 50 = \frac{4}{3}x$.

3. احسب بعد القارب عن الشاطئ.

الحل:

1. نعلم أن العمودان على مستقيم واحد متوازيان وبالتالي $(AB) \parallel (CM)$ وباستعمال مبرهنة النسب المتساوية نجد أن: $\frac{AB}{CM} = \frac{KB}{KM}$

2. نعوض في العلاقة السابقة:

$\frac{40}{30} = \frac{x+50}{x}$ ومنه:

$\frac{4}{3} = \frac{x+50}{x}$ أي:

$$x + 50 = \frac{4}{3}x$$

3. نحل المعادلة السابقة:

$50 = \frac{4}{3}x - x$ ومنه:

$50 = \frac{1}{3}x$ وبالتالي: $x = 3 \times 50 = 150$

أي يبعد القارب عن الشاطئ مسافة $150\,m$

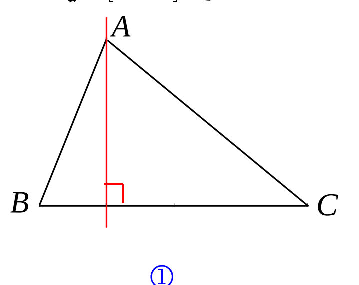

الوحدة الثالثة
مستقيمات مميزة في المثلث
1 محور ضلع في المثلث
2 ارتفاع مثلث.
3 المتوسط في المثلث.
4 منصف زاوية مثلث.



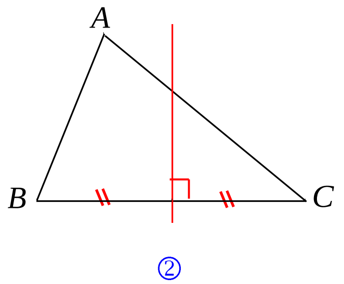
انطلاقة نشطة صفحة 62 / 5 دقائق/

في كلٍ مما يلي، واحدة فقط من الإجابات الثلاث ① و ② و ③ المقترحة صحيحة، أشر إليها:

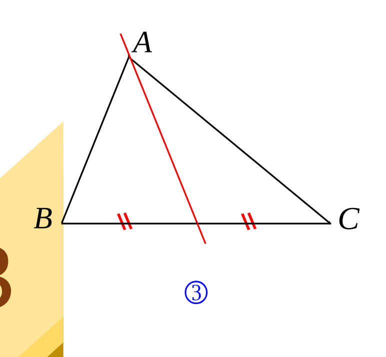
① محور الضلع $[BC]$ في المثلث ABC هو في الشكل ②



①

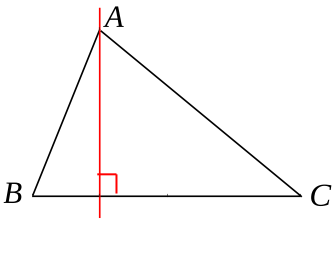


②

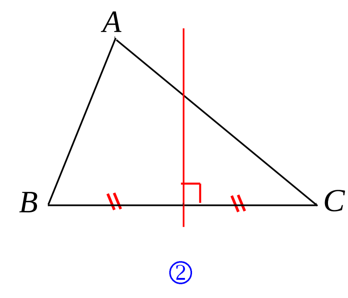


③

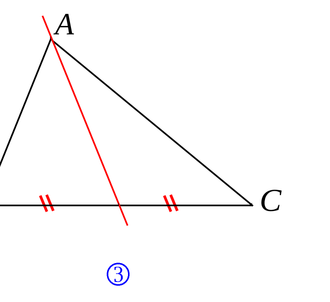
② الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$ في المثلث ABC هو في الشكل ①



①



②

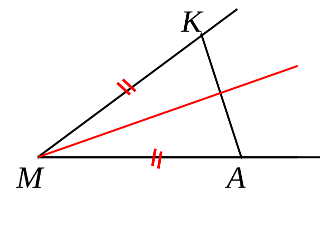


③

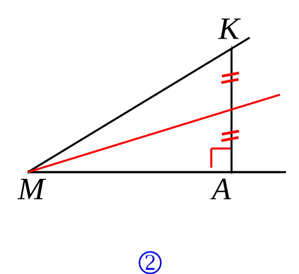
③ d هو محور القطعة $[JK]$ و M تنتمي إلى d .

① $MJ > MK$ ② $MJ < MK$ ③  $MJ = MK$

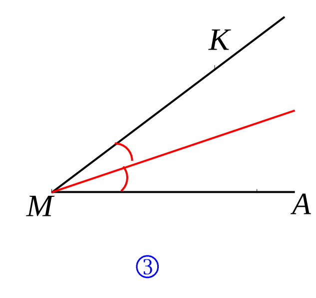
④ منصف الزاوية AMK مرسوم في الشكل ③



①



②



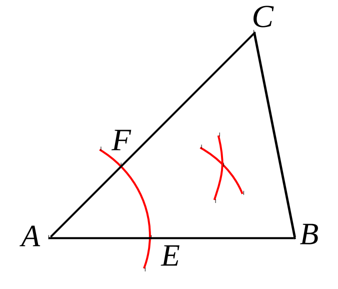
③

⑤ الأقواس الدائرية التي مراكزها E و F و A وأنصاف أقطارها متساوية تفيد في رسم:

①  الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$.

②  محور الضلع $[BC]$.

③ منصف الزاوية BAC .



3

محور ضلع في المثلث

أهداف الدرس:

- يتعرف الطالب محور ضلع في مثلث.
- يستعمل الطالب خواص محور ضلع في مثلث في المسائل.

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصتان دراسيتان.

الوسائل التعليمية:

الأدوات الهندسية.

المرتكزات المعرفية لدى الطالب

تعلم الطالب في الصف السابع أن محاور أضلاع المثلث تلتقي

بنقطة واحدة وتعلم أن تلك النقطة هي مركز الدائرة المارة

بروؤس ذلك المثلث.

يبدأ هذا الدرس بنشاط (محاور أضلاع المثلث متلاقية)

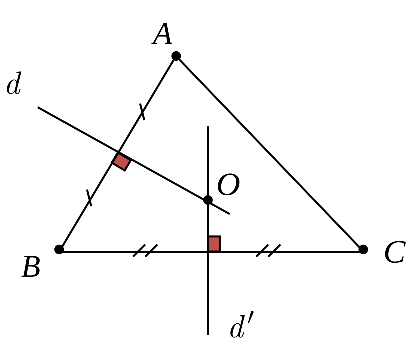
وهذا النشاط يحتاج إلى الأدوات الهندسية

نشاط صفحة 63 « محاور أضلاع المثلث متلاقية »

.1 ① ارسم مثلثاً ABC ثم ارسم d محور ضلعه $[AB]$ و d' محور ضلعه $[BC]$.

② ارمز إلى نقطة تقاطع d و d' بالرمز O.

الحل:



2. ① ما خاصة المحور التي تسمح بتأكيد كلٍ من المساواتين $OA = OB$ و $OB = OC$؟

الحل:

نقطة تلاقي محاور أضلاع المثلث هي مركز للدائرة المارة برؤوسه.

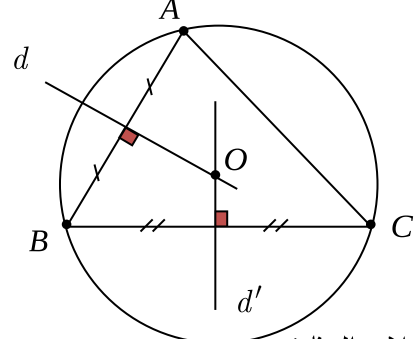
② بالاستفادة من الفقرة ①، اشرح لماذا تنتمي O إلى محور $[AC]$.

الحل:

لأن مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث يقع على كل من المحاور الثلاثة.

3. ① ارسم الدائرة $\mathscr{C}$ التي مركزها O والمارة بالنقطة A.

الحل:



② تأمل ثم اشرح ما سبق.

نعلم أن مركز الدائرة المطلوب هو نقطة تلاقي محاور أضلاع المثلث

لذلك نثبت الإبرة في النقطة O ونفتح الفرجار بمقدار OA ونرسم الدائرة.

③ أعط نقاط تمر منها الدائرة $\mathscr{C}$؟

A ,B ,C

4. الأقواس الدائرية التي مراكزها B و C وأنصاف أقطارها متساوية

حدد مما يأتي بماذا تفيد هذه الأقواس:

① في رسم الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$.

② في رسم محور الضلع $[BC]$.

③ في رسم منصف الزاوية BAC.

بعد قيام الطلاب بحل النشاط لا نصحح الإجابات مباشرة بل ننتقل إلى فقرة تعلم ونثبت أفكارها وبعدها سيعرف الطلاب الإجابات الصحيحة لذلك بعد الانتهاء من مرحلة التعلم نطلب منهم تصويب الأخطاء التي ارتكبت في حل النشاط وذلك بالتحاور معهم ومن ثم نثبت الإجابات الصحيحة.

بعد ذلك نصل إلى فقرة تحقق من فهمك، وهنا نفسح المجال للطلاب كي يجيبوا بشكل إفرادي على هذا السؤال لمدة لا تتجاوز /5/ دقائق

بعدها نأخذ الإجابات من الطلاب ونثبت الصحيح منها ونصوّب الخطأ.

تحقق من فهمك

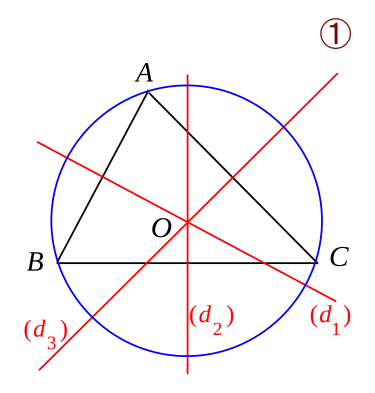
① ارسم دائرة مركزها O ووضّعْ عليها ثلاث نقاط A و B و C.

② ارسم مستعيناً بالفرجار المحاور الثلاثة لأضلاع المثلث ABC.

③ ما الملفت في الشكل الذي رسمته؟

الحل:

①



الملفت أن المحاور الثلاثة جميعها مرت من مركز الدائرة.

ننتقل الآن إلى فقرة تدرب، ويمكن حل سؤال منها خلال الحصة من خلال محاورة الطلاب ويبقى السؤالين الآخرين كواجب للمنزل يصحح في بداية الدرس القادم.

في نهاية الدرس لا بد من ترسيخ الأفكار

اسأل طلابك أسئلة حول ما تعلموه في هذا الدرس وخذ الإجابات من عدة طلاب.

تدرب

① ارسم مثلثاً ABC وارسم محوري ضلعيه $[AB]$ و $[BC]$. ارمز إلى نقطة تقاطعهما بالرمز M.

أثبت أنَّ المثلث MAC متساوي الساقين.

الحل:

نعلم أن نقطة تلاقي محاور أضلاع المثلث هي مركز للدائرة المارة برؤوسه.

إذن $MA = MC$

فالمثلث MAC متساوي الساقين لتساوي طولي ضلعين فيه.

3

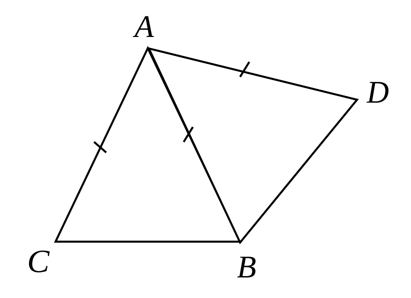
② المثلثان ABC و ABD متساويا الساقين في A.

① ارسم شكلاً.

② ما مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث BCD؟

الحل:

① الرسم:



② مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث BCD هو A

لأن: $AC = AB = AD$

③ ①ارسم مثلثاً ABC أطوال أضلاعه $AB = 5\text{ cm}$ و $BC = 7.5\text{ cm}$ و $CA = 8\text{ cm}$.

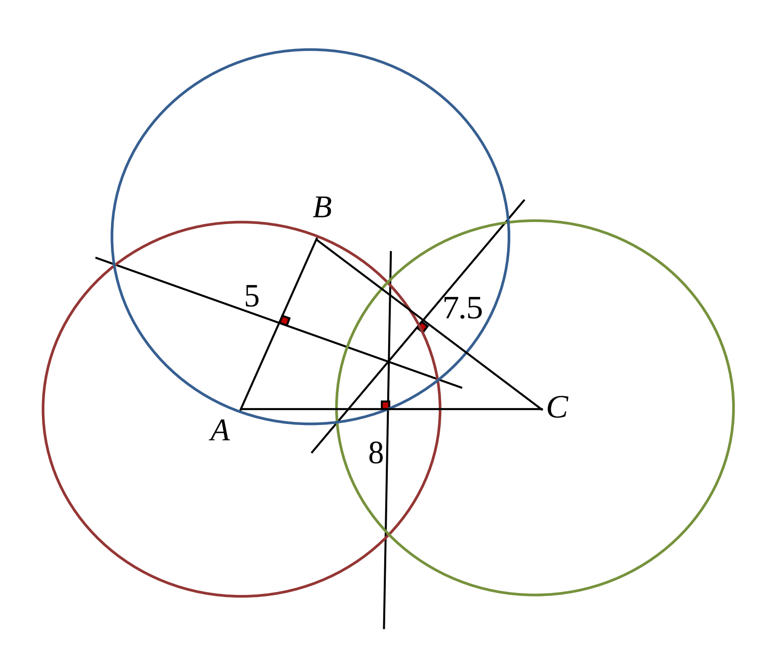
② ارسم ثلاث دوائر مراكزها رؤوس المثلث ABC ونصف قطر كلٍ منها أكبر من 5 cm.

③ ارسم المحاور الثلاثة لأضلاع المثلث ABC.

④ ما الملفت فيما يتعلق بالدوائر الثلاث والمحاور الثلاثة؟

الحل:

① و ② و ③



④ الملفت أن نقطتي تقاطع كل دائرتين يمر بهما أحد المحاور الثلاثة.

حول الدرس القادم:

اطلب من طلابك إحضار الأدوات الهندسية.

ارتفاع مثلث.

أهداف الدرس:

- يرسم الطالب ارتفاع مثلث.
- يتعرف الخاصة (ارتفاعات المثلث تلتقي بنقطة واحدة).

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصتان دراسيتان.

الوسائل التعليمية:

الأدوات الهندسية.

المرتكزات المعرفية

تعلم الطالب نوع المثلث حسب زواياه, وتعلم في صفوف سابقة أنه أحياناً نحتاج إلى تمديد الضلع لنتمكن من رسم الارتفاع.

يبدأ هذا الدرس بنشاط **(ملاحظة ثم تأكيد أنَّ ارتفاعات المثلث متلاقية)**

وهذا النشاط يحتاج إلى الأدوات الهندسية.

يمكن تقسيم طلاب الصف إلى مجموعات وخاصة لحل الفقرة الأولى من النشاط حيث نطلب من كل مجموعة رسم واحد من المثلثات الثلاثة ورسم ارتفاعاته
أما الفقرة الثانية من النشاط يتناقش الطلاب في كل مقعد حولها


نشاط صفحة 65« ملاحظة ثم تأكيد أنَّ ارتفاعات المثلث متلاقية »

1. **تعبير**

في كل من الحالات الآتية، ارسم مثلثاً ABC وارسم ارتفاعاته المتعلقة بأضلاعه الثلاثة. ماذا تلاحظ؟

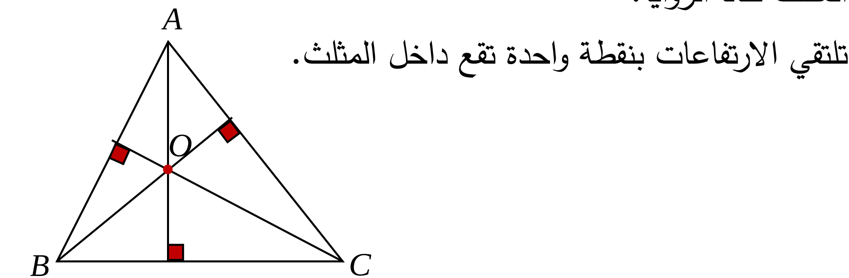
1. المثلث ABC حاد الزوايا.
2. في المثلث ABC زاوية منفرجة.
3. في المثلث ABC زاوية قائمة.

3

الحل:

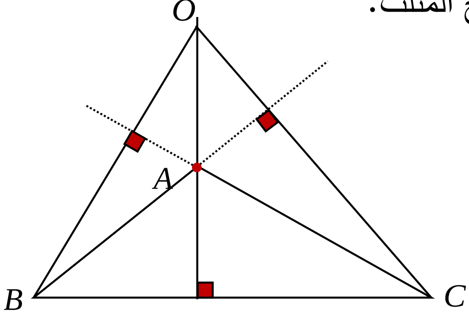
1. المثلث حاد الزوايا:

تلتقي الارتفاعات بنقطة واحدة تقع داخل المثلث.



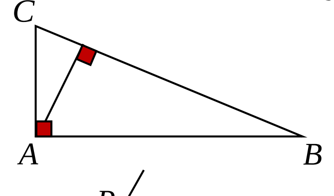
2. في المثلث زاوية منفرجة:

تلتقي الارتفاعات بنقطة واحدة تقع خارج المثلث.



3. في المثلث زاوية قائمة:

تلتقي الارتفاعات بنقطة واحدة هي رأس الزاوية القائمة.



2. إثبات

في الشكل المرافق ثلاثة مستقيمات مارة برؤوس المثلث ABC متلاقية في M و N و P وكل منها يوازي الضلع المقابل.

1. ارسم الشكل لديك.

2. لماذا كلٌ من الرباعيين $MACB$ و $BACN$ هو متوازي أضلاع؟

الحل: لتوازي كل ضلعين متقابلتين في كل منهما.

اشرح، إذن، لماذا $MA = AP$ ؟ ماذا تستنتج فيما يتعلق بالنقطة A ؟

الحل: نعلم أن كل ضلعين متقابلتين في متوازي الأضلاع لهما نفس الطول

إذن:

و $MB=AC$ و $BN=AC$ وبالتالي $MB=BN$ أي B منتصف $[MN]$

ولدينا $(AB)\parallel(PN)$ فرضاً.

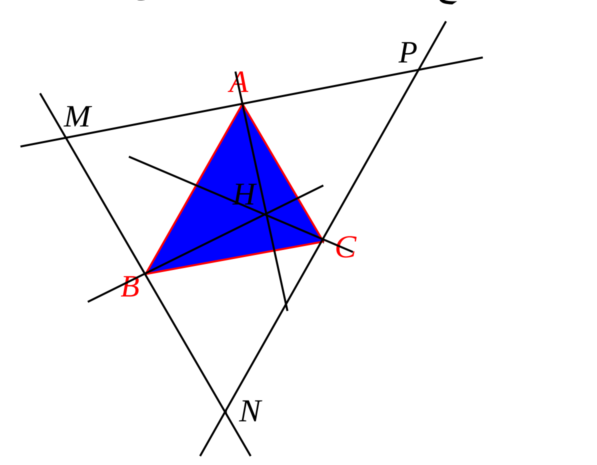
فبحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات (في المثلث PMN) تكون A منتصف $[MP]$

.3 بطريقة مماثلة، ماذا تستنتج فيما يتعلق بكل من النقطتين B و C؟

الحل: بطريقة مماثلة نجد أن C منتصف $[PN]$

.4 ارسم محاور أضلاع المثلث MNP . ارمز إلى نقطة تلاقيها بالرمز H .

الحل:



.5 ماذا تعني تلك المحاور بالنسبة إلى المثلث ABC؟

اشرح إجابتك، ثم اكتب نصاً، يشرح، لخاصة متعلقة بارتفاعات مثلث.

الحل:

- محاور المثلث MNP هي ارتفاعات للمثلث ABC

لأن العمود على أحد مستقيمين متوازيين عمود على الآخر، فمحور الضلع $[MP]$ سيعامد $[BC]$ ويمر من A لذلك محور $[MP]$ هو ارتفاع مرسوم على $[BC]$ ، وبالمثل بالنسبة للمحورين الباقيين.

- الارتفاعات الثلاثة في المثلث تلتقي في نقطة واحدة H .

أثناء عمل الطلاب في النشاط يكون دور المدرس هو الميسر والموجه إن لزم الأمر

بعد انتهاء الطلاب من حل النشاط لا نصوب الإجابات مباشرة إنما ننتقل إلى فقرة تعلم ونثبت أفكارها في أذهان الطلاب ونطرح أمثلة متنوعة حول المفهوم الذي تعلموه وبعدها نعود إلى النشاط لتصحيح الإجابات بالحوار.

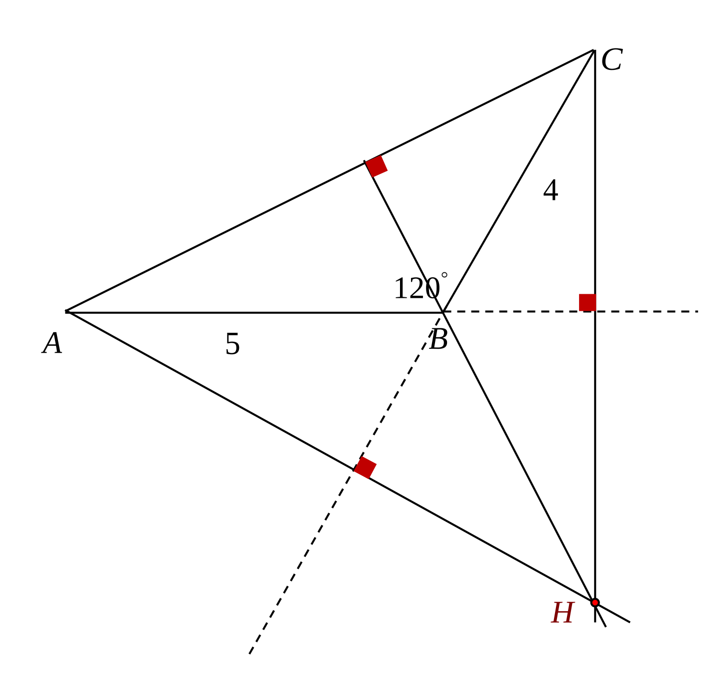
بعد ذلك ننتقل إلى فقرة تحقق من فهمك ونعطي طلابنا مدة 5 دقائق فقط كي يقوموا بالحل كل على حدته وبعدها نثبت الإجابات الصحيحة ونصوّب الخطأ.

تحقق من فهمك صفحة 67

ارسم مثلثاً ABC بحيث يكون $\hat{B} = 120^\circ$ و $BA = 5\text{ cm}$ و $BC = 4\text{ cm}$.

ثم عين على الرسم نقطة تلاقي ارتفاعات هذا المثلث.

الحل:



أما فقرة تدرّب يحل قسم منها في الحصة والباقي يعطى كواجب منزلي يصحح في بداية الدرس القادم.

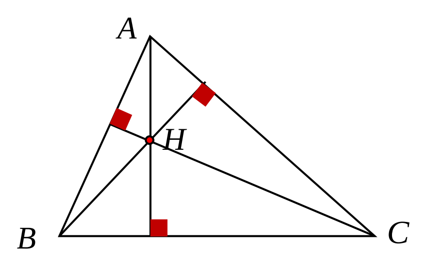
في نهاية الدرس لا بد من ترسيخ الأفكار كالعادة بطرح أسئلة مناسبة على الطلاب حول ما تم تعلمه.



① ارسم مثلثاً ABC وارسم نقطة تلاقي ارتفاعاته H.

ما نقطة تلاقي ارتفاعات كلٍ من المثلثات AHB و AHC و BHC.

الحل:



نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث AHB هي C

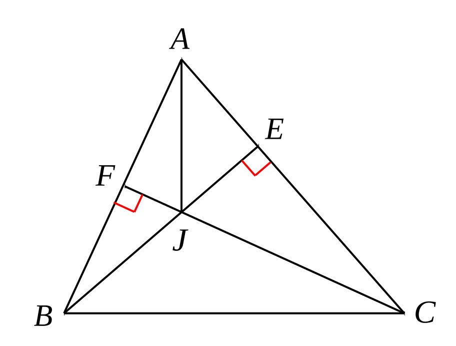
نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث AHC هي B

نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث BHC هي A

②في الشكل المجاور، $[BE]$ و $[CF]$ ارتفاعان في المثلث ABC.

النقطة J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC.

ما نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث AJB. اشرح إجابتك.





النقطة C لأن:

(JF) هو الارتفاع المرسوم على الضلع $[AB]$

(AC) هو الارتفاع المرسوم على امتداد الضلع $[BJ]$

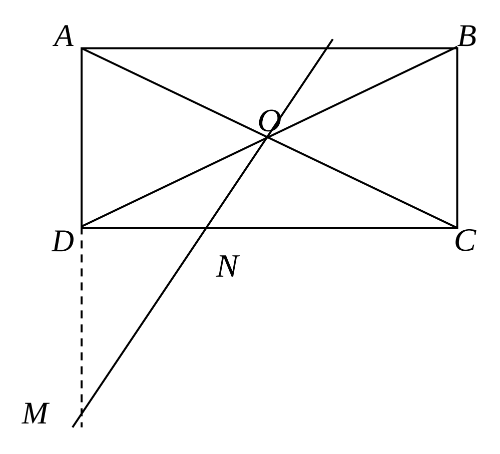
ونلاحظ أن الارتفاعين السابقين يلتقيان بالنقطة C

وبما أن ارتفاعات المثلث الثلاثة تلتقي بنقطة واحدة فإن الارتفاع الثالث حتماً سيمر من C أيضاً، لذلك فهي النقطة التي نبحث عنها.

③ $ABCD$ مستطيل مركزه O. العمود المرسوم من O على AC يلاقي DC في N و AD في M.

1. ارسم شكلاً متفقاً مع معطيات النص.

الحل:



2. ما نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث AMC ؟

الحل: النقطة N لأن:

(MO) محور $[AC]$ إذن: $(MO)\perp(AC)$

$(CD)\perp(AM)$ لأن $ABCD$ مستطيل وبالتالي ADC قائمة.

ويلتقي الارتفاعان السابقان بالنقطة N

3. ارسم الارتفاع الثالث لهذا المثلث.

الحل: نرسم (AN) فيكون هو الارتفاع المطلوب.

لأن الارتفاع الثالث هو المرسوم من A ونعلم أن الارتفاعات الثلاثة تلتقي بنقطة واحدة وبما أن نقطة تلاقي الارتفاعين السابقين هي N فإن الارتفاع الثالث سيمر منها أيضاً.

3 المتوسط في المثلث.

أهداف الدرس:

يرسم الطالب متوسطات المثلث.

يتعلم أن متوسطات مثلث تلتقي بنقطة واحدة نسميها مركز ثقل المثلث.

3

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصتان دراسيتان.

الوسائل التعليمية:

المسطرة.

المرتكزات المعرفية

تعلم الطالب التناظر المركزي، كما أنه تعلم المبرهنة الأولى في المنتصفات والتي سيستعملها في النشاط، كذلك فإنه يعرف خواص متوازي الأضلاع والتي ستفيده أيضاً في النشاط.
يبدأ هذا الدرس بنشاط (ملاحظة ثم تأكيد أن متوسطات المثلث متلاقية)
وهو مؤلف من فقرتين:
في الفقرة الأولى سيرسم الطلاب متوسطات مثلث (حاد الزوايا وآخر منفرج الزاوية) وسيلاحظون التقاءها بنقطة واحدة مهما كان نوع المثلث.
أما في الفقرة الثانية سيثبت الطلاب (عن طريق الإجابة عن الأسئلة الواردة في النشاط) أن المتوسطات في مثلث تلتقي بنقطة واحدة وأن هذه النقطة تقسم كل متوسط إلى قسمين طول أحدهما يساوي ضعفي طول الآخر.
في الفقرة الأولى من النشاط يفضل أن يقوم بعض الطلاب برسم متوسطات مثلث حاد الزوايا ويقوم البعض الآخر برسم متوسطات مثلث منفرج الزاوية.
أما في الفقرة الثانية يتعاون الطلاب في المقعد الواحد على الإجابة على الأسئلة الواردة فيها.
بعد انتهاء الطلاب من الإجابة نؤجل التصويب إلى ما بعد فقرة تعلم وتوضيح مفاهيمها للطلاب بشكل كافٍ من خلال أمثلة متنوعة حولها.

 نشاط صفحة 68 « ملاحظة ثم تأكيد أنَّ متوسطات المثلث متلاقية »

معنى الكلمات

المتوسط المرسوم من A في المثلث ABC ، هو المستقيم المار بالنقطة A ومنتصف الضلع المقابل $[BC]$

.1 اختبار

.1 ارسم المثلثين ABC و EFJ .

.2 ارسم المتوسطات الثلاثة لكلٍ منهما.

.3 ماذا تلاحظ؟

يرسم الطلاب المثلثين والمتوسطات ويلاحظوا ببساطة التقاء المتوسطات بنقطة واحدة.

.2 إثبات

ABC مثلث، I و J منتصفا ضلعيه $[AC]$ و $[AB]$.

نرمز إلى نقطة تقاطع متوسطيه BI و CJ بالرمز G.

سنستعرض إثباتاً لكون AG هو المتوسط الثالث لهذا المثلث.

.1 ارسم الشكل المرافق.

.2 ارسم النقطة D صورة A وفق التناظر الذي مركزه G.

ارمز إلى نقطة تقاطع AD و BC بالرمز K.

.3 في المثلث ABD ، لماذا يمكن تأكيد أنَّ $BD \parallel JG$ ؟ وتأكيد أنَّ $BD = 2JG$ ؟

.4 ما القضايا التي يمكن تأكيدها في المثلث ACD بمثل ما أكدت في المثلث ABD ؟

.5 ما طبيعة الرباعي $BGCD$ ؟

اشرح إجابتك، ثم استنتج أنَّ AK هو المتوسط الثالث في المثلث ABC .

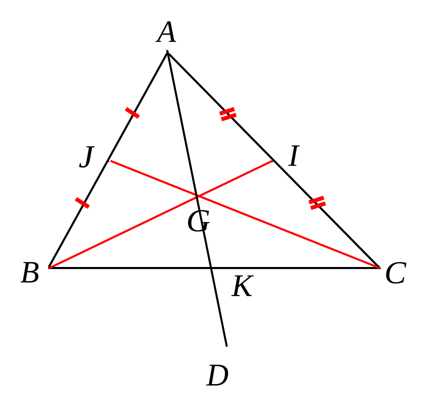
.6 اشرح لماذا: $BG = 2GI$ و $CG = 2GJ$ و $AG = 2GK$.

.7 اكتب الخواص التي اكتشفتها والمتعلقة بمتوسطات المثلث ونقطة تلاقيها.

الحل:



.2



3. في المثلث ABD لدينا:

J منتصف $[AB]$ فرضاً.

G منتصف $[AD]$ (بحسب تعريف التناظر المركزي)

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون:

$(JG) \parallel (BD)$ و $BD = 2JG$

4. في المثلث ACD بطريقة مماثلة نجد أن: $(GI) \parallel (DC)$ وأن: $DC = 2GI$

5. الرباعي $BGCD$ متوازي أضلاع لأن:

$(JG) \parallel (BD)$ ومنه: $(GC) \parallel (BD)$

$(GI) \parallel (DC)$ ومنه: $(BG) \parallel (DC)$

فأصبح الرباعي $BGCD$ متوازي أضلاع لتوازي كل ضلعين متقابلتين فيه.

ونعلم أن قطري متوازي الأضلاع متناصفان، وبما أن قطري متوازي الأضلاع $BGCD$ متقاطعان في K فإن K هي منتصف كل منهما، أي أنها منتصف $[BC]$

فأصبح (AK) هو المتوسط الثالث في المثلث ABC

6. نعلم أن كل ضلعين متقابلتين في متوازي الأضلاع لهما نفس الطول وبالتالي:

$BG = DC$ ولكن وجدنا أن: $DC = 2GI$ ومنه: $BG = 2GI$

وبالمثل نجد أن: $CG = 2GJ$

وإن:

$AG = GD$

ولكن $GD = 2GK$ لأن قطري متوازي الأضلاع متناصفان لذلك فإن النقطة K تقع منتصف $[GD]$ في متوازي الأضلاع $BGCD$ ومنه $AG = 2GK$

7. تلتقي متوسطات المثلث بنقطة واحدة G

وإن: $AG = \frac{2}{3}AK$ و $BG = \frac{2}{3}BI$ و $CG = \frac{2}{3}CJ$

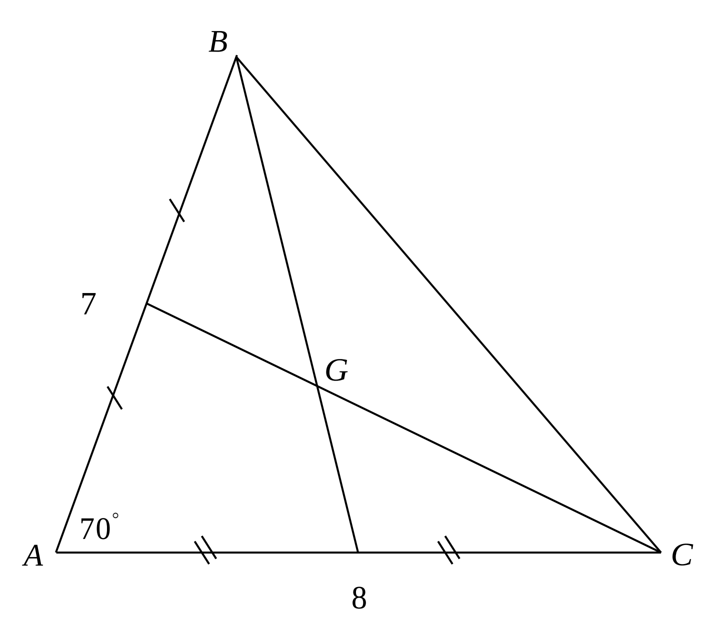
ننتقل بعد ذلك إلى فقرة تحقق من فهمك في الصفحة /70/ ونطلب من طلابنا حلها بشكل إفرادي لمدة لا تتجاوز 5 دقائق ، ثم نثبت الإجابات الصحيحة.

 تحقق من فهمك صفحة 70

ارسم مثلثاً ABC فيه $AB = 7\text{ cm}$ و $A = 70^{\circ}$ و $AC = 8\text{ cm}$.

ثم ارسم مركز ثقل هذا المثلث.

الحل:



في نهاية الحصة لا بد من ترسيخ المعلومات بطرح أسئلة على الطلاب حول ما تعلموه وتلقي الإجابة من أكثر من طالب.

وأما التدريب (1) صفحة /70/ يحل جزؤه الأول في الصف ويعتبر الثاني كواجب للمنزل.

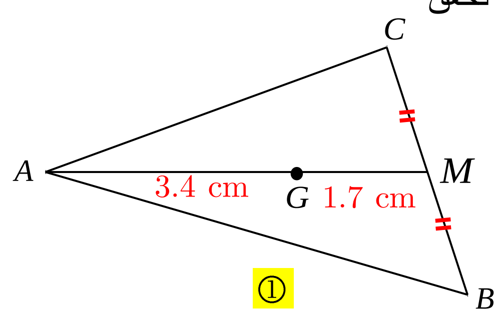
تدرب صفحة 70

① في كلٍ من الحالتين ① و ② الآتيتين اشرح لماذا G هي مركز ثقل المثلث ABC.

① النقطة M هي منتصف الضلع $[BC]$ في المثلث ABC. $G \in [AM]$ وتحقق $AG = 3.4$ cm و $GM = 1.7$ cm.

الحل:

نعلم أن مركز ثقل المثلث هو نقطة تلاقي متوسطاته وبالتالي مركز الثقل المطلوب يقع على المتوسط $[AM]$



وحتى تكون النقطة G هي مركز الثقل المطلوب يجب أن تحقق (بالإضافة إلى كونها نقطة من $[AM]$) العلاقة:

$AG = \frac{2}{3}AM$ أو $AG = 2GM$

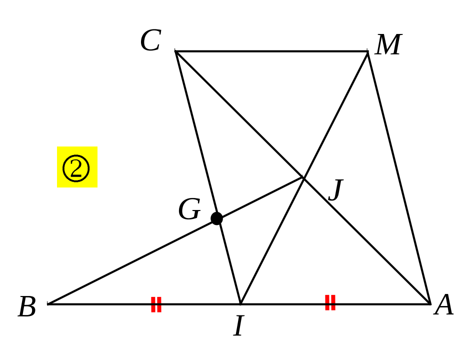
بحساب بسيط نجد أن $2 \times 1.7 = 4.3$

ومنه نجد المطلوب.

② $AMCI$ متوازي أضلاع مركزه J.

النقطة I هي منتصف القطعة $[AB]$، و G هي نقطة تقاطع المستقيمين CI و BJ .

الحل:



في المثلث ABC لدينا:

I منتصف $[AB]$

إذن (CI) هو متوسط في هذا المثلث.

ونعلم أن قطري متوازي الأضلاع متناصفان

وبالتالي J منتصف $[AC]$

إذن (BJ) متوسط آخر في المثلث ABC

ونعلم أن نقطة تلاقي المتوسطات في المثلث هي مركز ثقله وبما أن G هي نقطة تقاطع (CI) و (BJ)

فرضاً فإنها مركز ثقل المثلث ABC

حول الدرس القادم:

اطلب من طلابك إحضار الأدوات الهندسية.

3

④ منصف زاوية مثلث.

أهداف الدرس:

يرسم الطالب منصفات زوايا المثلث.

يتعلم أن المنصفات في المثلث تلتقي بنقطة واحدة هي مركز الدائرة الماسة لأضلاع المثلث داخلاً.

عدد الحصص المخصصة للدرس:

حصتان دراسيتان.

الوسائل التعليمية:

الأدوات الهندسية.

المرتكزات المعرفية

تعلم الطلاب سابقاً أن كل نقطة من محور قطعة مستقيمة متساوية البعد عن طرفيها.

كما تعلموا كيف يثبتوا تطابق مثلثين ويستنتجوا بقية العناصر الطبوقة

كما تعلموا أن محاور أضلاع مثلث تلتقي بنقطة واحدة ولذلك فإنه يكفي لتعيين تلك النقطة أن يقوموا برسم محورين من المحاور الثلاثة

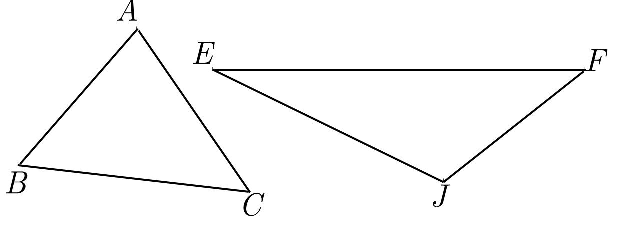
يفضل في الفقرة الأولى من النشاط أن يرسم قسم من الطلاب منصفات زوايا مثلث حاد الزوايا وأما القسم الآخر يرسمون منصفات زوايا مثلث منفرج الزاوية.

أما الفقرة الثانية من النشاط يفضل أن يتعاون طلاب المقعد الواحد على حل الأسئلة الواردة فيها.

ولا تصحح الإجابات إلا بعد الانتهاء من فقرة تعلم وتوضيحها للطلاب من خلال الأمثلة.




.1 اختبار

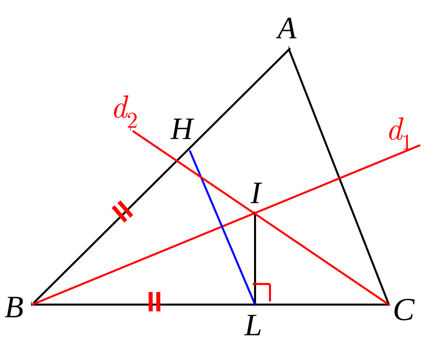


.1 ارسم المثلثين ABC و EFJ.

.2 ارسم منصفات الزوايا الثلاث في كلّ منهما. ماذا تلاحظ؟

يرسم الطلاب المنصفات باستعمال الأدوات الهندسية ويلاحظوا تلاقيها بنقطة واحدة.

2. إثبات:



ABC مثلث، d_1 و d_2 منصفا زاويتيه B و C.

نرمز إلى نقطة تقاطع d_1 و d_2 بالرمز I.

سنستعرض إثباتاً لكون AI هو منصف الزاوية A.

1. ارسم الشكل المرافق.

2. ارسم النقطة L مسقط I على BC . وضِعْ على $[BA]$ نقطة H تحقق $BH = BL$.

3. لماذا BI هو محور تناظر للمثلث BHL؟ ولماذا هو محور ضلعه $[HL]$؟

استنتج أنَّ $IH = IL$ وأنَّ $IHB = 90^{\circ}$.

الحل:

(BI) هو منصف للزاوية B في المثلث BHL المتساوي الساقين في B فهو محور تناظر له

وأيضاً يكون (BI) هو محور للضلع $[HL]$ ونعلم أن كل نقطة من محور قطعة مستقيمة متساوية البعد

عن طرفيها وبالتالي $IH = IL$

فأصبح المثلثان BIL , BHI طبوقان لتساوي أطوال أضلاع الأول مع مقابلاتها من الثاني حيث:

$[BI]$ ضلع مشتركة

$BL = BH$ فرضاً

$IH = IL$ برهاناً

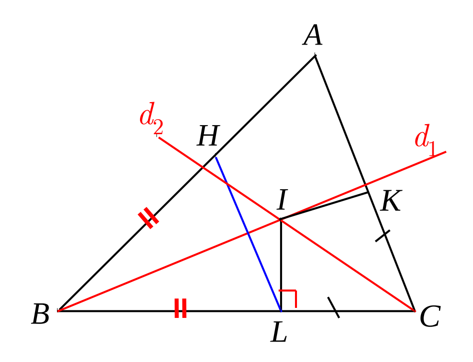
ولكن $ILB = 90^{\circ}$ فرضاً

ومن تطابق المثلثين نجد أن: $IHB = ILB = 90^{\circ}$

وضِّعْ على $[AC]$ نقطة K تحقق $CK = CL$.

أثبت أنَّ $IK = IL$ وأنَّ $IKC = 90^{\circ}$.

الحل:



المثلثان ICL , ICK فيهما:

$CK = CL$ فرضاً

$ICK = ICL$ لأن (IC) منصف للزاوية C فرضاً

$[IC]$ ضلع مشتركة

فالمثلثان طبوقان لتساوي طولي ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما من المثلث الأول مع مقابلاتها من الثاني.

من التطابق نستنتج أن $IK = IL$ وأن $IKC = ILC = 90^\circ$

4. ما صفة النقطة I في المثلث HKL؟ (سنقبل أنَّ $AH = AK$، وإثبات ذلك هو حسب مبرهنة سترد في الفصل التالي)

بعد هذا، بما يمكن أن تصف المستقيم AI بالنسبة إلى القطعة المستقيمة $[HK]$؟

الحل:

I هي نقطة تلاقي محوري الضلعين $[KL]$, $[HL]$ في المثلث HKL

إذن المستقيم AI محور القطعة المستقيمة $[HK]$ لأن المحاور في المثلث تلتقي بنقطة واحدة.

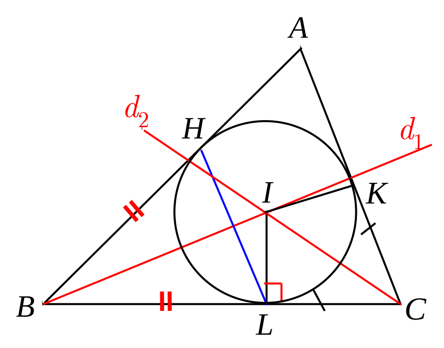
5. اشرح إذن، لماذا AI هو منصف الزاوية A؟

الحل:

المثلث AHK متساوي الساقين في A لأن $AH = AK$ وفيه AI محور القطعة المستقيمة $[HK]$ فهو منصف الزاوية A

6. ارسم الدائرة $\mathscr{C}$ التي مركزها I، والمارة بالنقطة L.

الحل:



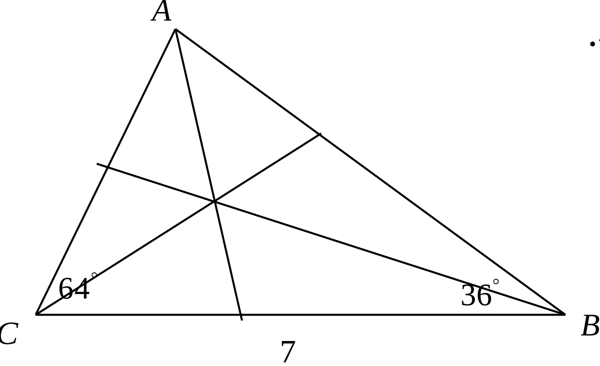
بعد ذلك ننتقل إلى سؤال تحقق من فهمك /صفحة 72/ ويقوم الطلاب بشكل إفرادي بحلها لمدة لا تتجاوز /5 دقائق/ بعد ذلك نثبت الإجابة الصحيحة.

تحقق من فهمك صفحة 72

ABC مثلث فيه $BC = 7\text{ cm}$ و $CBA = 36^\circ$ و $BCA = 64^\circ$.

ارسم هذا المثلث وارسم منصفات زواياه الثلاث.

الحل: يمكن أن يرسم الطالب منصفي الزاويتين C, B فيلتقيان بنقطة N ثم يرسم (AN) فيكون قد رسم المنصفات الثلاثة.

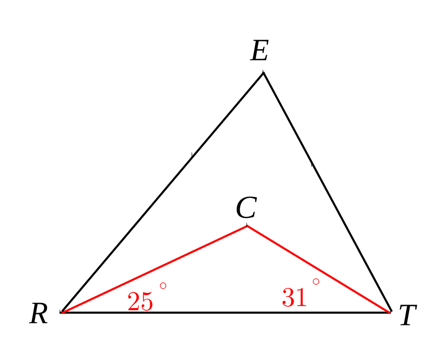


وفي نهاية الدرس لابد من ترسيخ الأفكار التي تعلمها الطالب من خلال توجيه أسئلة للطلاب حول ما تعلموه.

أما فقرة تدرب صفحة 72 يحل السؤال الأول منها في الدرس وأما السؤال الثاني يعتبر كواجب للمنزل يصحح في بداية الدرس القادم.



تدرب صفحة 72



① في الشكل المرسوم جانباً:

النقطة C هي مركز الدائرة المرسومة في المثلث ERT.

احسب قياس الزاوية RET. علِّلْ إجابتك.

الحل:

نعلم أن مركز الدائرة المرسومة في المثلث هي نقطة تلاقي منصفات زواياه

إذن:

(CT) منصف RTE و (RC) منصف ERT

ومنه: $CTE = CTR = 31^\circ$ و $CRT = CRE = 25^\circ$

وبالتالي أصبح في المثلث ERT :

$RTE = 31^\circ + 31^\circ = 62^\circ$ و $ERT = 25^\circ + 25^\circ = 50^\circ$

ونعلم أن مجموع زوايا المثلث 180° ومنه:

$RET = 180^\circ - (50^\circ + 62^\circ) = 68^\circ$

② ABC مثلث فيه $ABC = 84^\circ$ و $ACB = 62^\circ$. J هي نقطة تقاطع منصفي هاتين الزاويتين.

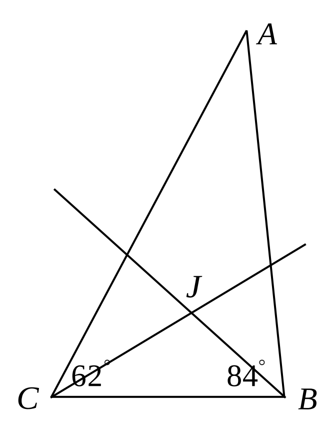
1. ارسم شكلاً متفقاً مع معطيات النص.

2. احسب قياس الزاوية BAC.

3. احسب قياسات زوايا كلٍ من المثلثات JAB و JBC و JCA.

الحل:

1.



2. نعلم أن مجموع زوايا المثلث 180°

ومنه: $BAC = 180^\circ - (62^\circ + 84^\circ) = 34^\circ$

3. المثلث JAB :

النقطة J هي نقطة تلاقي المنصفات ومنه:

$$JBA = \frac{84^\circ}{2} = 42^\circ \quad \text{و} \quad JAB = \frac{34^\circ}{2} = 17^\circ$$

ومجموع زوايا المثلث 180° ومنه: $AJB = 180^\circ - (17^\circ + 42^\circ) = 121^\circ$

المثلث JBC :

$$JBC = \frac{84^\circ}{2} = 42^\circ \quad \text{و} \quad JCB = \frac{62^\circ}{2} = 31^\circ$$

ومنه: $CJB = 180^\circ - (31^\circ + 42^\circ) = 107^\circ$

المثلث JCA :

$$JAC = \frac{34^\circ}{2} = 17^\circ \quad \text{و} \quad JCA = \frac{62^\circ}{2} = 31^\circ$$

ومنه: $CJA = 180^\circ - (31^\circ + 17^\circ) = 132^\circ$

تمرينات ومسائل صفحة 73

1 في كل حالة من الحالات الآتية، إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات. أشر إليها.

❶ في مثلث ABC، Δ محور $[BC]$ و الارتفاع المرسوم من A

① يتقاطعان في منتصف $[AB]$. ② يتقاطعان في A. ③ متوازيان.

❷ مركز ثقل المثلث هو نقطة تلاقي

① محاور أضلاعه. ② متوسطاته. ③ منصفات زواياه.

❸ مركز الدائرة الماسة لأضلاع المثلث داخلاً هو نقطة تلاقي ...

① محاور أضلاعه. ② متوسطاته. ③ منصفات زواياه.

❹ مركز الدائرة المارة برؤوس مثلث هو نقطة تلاقي

① محاور أضلاعه. ② متوسطاته. ③ منصفات زواياه.

❺ إذا كان مثلثٌ منفرج الزاوية، كانت نقطة تلاقي ارتفاعاته

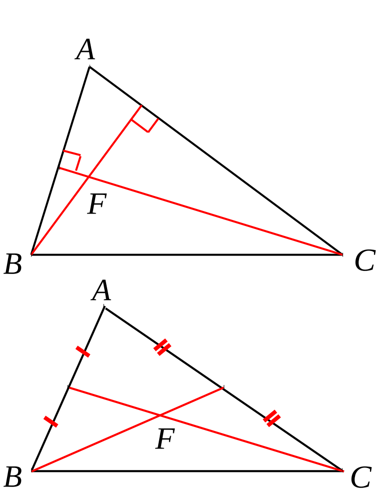
① داخل المثلث. ② خارج المثلث. ③ لا يمكن التكهن بموقعه.

❻ G هي مركز ثقل المثلث ABC، J هي منتصف $[BC]$، إذن

① $AG = \frac{1}{3}AJ$. ② $GJ = \frac{1}{2}AG$. ③ $AJ = 3AG$.

❼ إذا كان المثلثُ حاد الزاويا، كان مركز ثقل المثلث

① داخل المثلث. ② خارج المثلث. ③ لا يمكن التكهن بموقعه.



❽ في الشكل المجاور، المستقيم AF هو

① متوسط في المثلث.

② ارتفاع في المثلث.

③ محور أحد أضلاعه.

❾ في هذا الشكل المجاور، المستقيم AF هو

① متوسط في المثلث.

② ارتفاع في المثلث.

③ محور أحد أضلاعه.

2 قلْ إن كنت موافقاً أم لا على التأكيدات الآتية:

❶ مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث يقع دوماً داخل المثلث.صح

❷ نقطة تلاقي الارتفاعات للمثلث يمكن أن تقع على أحد أضلاعه دون أن تقع على أحد رؤوسه.خطأ

❸ في المثلث القائم، تقع نقطة تلاقي الارتفاعات في رأس الزاوية القائمة لهذا المثلث.صح

❹ في المثلث المتساوي الأضلاع، نقطة تلاقي الارتفاعات ومركزا الدائرتين المارة برؤوس والماسة لأضلاعه داخلاً ومركز الثقل، جميع هذه النقاط منطبقة. صح

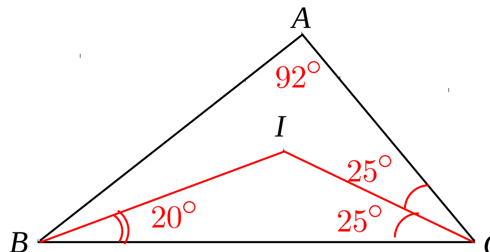
❺ في مثلث متساوي الساقين المتوسطات هي أيضاً ارتفاعات ومحاور ومنصفات زوايا المثلث. خطأ

❻ $[AI]$ متوسط في مثلثٍ ABC. النقطة J هي منتصف $[AB]$ والنقطة K هي منتصف $[AC]$.

إذن، المستقيمان JK و AI متقاطعان في مركز ثقل المثلث ABC. خطأ

❼ في الشكل المرافق:

I هي نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث. خطأ



3 SRT مثلث متساوي الساقين في S، والنقطة M منتصف ضلعه $[RT]$.

① ارسم شكلاً يناسب النص.

② لماذا تنتمي النقطة O، مركز الدائرة $\mathscr{C}$ المرسومة على المثلث SRT، إلى المستقيم SM ؟

③ ارسم النقطة O والدائرة $\mathscr{C}$.

الحل:

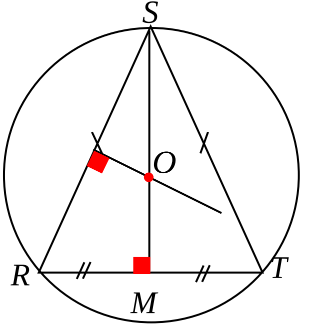
①



② لأننا نعلم أن مركز الدائرة المرسومة على المثلث هي نقطة تلاقي محاور أضلاعه الثلاثة

وإن (SM) ليس فقط متوسطاً في المثلث SRT بل هو أيضاً أحد المحاور الثلاثة، لأن SRT متساوي الساقين في S فرضاً.

③ نرسم محوراً آخر من محاور المثلث SRT فيلتقي مع (SM) بالنقطة O مركز الدائرة المطلوبة.

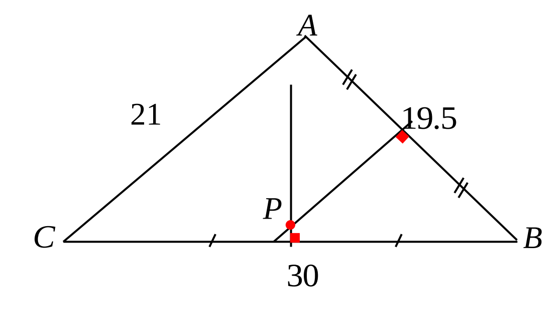


نثبت إبرة الفرجار في O ونفتح الفرجار بمقدار OS

(أو OR أو OT) ونرسم الدائرة.

4 تشارك ثلاثة مزارعين في حفر بئر تملأ خزاناتهم، على أن تقع البئر على مسافات متساوية عن تلك الخزانات التي تبعد عن بعضها المسافات الآتية 30 m و 19.5 m و 21 m. ارسم مثلثاً ABC يمثل الخزانات الثلاث وأشر بنقطةٍ P إلى موقع البئر.

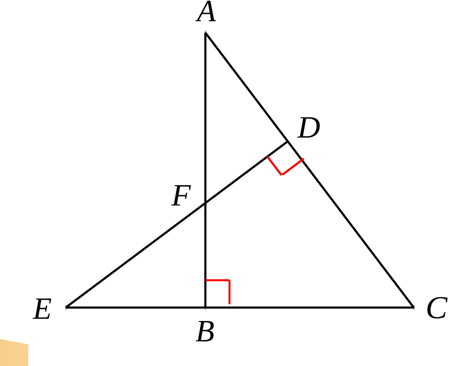
الحل: يرسم الطلاب مثلثاً مشابهاً للمثلث المطلوب باختيار مقياس مناسب للرسم ثم يقومون برسم محورين من محاور أضلاعه فيلتقيان في P



5 المثلثان ABC و ADE قائمان على التوالي في B و D.

النقاط A و D و C على استقامة واحدة، كذلك النقاط C و B و E. ولتكن F هي نقطة تقاطع BA و ED.

أثبت أنَّ المستقيمين AE و CF متعامدان.



الحل:

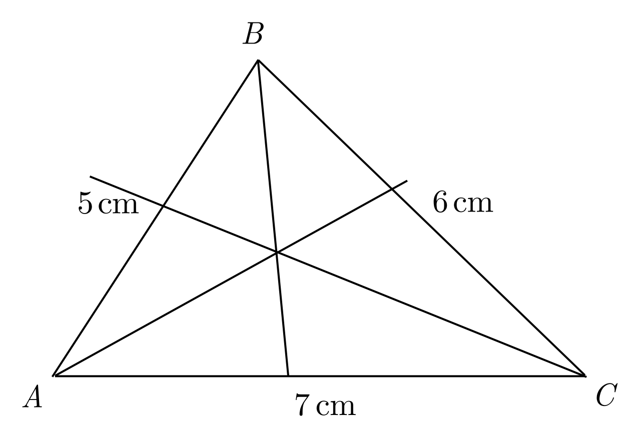
في المثلث AEC لدينا (AB) , (ED) ارتفاعان يلتقيان في النقطة F ، ونعلم أن الارتفاعات في المثلث تلتقي بنقطة واحدة لذلك فإن الارتفاع المرسوم من C على $[AE]$ سيمر أيضاً من F ومنه المستقيمين AE و CF متعامدان.

6 ABC مثلث فيه $AB = 5\text{ cm}$ و $BC = 6\text{ cm}$ و $CA = 7\text{ cm}$. ارسم هذا المثلث وارسم منصفات زواياه الثلاث.

الحل:

يرسم الطلاب المثلث بالفرجار

ثم ينشئون المنصفات الثلاثة.



7 ① ارسم مثلثاً ABC متساوي الأضلاع، ثم ارسم الدائرة المارة برؤوسه ورمز مركزها بالرمز O

② ما مركز ثقل المثلث ABC ؟ علِّلْ إجابتك

الحل:

① مركز الدائرة هو نقطة تلاقي محاور أضلاعه الثلاثة

② مركز ثقل المثلث ABC النقطة O

لأن مركز ثقل المثلث هي نقطة تلاقي متوسطاته

وبما أن المثلث ABC متساوي الأضلاع فرضاً فإن المحاور هي نفسها المتوسطات.

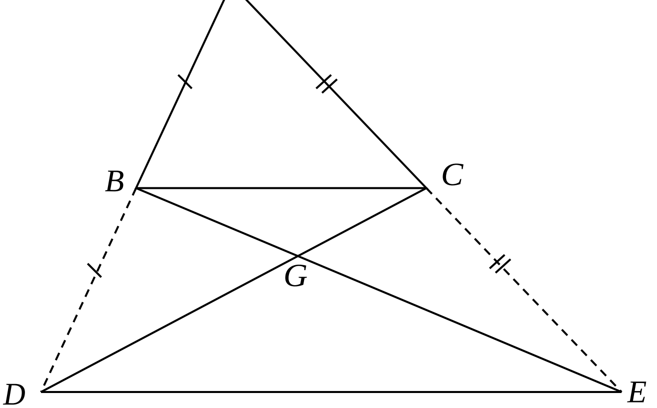
9 ①ارسم مثلثاً ABC . وضِعْ النقطة D نظيرة A بالنسبة إلى B ، والنقطة E نظيرة A بالنسبة إلى C . ارمز إلى نقطة تقاطع المستقيمين DC و BE بالرمز G.

② اشرح لماذا G هي مركز ثقل المثلث ADE .

الحل:

①





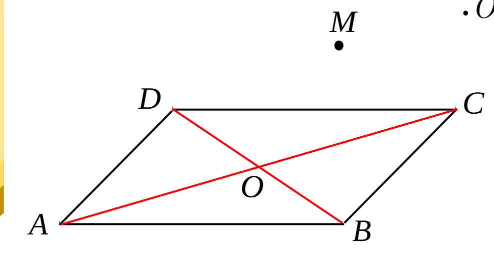
② في المثلث ADE لدينا:

C منتصف $[AE]$ و B منتصف $[AD]$

أي: (DC) و (BE) متوسطان فيه ويلتقيان في النقطة G

ونعلم أن نقطة تلاقي متوسطات المثلث هي مركز ثقله، إذن G هي مركز ثقل المثلث ADE.

10 M نقطة خارج متوازي الأضلاع $ABCD$ الذي مركزه O.



1. ارسم هذا الشكل.
2. لماذا $[MO]$ هو متوسط في المثلث MAC؟
3. ضع على المتوسط $[MO]$ مركز ثقل المثلث MAC.
4. ما مركز ثقل المثلث MBD؟ اشرح إجابتك.

الحل:

.1

.2 نعلم أن قطري متوازي الأضلاع متناصفان ومنه O منتصف $[AC]$

وبالتالي (MO) متوسط في المثلث MAC

11 $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O.

النقطة E هي مركز ثقل المثلث ABD والنقطة F هي مركز ثقل المثلث CBD.

1. ارسم شكلاً متفقاً مع معطيات النص.
2. اشرح: لماذا $OA = OC$؟ ولماذا $OE = OF$؟
3. استنتج أنَّ $AE = EF = FC$.

الحل:

.1

2. نعلم أن قطري متوازي الأضلاع متناصفان ومنه: $\boxed{OA = OC}$ ① و $\boxed{OB = OD}$ ②

وبما أن النقطة E هي مركز ثقل المثلث ABD والنقطة F هي مركز ثقل المثلث CBD فإن:

E تقع على $[AO]$ و F تقع على $[OC]$ بحيث:

$$\boxed{FO = \frac{1}{3}CO \ , \ EO = \frac{1}{3}AO} \ ③$$

من ① و ③ نستنتج أن $OE = OF$

3. لدينا:

$OA = OC$

$OE = OF$ برهاناً.

بالطرح نجد: $OA - OE = OC - OF$

أي: $\boxed{AE = FC}$

لكن: $OF = \frac{1}{2}FC$ ومنه $OE = \frac{1}{2}FC$

وبالتالي: $OF + OE = FC$

أي: $\boxed{FE = FC}$

وبالتالي نجد أن $\boxed{AE = EF = FC}$

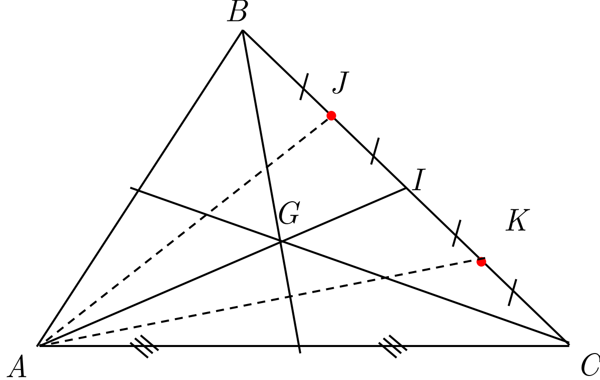
12 ABC مثلث، مركز ثقله G. النقاط I و J و K هي على التوالي منتصفات القطع المستقيمة $[BC]$ و $[BI]$ و $[IC]$.

1. ارسم شكلاً متفقاً مع معطيات النص.

2. ما مركز ثقل المثلث AJK؟ اشرح إجابتك.

الحل:

1.



2. مركز ثقل المثلث AJK هي النقطة G نفسها لأن:

I منتصف $[BC]$ فرضاً ، ومنه: $IB = IC$ وبالتالي $\frac{1}{2}IB = \frac{1}{2}IC$ أي:

$JI = IK$

فأصبحت I منتصف $[JK]$ ومنه (AI) متوسط في المثلث AJK

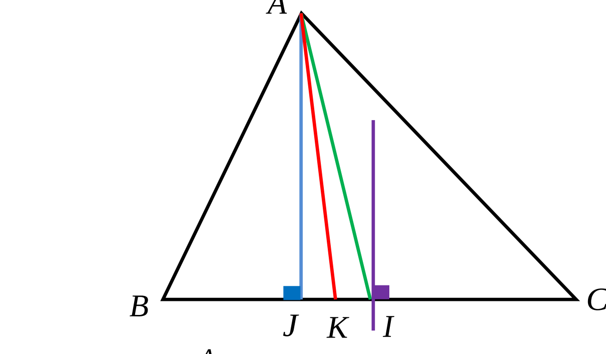
ولكن G نقطة من (AI) تحقق $AG = 2GI$ لأن (AI) متوسط في المثلث ABC فرضاً.

إذن: G هي مركز ثقل المثلث AJK

13 ارسم مثلثاً ABC ، وتابع رسم:

- محور ضلعه $[BC]$.
- المتوسط المرسوم من A.
- منصف الزاوية A.
- الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$.

الحل:



14 تأمل الشكل المرسوم جانباً.

1. بما توحي النقطة O؟
2. ماذا تقول إذن عن المستقيم OA .

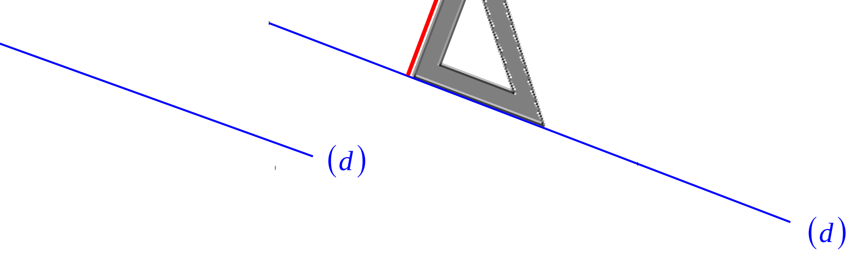
الحل:

1. توحي النقطة O بأنها مركز الدائرة المرسومة داخل المثلث ABC لأنها نقطة تلاقي المنصفين $(CO), (BO)$
2. المستقيم (OA) هو منصف الزاوية BAC

لإحراز تقدم

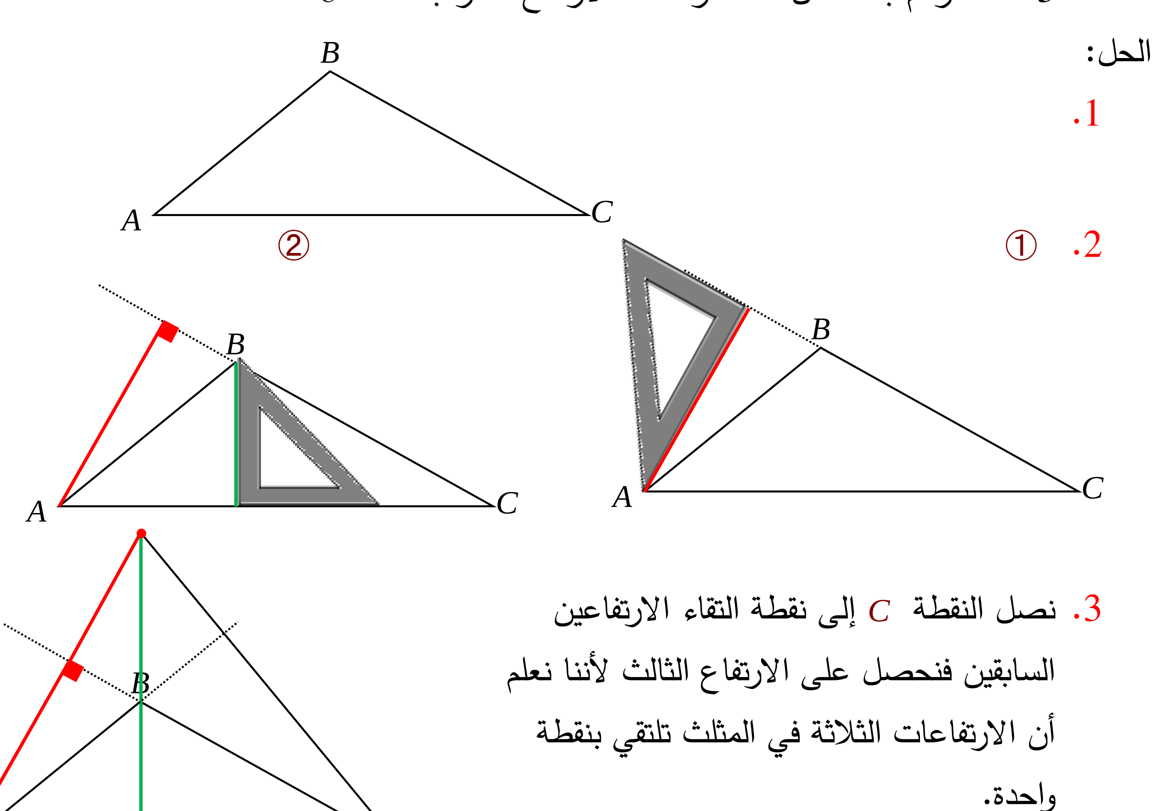
15 رسم الارتفاعات

لرسم العمود من النقطة A على المستقيم d ، في بعض الحالات، علينا أن نمدد المستقيم.
انظر إلى الشكل المرسوم أدناه واستفد.



1. ارسم مثلث ABC منفرج الزاوية في B.
2. باستعمال الكوس ارسم كلاً من:
   ① ارتفاع المثلث المار بالرأس A.
   ② ارتفاع المثلث المار بالرأس B.
3. ارسم باستعمال المسطرة فقط، الارتفاع المار بالنقطة C.

الحل:



.1

.2 ①

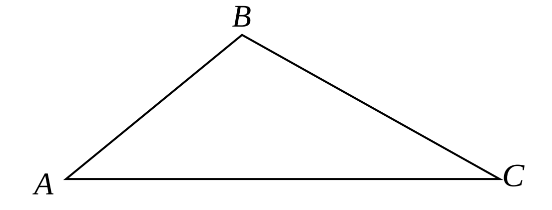
.3 نصل النقطة C إلى نقطة التقاء الارتفاعين السابقين فنحصل على الارتفاع الثالث لأننا نعلم أن الارتفاعات الثلاثة في المثلث تلتقي بنقطة واحدة.

16 رسم منصفات الزوايا

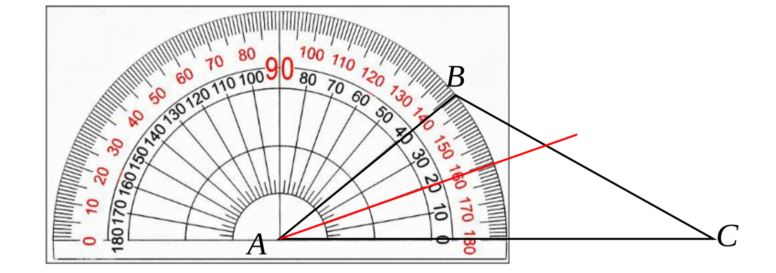
1. ارسم مثلث ABC منفرج الزاوية في B.
2. ارسم، باستعمال المنقلة والمسطرة، منصف الزاوية BAC.
3. ارسم، باستعمال الفرجار والمسطرة، منصف CBA.
4. ارسم، باستعمال المسطرة فقط، منصف الزاوية ACB.

الحل:

.1



.2



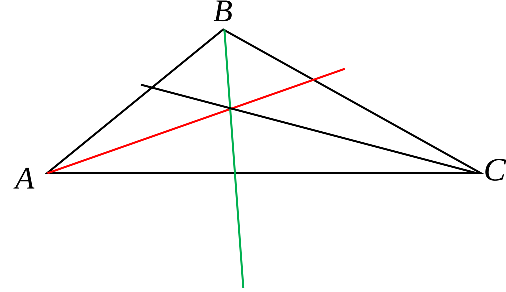
3. نفتح الفرجار بمقدار مناسب ونثبت الإبرة في B ونرسم قوساً فيقطع كلاً من $[BA]$, $[BC]$ بنقطة.

نثبت إبرة الفرجار في كل من هاتين النقطتين ونرسم قوساً

يتقاطع القوسان الأخيران بنقطة تنتمي إلى منصف الزاوية ABC

نصل تلك النقطة إلى B فنحصل على المنصف المطلوب.

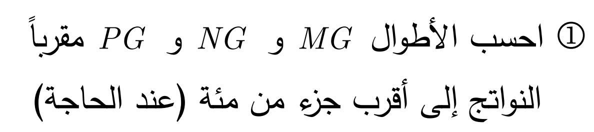
4. لرسم منصف الزاوية C يكفي أن نصل C إلى نقطة تلاقي المنصفين السابقين لأننا نعلم أن المنصفات في المثلث تلتقي بنقطة واحدة.



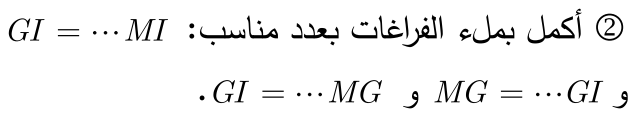
17 استعمال مركز ثقل مثلث

في الشكل المرافق، تجد مثلثاً MNP ومتوسطاته الثلاثة. إذا علمت أنَّ:

$MI = 5.4 \text{ cm}$ و $NJ = 2.4 \text{ cm}$ و $PK = 5.8 \text{ cm}$:



① احسب الأطوال MG و NG و PG مقرباً النواتج إلى أقرب جزء من مئة (عند الحاجة)



② أكمل بملء الفراغات بعدد مناسب: $GI = \cdots MI$ و $MG = \cdots GI$ و $GI = \cdots MG$.

الحل:

1. $MG = \frac{2}{3} MI$ (خاصة مركز ثقل المثلث)

ومنه: $MG = \frac{2}{3}(5.4) = 3.6 \text{ cm}$

$NG = \frac{2}{3} NJ$ (خاصة مركز ثقل المثلث)

ومنه: $NG = \frac{2}{3}(2.4) = 1.6 \text{ cm}$

$PG = \frac{2}{3} PK$ (خاصة مركز ثقل المثلث)

ومنه: $PG = \frac{2}{3}(5.8) \simeq 3.9 \text{ cm}$

2. $GI = \frac{1}{3} MI$ و $MG = 2GI$ و $GI = \frac{1}{2} MG$

18 مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث

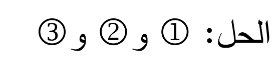
1. ① ارسم مثلثاً ABC بمقاس كبير نسبياً ولا يكون متساوي الساقين.

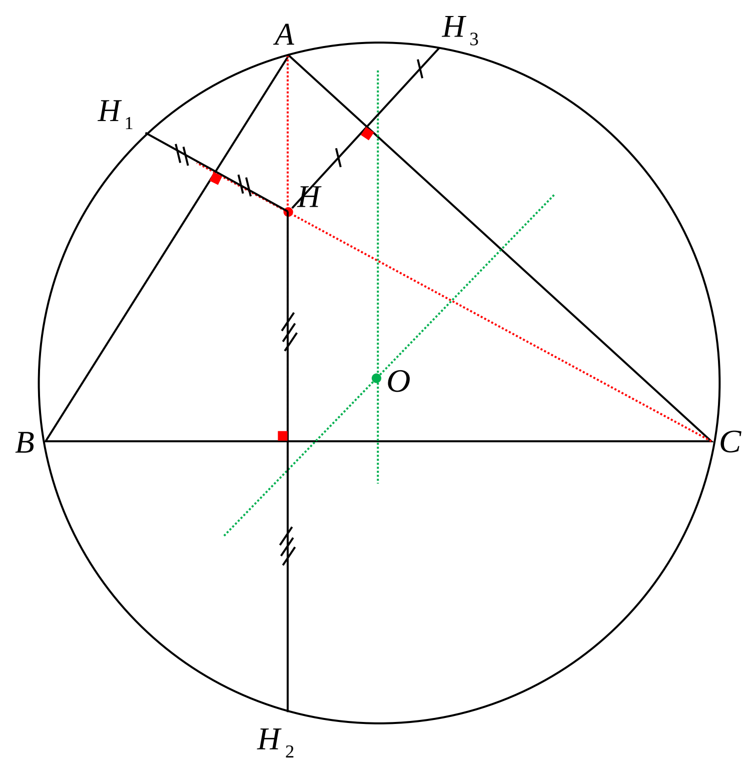
② ارسم مركز تعامده H ومركز الدائرة المرسومة عليه O، ثم ارسم تلك الدائرة $\mathscr{C}$.

③ ارسم H_1 و H_2 و H_3 نظيرات النقطة H على التوالي بالنسبة إلى المستقيمات AB و BC و CA.

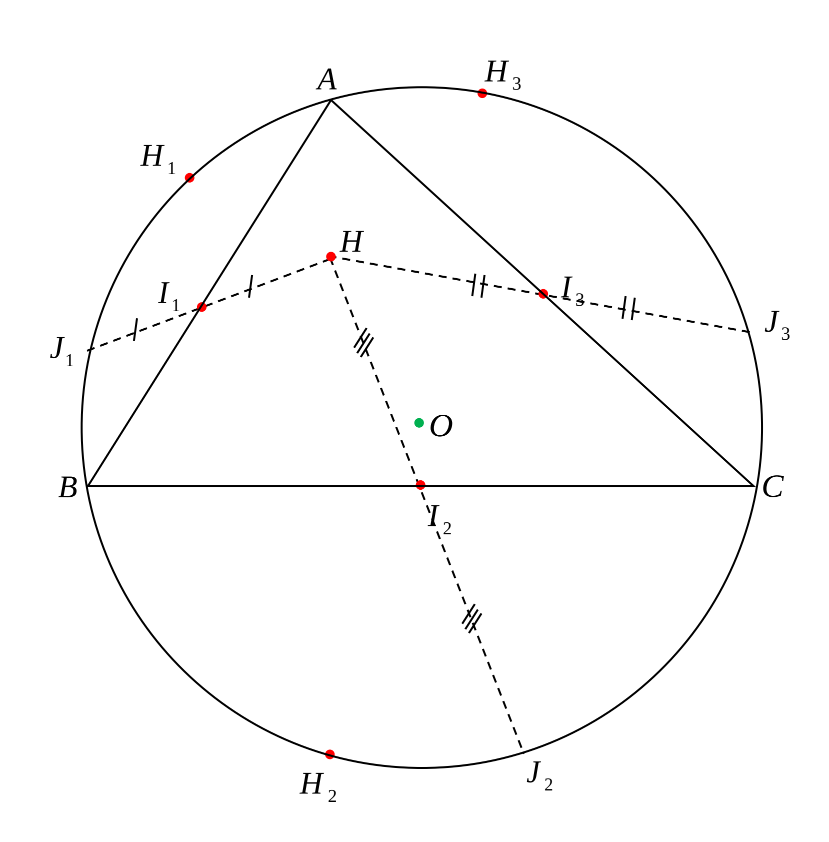
④ ارسم J_1 و J_2 و J_3 نظيرات النقطة H على التوالي بالنسبة إلى النقاط I_1 و I_2 و I_3 منتصفات أضلاع المثلث ABC.

⑤ ما الخواص التي تستخلصها من الشكل الذي رسمته؟





④



3

⑤ نستنتج مما سبق أن:

- نظائر نقطة تلاقي ارتفاعات مثلث بالنسبة إلى المستقيمات الحاملة لأضلاعه تقع على الدائرة المارة من رؤوسه.
- نظائر نقطة تلاقي ارتفاعات مثلث بالنسبة إلى منتصفات أضلاعه تقع على الدائرة المارة من رؤوسه.

19 تعلم صياغة نص

اقرأ النص والحل المنجز من قبل أحد الطلاب. ثم حرِّرْ الحل مع الأخذ بمجمل ملاحظات المصحح.

النص

$ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O. d_1 و d_2 محورا $[AB]$ و $[AD]$ ، على التوالي، متقاطعان في K.

1. ارسم شكلاً متفقاً مع معطيات النص.
2. أثبت أنَّ $BD \perp OK$.

حل الطالب، مع ملاحظات المصحح

1. الرسم

(d_1) (d_2) A B O D C K

2.

- K هي مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث ABD

هذا ليس من معطيات النص، عليك أن تشرح لماذا.

- إذن OK هو محور $[BD]$

جيد، لكنك نسيت تأكيد أنَّ O هي منتصف $[BD]$ ولماذا.

- إذن OK و BD متعامدان.

الحل:

في المثلث ABD لدينا $(d_1),(d_2)$ هما محورا الضلعين $[AB],[AD]$ على الترتيب وهما يلتقيان في K فرضاً

ونعلم أن محاور أضلاع المثلث تلتقي بنقطة واحدة هي مركز للدائرة المارة برؤوسه، لذلك فإن محور الضلع $[BD]$ سيمر من K أيضاً ونعلم أن نحور الضلع يمر من منتصفها ، ولكن O منتصف $[BD]$ لأن قطري متوازي الأضلاع متناصفان.

إذن (OK) هو محور $[BD]$ أي OK و BD متعامدان.



20 تعرف منصف زاوية

$\mathscr{C}$ دائرة مركزها O. A و B نقطتان من الدائرة $\mathscr{C}$، والنقطة I هي منتصف الوتر $[AB]$.

المستقيم d منصف الزاوية OAB يقطع القطعة $[OI]$ في J.

أثبت أنَّ المستقيم BJ هو منصف الزاوية ABO.

توجيه

- ارسم شكلاً يتفق ومعطيات النص.
- استعمل المخطط الآتي وأكمله باستعمال التعاريف أو الخواص ثم صغْ، بعناية وبلغة سليمة، الإثبات.

$\mathscr{C}$ دائرة مركزها O	$A \in \mathscr{C}$ $B \in \mathscr{C}$	I منتصف $[AB]$	d منصف الزاوية OAB	J نقطة تقاطع d و OI

$OA = OB$

↓

OAB مثلث متساوي الساقين في O

↓

(OI) متوسط للضلع $[AB]$

↓

OI منصف الزاوية AOB

↓

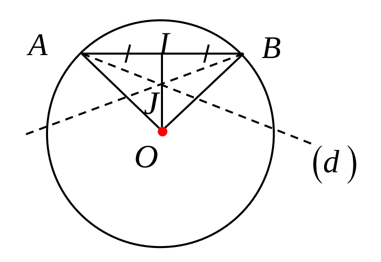
المنصفات في المثلث تلتقي بنقطة واحدة

↓

BJ منصف الزاوية ABO

الحل:

الرسم:

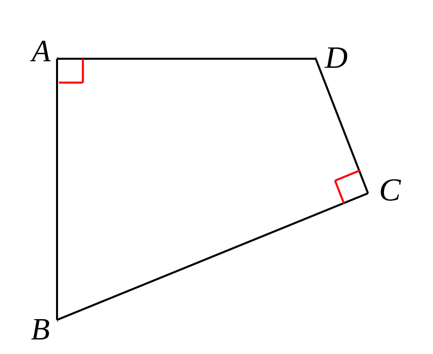


الإثبات:

بما أن A و B نقطتان من الدائرة $\mathscr{C}$ فإن: $OA = OB = R$ ، أي أصبح المثلث OAB متساوي الساقين في O وفيه (OI) متوسط للضلع $[AB]$ لأن I منتصف $[AB]$ فرضاً، ومنه فإن (OI) هو منصف للزاوية AOB ، ولكن (d) منصف الزاوية OAB فرضاً وإن (d)و (OI) يلتقيان في J فرضاً ونعلم أن المنصفات في المثلث تلتقي بنقطة واحدة وبالتالي فإن منصف الزاوية ABO سيمر من J أيضاً، هذا بالإضافة إلى أنه من البديهي سيمر من B

إذن (BJ) منصف الزاوية ABO

21 مستقيمات متعامدة



$ABCD$ شكل رباعي، زاويتاه A و C قائمتان

كما تشاهد في الشكل المرسوم جانباً.

المستقيمان BA و CD يتقاطعان في M،

والمستقيمان AD و BC يتقاطعان في N.

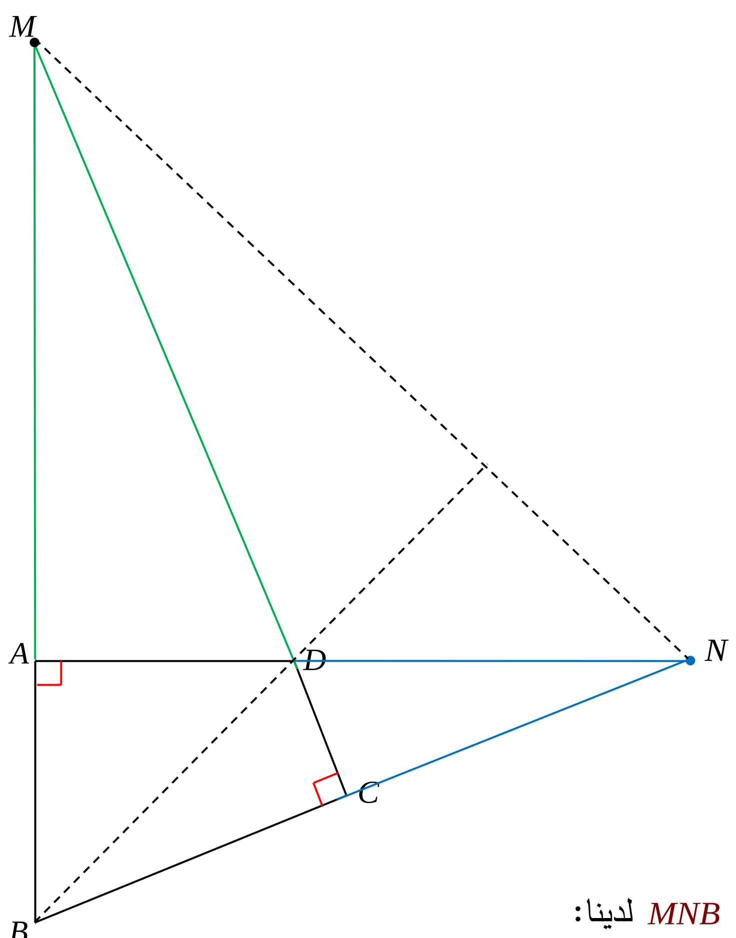
1. أكمل الشكل حسب معطيات النص.
2. أثبت أنَّ المستقيمين BD و MN متعامدان.



- علِّم ارتفاعين للمثلث BMN ومركز تعامده.
- ماذا يمكن القول عن المستقيم BD في المثلث BMN؟
- صغْ، بعناية وبلغة سليمة، إثباتاً للمطلوب.

الحل:

1. الرسم:



2. في المثلث MNB لدينا:

$(NA)\perp(MB)\,,\,(MC)\perp(BN)$

أي: $(NA)\,,\,(MC)$ ارتفاعان في المثلث يلتقيان في D

ونعلم أن الارتفاعات في المثلث تلتقي بنقطة واحدة أي أن (BD) هو الارتفاع الثالث في هذا المثلث، وهذا يعني أن: $(BD)\perp(MN)$

22 زاوية محصورة بين ارتفاعين

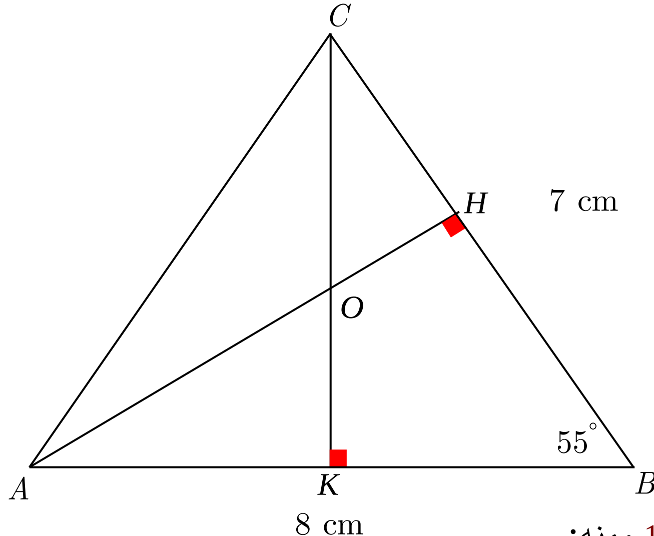
1. ارسم مثلثاً ABC بحيث $BC = 7\text{ cm}$ و $BA = 8\text{ cm}$ و $ABC = 55^\circ$.

2. ارسم الارتفاعين $[AH]$ و $[CK]$، وارمز إلى نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث بالرمز O.

3. احسب قياس الزاوية AOC.

الحل:

1. رسم المثلث:



2. رسم الارتفاعين:

3. نعلم أن مجموع زوايا المثلث 180° ومنه:

- في المثلث AHB القائم في H نجد أن: $HAB = 180^{\circ} - (90^{\circ} + 55^{\circ}) = 35^{\circ}$
- في المثلث AOK القائم في K نجد أن: $AOK = 180^{\circ} - (90^{\circ} + 35^{\circ}) = 55^{\circ}$

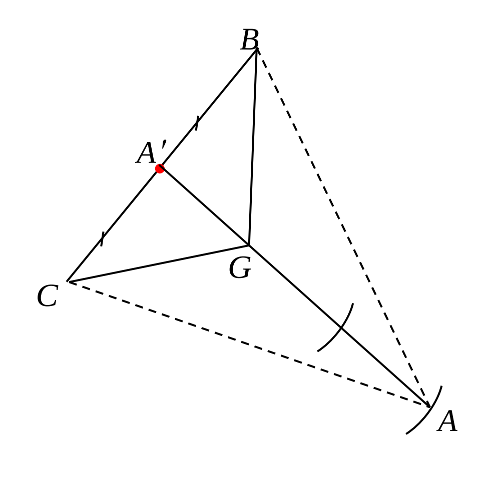
ومنه فإن: $AOC = KOC - AOK$

إذن: $AOC = 180^{\circ} - 55^{\circ} = 125^{\circ}$ لأن KOC زاوية مستقيمة فقياسها 180°

23 الرسم مع مركز الثقل

ارسم مثلثاً BCG، ثم ارسم، باستعمال المسطرة والفرجار فقط، النقطة A التي تجعل G مركز ثقل المثلث ABC. اكتب بلغة سليمة وبالتفصيل الخطوات المتبعة في الرسم.

الحل:



- نحدد النقطة A' منتصف $[BC]$
- نرسم نصف المستقيم $[A'G)$
- نحدد على $[A'G)$ النقطة A بحيث يكون $AG = 2A'G$ باستعمال الفرجار على النحو:
  - نفتح الفرجار بمقدار $A'G$ ونثبت الإبرة في G ونرسم قوساً يقطع $[A'G)$ في النقطة N
  - ثم نثبت الإبرة في N ونرسم قوساً آخر فيقطع $[A'G)$ في A المطلوبة.

24 مبرهنة « النسب المتساوية الثلاث »

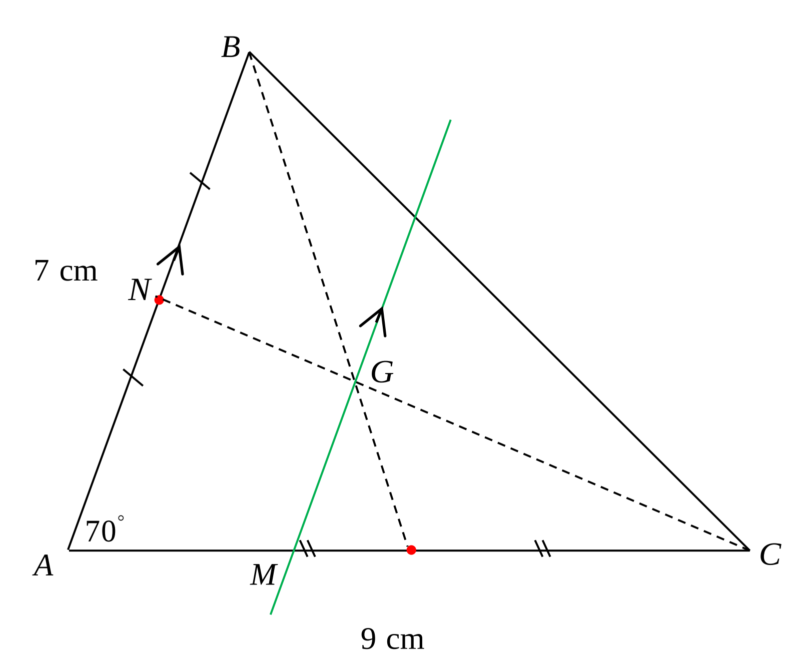
1. ارسم مثلثاً ABC بحيث $AB = 7\text{ cm}$ و $AC = 9\text{ cm}$ و $BAC = 70^\circ$.

2. ارسم النقطة G مركز ثقل المثلث ABC.

3. المستقيم المار بالنقطة G موازياً AB يقطع AC في M.

احسب الطولين MC و MG بالتقريب إلى أقرب جزء من مئة.

الحل:



نعلم أن مركز ثقل المثلث هو نقطة تلاقي متوسطاته لذلك نكتفي برسم متوسطي الضلعين $[AB],[AC]$ فيتقاطعان بالنقطة G

وبما أن $(MG)\parallel(AB)$ فبحسب مبرهنة النسب المتساوية في المثلث ANC نجد أن:

$\frac{CG}{CN}=\frac{MG}{AN}=\frac{CM}{CA}$ حيث: $\frac{2}{3}=\frac{CG}{CN}$ (خاصة مركز ثقل المثلث)

نعوض:

$$\frac{2}{3}=\frac{MG}{3.5}=\frac{CM}{9}$$

ومنه:

$$CM=\frac{9\times 2}{3}=6\text{ cm} \quad \text{و} \quad MG=\frac{3.5\times 2}{3}\simeq 2.33\text{ cm}$$

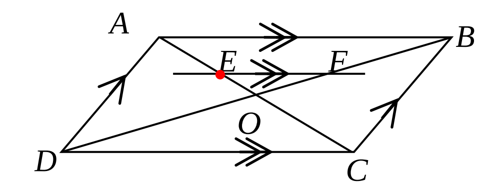
25 مركز الثقل ومتوازي الأضلاع

$ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O، والنقطة E هي مركز ثقل المثلث ABD، والمستقيم المار بالنقطة E موازياً AB يقطع BD في F.

ارسم شكلاً متفقاً مع معطيات النص، ثم أثبت أنَّ F هي مركز ثقل المثلث ABC.

الحل:

الرسم:



نعلم أن قطري متوازي الأضلاع متناصفان ومنه:

O تقع منتصف كل من $[BD]$ و $[AC]$

وبما أن E مركز ثقل المثلث ABD فرضاً فإنه:

من جهة أولى E نقطة من المتوسط (AO) ، ومن جهة أخرى يتحقق: $\frac{OE}{OA}=\frac{1}{3}$ (خاصة مركز الثقل في المثلث)

ولدينا $(EF)\parallel(AB)$ فرضاً

فبحسب مبرهنة النسب المتساوية في المثلث AOB نجد:

$$\frac{OF}{OB}=\frac{OE}{OA}=\frac{1}{3}$$

إذن أصبحت F نقطة من المتوسط (BO) في المثلث ABC وتحقق: $\frac{OF}{OB}=\frac{1}{3}$

أي F مركز ثقل المثلث ABC

26 مثلث المنتصفات

ABC مثلث. I و J و K هي، على التوالي، منتصفات أضلاعه $[BC]$ و $[AB]$ و $[AC]$.

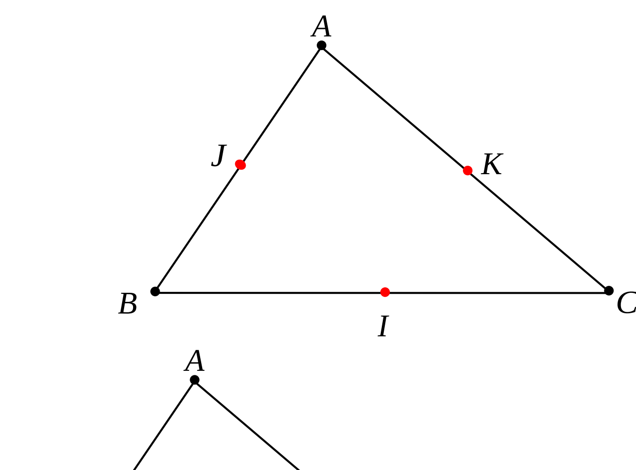
1. ارسم شكلاً.
2. أثبت أنَّ الرباعي $AJIK$ هو متوازي أضلاع.
3. وضِّعْ النقطة G مركز ثقل المثلث ABC، والنقطة O منتصف القطعة $[JK]$.

4. أثبت أنَّ النقطة O هي منتصف القطعة $[AI]$.

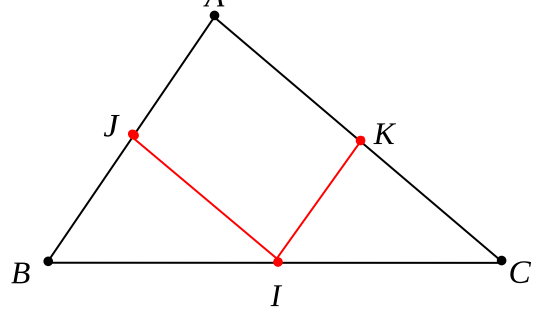
5. أثبت أنَّ النقطة G هي مركز ثقل المثلث IJK (أيضاً)

الحل:

1. الرسم:



.2



في المثلث ABC لدينا I منتصف $[BC]$ و K منتصف $[AC]$ فرضاً

فبحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات يكون $(IK)\parallel(AB)$

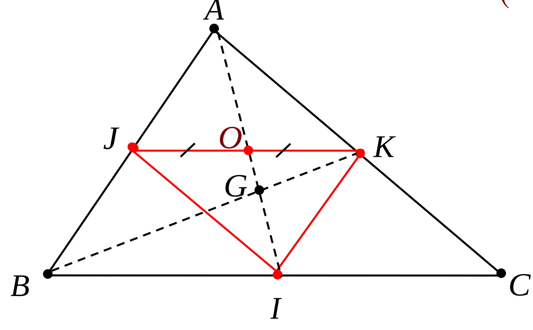
أي $\boxed{(IK)\parallel(AJ)}$

بالمثل نجد أن $\boxed{(AK)\parallel(IJ)}$

فأصبح الرباعي $AJIK$ متوازي أضلاع لتوازي كل ضلعين متقابلتين فيه.

3. مركز ثقل المثلث هو نقطة تلاقي متوسطاته

إذن G هي نقطة تلاقي $(AI),(BK),(CJ)$



4. طريقة أولى:

لدينا K منتصف $[AC]$ فرضاً

و $(JK)\parallel(BC)$ بحسب المبرهنة الأولى في المنتصفات في المثلث ABC (حيث K منتصف $[AC]$ و J منتصف $[AB]$)

وبالتالي بحسب المبرهنة الثانية في المنتصفات في المثلث AIC يكون O منتصف $[AI]$

طريقة ثانية:

وجدنا أن الرباعي $AJIK$ متوازي أضلاع ونعلم أن قطري متوازي الأضلاع متناصفان وبما أن O هي منتصف قطره $[JK]$ فرضاً فإن O ستكون منتصف قطره $[AI]$

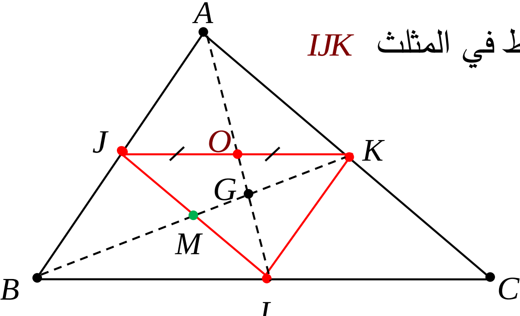
5. ببرهان مماثل لما سبق يمكن أن نثبت أن الرباعي $JKIB$ هو متوازي أضلاع وبالتالي قطراه متناصفان لذلك فإنهما يتقاطعان بالنقطة M منتصف كل منهما.

إذن M منتصف $[IJ]$ فأصبح (KM) متوسط في المثلث IJK

ولدينا (IO) متوسط أيضاً في المثلث IJK

وهما يلتقيان في G

إذن G مركز ثقل المثلث IJK



27 مركز الثقل ومساحات

1. ارسم مثلثاً ABC ، ثم ارسم ارتفاعه $[AH]$ ومركز ثقله G.

ارسم أيضاً $[GK]$ ارتفاع المثلث BCG.

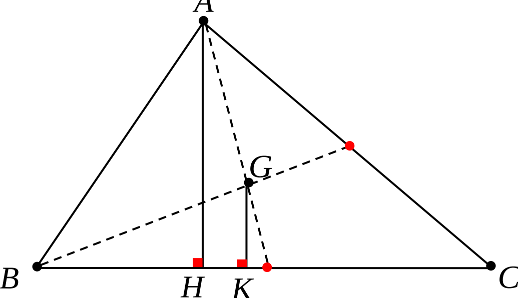
2. أثبت أنَّ المستقيمين AH و GK متوازيان.

3. أثبت أنَّ $GK = \frac{1}{3}AH$.

4. استنتج أنَّ مساحة المثلث BCG تساوي ثُلث مساحة المثلث ABC.

الحل:

1. الرسم:



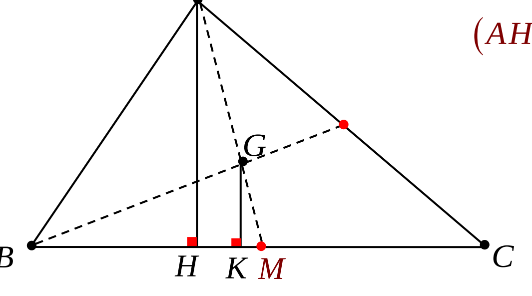
2. لدينا:

$(AH)\perp(BC)$ و $(JK)\perp(BC)$

ونعلم أن العمودين على مستقيم واحد متوازيان وبالتالي: $(AH)\parallel(JK)$



3. لنرمز النقطة M إلى منتصف $[BC]$



عندئذ في المثلث AMH وجدنا أن $(AH)\parallel(JK)$

فبحسب مبرهنة النسب المتساوية نجد:

$$\frac{MG}{MA}=\frac{GK}{AH}=\frac{MK}{MH}$$

لكن $\frac{MG}{MA}=\frac{1}{3}$ (بحسب خاصة مركز ثقل المثلث)

ومنه: $\frac{GK}{AH}=\frac{1}{3}$ أي: $GK=\frac{1}{3}AH$

4. إن:

$S(ABC)=\frac{BC\times AH}{2}$ و $S(BCG)=\frac{BC\times GK}{2}$

ومنه: $\frac{S(BCG)}{S(ABC)}=\frac{BC\times GK}{2}\times\frac{2}{BC\times AH}$

أي: $\frac{S(BCG)}{S(ABC)}=\frac{GK}{AH}=\frac{1}{3}$

وبالتالي: $S(BCG)=\frac{1}{3}S(ABC)$

28 مثلثات لها مركز ثقل مشترك

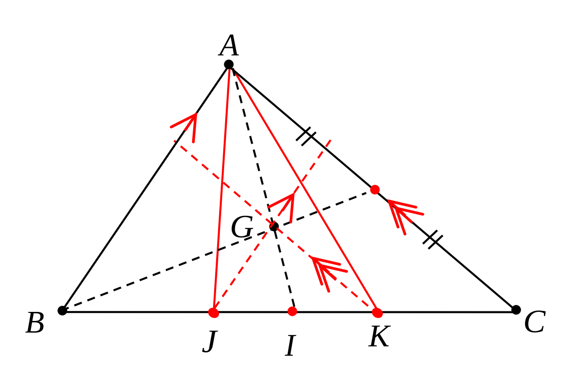
ABC مثلث، I منتصف ضلعه $[BC]$، والنقطة G هي مركز ثقله.

المستقيم المار بالنقطة G موازياً AB يقطع BC في J، والمستقيم المار بالنقطة G موازياً AC يقطع BC في K.

ارسم شكلاً يتفق ومعطيات النص، ثم أثبت أنَّ النقطة G هي مركز ثقل المثلث AJK.

الحل:

الرسم:



في المثلث AIC لدينا $(GK)\parallel(AC)$ فرضاً

ومنه بحسب مبرهنة النسب المتساوية نجد:

$\frac{IG}{IA}=\frac{IK}{IC}$ ولكن $\frac{IG}{IA}=\frac{1}{3}$ (بحسب خاصة مركز الثقل في المثلث ABC)

ومنه: $\frac{IK}{IC}=\frac{1}{3}$ أي: $\boxed{IK=\frac{1}{3}IC}$ ①

كذلك في المثلث AIB لدينا $(GJ)\parallel(AB)$ فرضاً

ومنه بحسب مبرهنة النسب المتساوية نجد:

$\frac{IG}{IA}=\frac{IJ}{IB}$ ولكن وجدنا أن $\frac{IG}{IA}=\frac{1}{3}$

ومنه: $\frac{IJ}{IB}=\frac{1}{3}$ أي: $\boxed{IJ=\frac{1}{3}IB}$ ②

لكن: $\boxed{IB=IC}$ ③

من ③,②,① نستنتج أن $IJ=IK$ ومنه أصبح (AI) متوسطاً في المثلث AJK بحيث G نقطة منه تحقق: $\frac{IG}{IA}=\frac{1}{3}$

إذن G مركز ثقل المثلث AJK

29 مثلث قائم ومنصفات زواياه

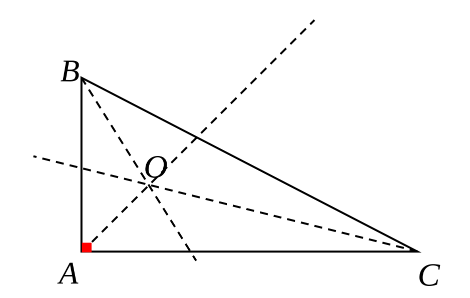
ABC مثلث قائم في A، والنقطة O هي مركز الدائرة المرسومة داخله.

ارسم شكلاً مناسباً للنص، ثم أثبت أنَّ $BOC=135^\circ$.

الحل:

نعلم أن مركز الدائرة المرسومة داخل المثلث هو نقطة تلاقي منصفاته

ونعلم أن الزاويتين الحادتين في المثلث القائم متتامتان أي:



$$ABC+ACB=90^\circ$$

ومنه:

$$\frac{1}{2}ABC+\frac{1}{2}ACB=45^\circ$$

أي: في المثلث OCB لدينا:

$$OBC+OCB=45^\circ$$

ونعلم أن مجموع زوايا المثلث 180°

إذن: $BOC=180^\circ-45^\circ=135^\circ$



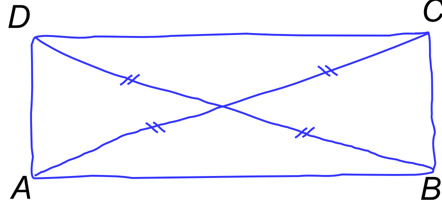
الوحدة الرابعة
المثلث القائم والدائرة

1. دائرة مارة برؤوس مثلث قائم.
2. مبرهنة فيثاغورث – العكس.
3. مسافة نقطة عن مستقيم.
4. مماس دائرة.

انطلاقة نشطة

في كلٍ مما يلي، واحدة فقط من الإجابات الثلاث ① و ② و ③ المقترحة صحيحة، أشر إليها:

① الإشارات على الشكل المرافق والمرسوم يدوياً، تشير إلى أنَّ الرباعي $ABCD$ هو .....



① مربع

② مستطيل

③ معين

② المثلث FGH قائم في G، فوتره هو

① FG

② GH

③ HF

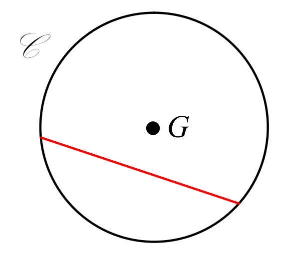
③ مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث هو نقطة تلاقي

① ارتفاعاته

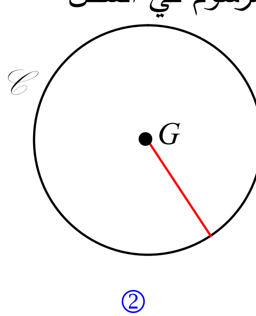
② محاور أضلاعه

③ متوسطاته

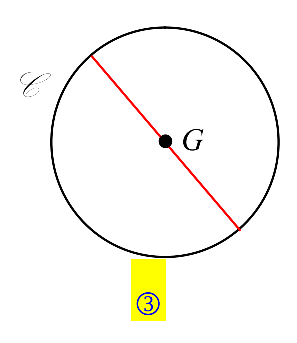
④ $\mathscr{C}$ دائرة مركزها G، أحد أقطارها مرسوم في الشكل



①



②



③

⑤ مربع العدد (-7) هو العدد

① -14

② -49

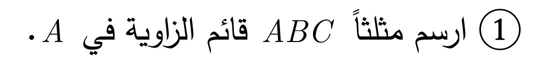
③ 49

⑥ مربع مساحته $19\ \mathrm{m}^2$ طول ضلعه مقرباً لمنزلتين عشريتين يساوي

① $4.4\ \mathrm{m}$ ② $4.36\ \mathrm{m}$ ③ $4.3\ \mathrm{m}$

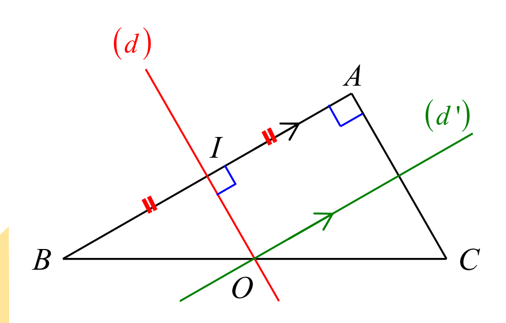


1 دائرة مارة برؤوس مثلث قائم.



حل النشاط « تعرف دور وتر المثلث القائم في الدائرة المارة برؤوسها»

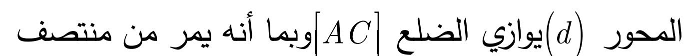
1. البحث عن الدائرة المرسومة على المثلث القائم



① ارسم مثلثاً ABC قائم الزاوية في A.

② ارسم (d) محور ضلعه $[AB]$، فيقطع وتره $[BC]$ في النقطة O. بم نعلل أنَّ O هي منتصف $[BC]$؟

الحل:



المحور (d) يوازي الضلع $[AC]$ وبما أنه يمر من منتصف $[AB]$ حسب المبرهنة المستقيم المار بمنتصف أحد أضلاع مثلث موازياً ضلعاً آخر، يقطع الضلع الثالث في منتصفه إذن O هي منتصف $[BC]$

③ ارسم من O المستقيم (d') موازياً المستقيم (AB).

استنتج مركز الدائرة المرسومة على المثلث ABC. اشرح.

الحل:

حسب المبرهنة السابقة فإن المستقيم (d') هو محور للمثلث ABC و نقطة تلاقي المحاور مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث

④ اكتب الخاصة التي استنتجناها مما سبق.

الحل: منتصف وتر المثلث القائم مركز الدائرة المارة برؤوسه

2. بالعكس

① ارسم دائرة $\mathscr{C}$ مركزها O وأحد أقطارها $[BC]$.

② ضَعْ نقطةً A على $\mathscr{C}$ تختلف عن B وعن C. كيف يبدو لك المثلث ABC؟

الحل: قائم

③ ضَعْ على الشكل النقطة A' التي تقابل A قطرياً.

④ هات صفتين لقطري الرباعي $ABA'C$. استنتج بالتالي طبيعة الرباعي $ABA'C$.

الحل:

متساويا الطول ومتناصفان الرباعي $ABA'C$ مستطيل

⑤ اشرح إذن كيف يمكنك معرفة طبيعة المثلث ABC.

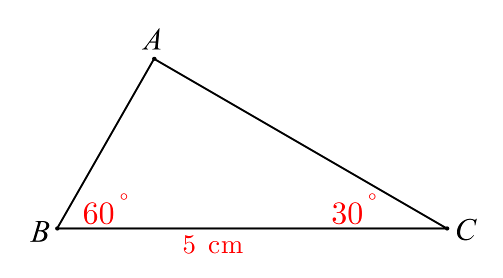
الحل: بما أن زوايا المستطيل قوائم فإن الزاوية A قائمة ومنه المثلث ABC قائم في A

⑥ اكتب الخاصة التي يمكن استنتاجها مما سبق.

الحل:

إذا كان أحد أضلاع مثلث قطراً في الدائرة المارة برؤوسه، كان المثلث قائم الزاوية ووتره تلك الضلع.

حل تحقق من فهمك



في الشكل المرافق: عين مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث ABC؟ وما طول نصف قطرها؟

الحل:

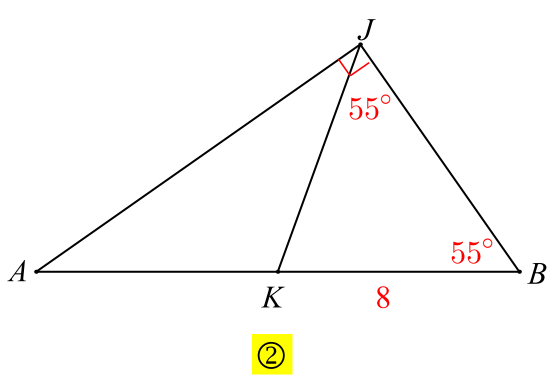
$$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=180^\circ$$
$$\widehat{A}+60^\circ+30^\circ=180^\circ$$
$$\widehat{A}=90^\circ$$

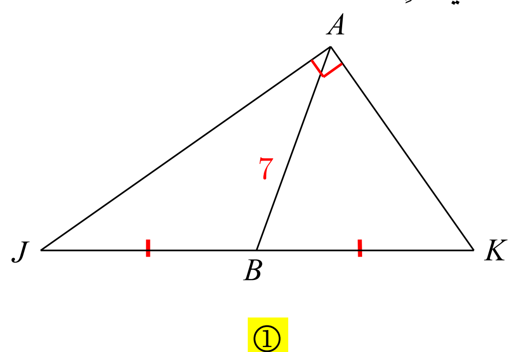
المثلث ABC قائم الزاوية في A، $[BC]$ قطر الدائرة المارة برؤوس المثلث مركزها منتصف $[BC]$ و طول نصف قطرها 2.5cm



تدرب

① في كلٍ من الحالتين ① و ② احسب الطول JK.

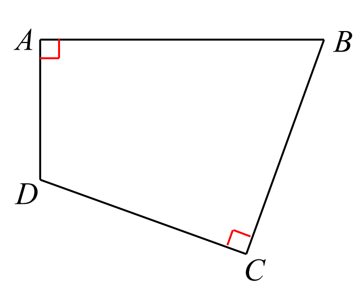




الحل:

① $JK=2AB=14$

② المثلث JKB متساوي الساقين $JK=8$



② في الشكل المرافق: $ABCD$ شكل رباعي زاويتاه $\widehat{A}$ و $\widehat{C}$ قائمتان.

1. ارسم الشكل.

2. اشرح لماذا تقع رؤوسه A و B و C و D على دائرة واحدة.

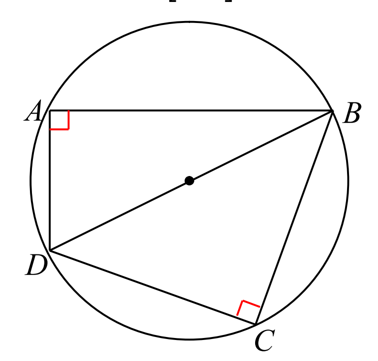
3. عيِّنْ مركز الدائرة المارة بتلك النقاط ثم ارسمها.

الحل:

الرؤوس A و B و D رؤوس لمثلث قائم فهي تقع على دائرة واحدة قطرها $[DB]$

الرؤوس C و B و D رؤوس لمثلث قائم فهي تقع على دائرة واحدة قطرها $[DB]$

فرؤوسه A و B و C و D على دائرة واحدة قطرها $[DB]$. مركزها منتصف $[DB]$



4



مبرهنة فيثاغورث- العكس.



نشاط « تعرف مبرهنة فيثاغورث واستعمالها ووضع مبرهنة فيثاغورث العكسية في الخدمة »

1. تجربة ثلاث حالات ومشاهدة

① ارسم مثلثاً ABC قائم الزاوية في A ، وقس أطوال أضلاعه.

② أكمل الجدول الآتي:

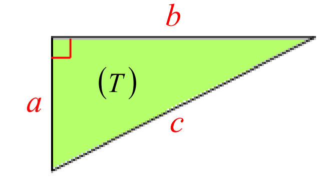
	AB^2	AC^2	$AB^2 + AC^2$	BC^2
حالة أولى				
حالة ثانية				
حالة ثالثة				

⑤ تأملْ نواتج حساباتك. ماذا تلاحظ ؟

الحل:

نلاحظ أن $BC^2 = AB^2 + AC^2$

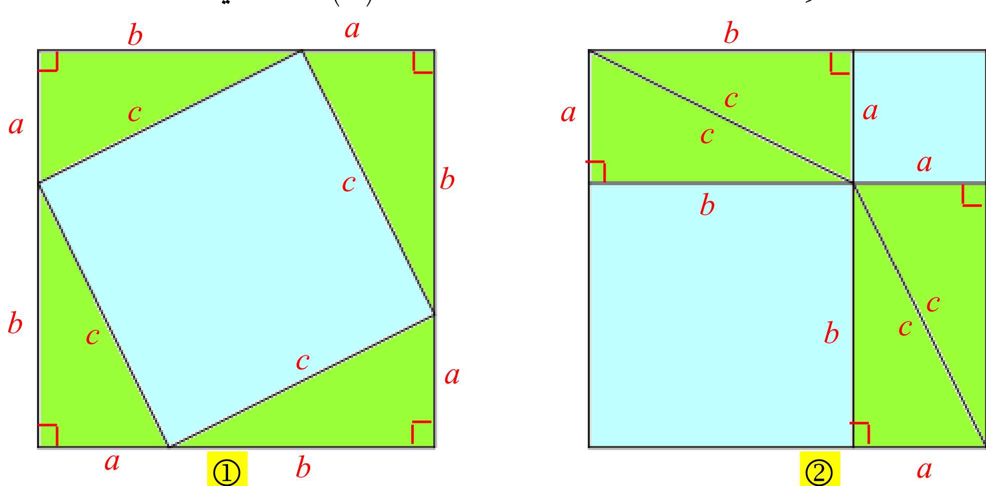
2. إثبات



في الشكل المجاور مثلث قائم (T)، طولا ضلعيه القائمين a و b وطول وتره c.

نرسم مربعين طول ضلع كلٍ منهما يساوي $a+b$

ونحدد على كلٍ منهما أربعة مثلثات مطابقة للمثلث (T)، كما يلي:



1. ما طبيعة كلٍ من الأشكال الرباعية الملونة باللون الأزرق؟

الحل: مربع

2. اشرح لماذا مساحة الرباعي الملون بالأزرق في الشكل ① تساوي مجموع مساحتي الرباعيين الملونين بالأزرق في الشكل ②.

الحل:

المربعين ① و ② طبوقين لهما المساحة ذاتها نطرح مجموع مساحات المثلثات الأربعة القائمة الخضراء الطبوقة من مساحة المربعين ① و ② فيكون مساحة الرباعي الملون بالأزرق في الشكل ① تساوي مجموع مساحتي الرباعيين الملونين بالأزرق في الشكل ②.

3. اكتب المساواة التي حصلت عليها في 2. بدلالة a و b و c.

4. اكتب نصاً معبراً عن العلاقة بين أطوال أضلاع مثلث قائم.

1. تجربة

1. أكمل الجدول الآتي:

x	3	4	5	9	12	13	15
x^2	9	16	25	81	144	169	225

2. في هذا الجدول، يمكن اكتشاف ثلاث قيم للرمز x، مربع كلٍ منها يساوي مجموع مربعي قيمتين أخريين واردتين فيه. إحدى هذه القيم $x = 5$، لاحظ $5^2 = 3^2 + 4^2$. ما القيمتان الأخريان؟

3. الحل:

$x = 15$ $(15^2 = 9^2 + 12^2)$ و $x = 13$ $(13^2 = 12^2 + 5^2)$

4. ارسم المثلثات الثلاثة التي تحقق أطوال أضلاعه تلك العلاقة. كيف تبدو طبيعة تلك المثلثات؟

الحل: يرسم الطالب المثلثات تبدو طبيعة تلك المثلثات قائمة

نحو صيغة العكس

إذا كانت أطوال أضلاع مثلث a و b و c تحقق العلاقة $a^2 + b^2 = c^2$، كان المثلث قائم الزاوية في رأسه المقابل للضلع الذي طوله c.

صغْ نصاً لهذه المعلومة والتي تسمى مبرهنة فيثاغورث العكسية.

تحقق من فهمك

① ABC مثلث قائم في A. طولا ضلعيه القائمين: $AB = 5$ cm و $AC = 12$ cm.

1. استعمل مبرهنة فيثاغورث لحساب BC الطول الحقيقي لوتر هذا المثلث.

2. ارسم المثلث ABC حسب معطيات النص، ثم قِسْ طول الوتر $[BC]$ كي تدعم حسابك السابق.

4

الحل:

$AB^2 + AC^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$ وبالتالي $BC = 13$.

② في كلٍ من الحالتين الآتيتين، بيّن إن كان المثلث ABC قائم الزاوية أم لا.

في حالة الإيجاب، اذكر الرأس القائم واشرح إجابتك.

① $AB = 24 \text{ cm}$; $AC = 7 \text{ cm}$; $BC = 25 \text{ cm}$

② $AB = 4 \text{ cm}$; $AC = 7 \text{ cm}$; $BC = 5.75 \text{ cm}$

الحل:

① $[BC]$ هو أطول أضلاع المثلث، فإن كان المثلث قائماً، كان A هو الرأس القائم.

$$(1) \dots \; BC^2 = 25^2 = 625$$

$$(2) \dots \; AB^2 + AC^2 = 24^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625$$

نجد من (1) و (2) أنَّ $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

فحسب مبرهنة فيثاغورث العكسية، يمكن تأكيد أنَّ المثلث ABC قائم الزاوية في A .

② $[AC]$ هو أطول أضلاع المثلث، فإن كان المثلث قائماً، كان B هو الرأس القائم.

$$(1) \dots \; AC^2 = 7^2 = 49$$

$$(2) \dots \; AB^2 + BC^2 = 4^2 + 5.75^2 = 16 + 33.0625 = 49.0625$$

نجد من (1) و (2) أنَّ $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$.

فحسب مبرهنة فيثاغورث العكسية، يمكن تأكيد أنَّ المثلث ABC ليس قائم الزاوية في B .

③ ABC مثلث متساوي الأضلاع. طول ضلعه 5 احسب مساحة هذا المُثلّث وارتفاعه.

الحل:

مساحة هذا المُثلّث $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$ وارتفاعه $h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$



حل تدرب

① RST مثلث قائم في S . أكمل الجدول الآتي بقيمٍ حقيقية أو بقيم تقريبية لأقرب جزء من مئة:

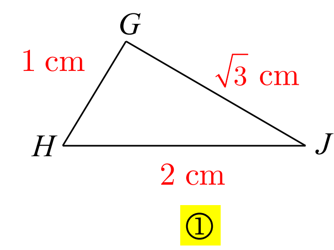
	SR	ST	RT
①	13.4	6.5	
②		4	8.5
③	9.3		13.7

الحل:

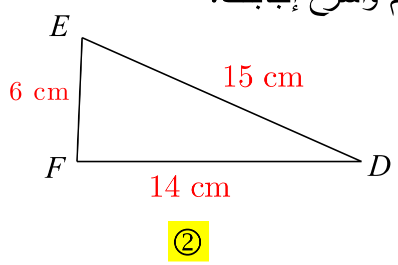
RT	ST	SR	
14.9	6.5	13.4	①
8.5	4	7.5	②
13.7	10.06	9.3	③

② في كلٍ من الحالات الآتية، بيّن إن كان المثلث قائم الزاوية أم لا.

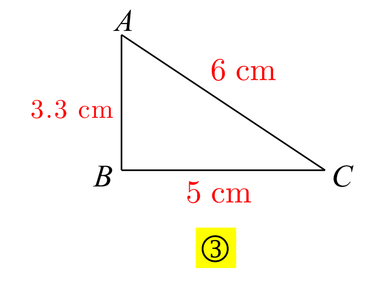
في حالة الإيجاب، اذكر الرأس القائم واشرح إجابتك.



①



②



③

الحل:

① $[HJ]$ هو أطول أضلاع المثلث، فإن كان المثلث قائماً، كان G هو الرأس القائم.

$$(1) \dots \ HG^2 = 2^2 = 4$$

$$(2) \dots \ GH^2 + GJ^2 = 1^2 + \sqrt{3}^2 = 1 + 3 = 4$$

نجد من (1) و (2) أنَّ $HJ^2 = GH^2 + GJ^2$.

فحسب مبرهنة فيثاغورث العكسية، يمكن تأكيد أنَّ المثلث HJG قائم الزاوية في G.

③ $[AC]$ هو أطول أضلاع المثلث، فإن كان المثلث قائماً، كان B هو الرأس القائم.

$$(1) \dots \ AC^2 = 6^2 = 36$$

$$(2) \dots \ AB^2 + BC^2 = 3.3^2 + 5^2 = 10.89 + 25 = 35.89$$

نجد من (1) و (2) أنَّ $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$.

فحسب مبرهنة فيثاغورث العكسية، يمكن تأكيد أنَّ المثلث ABC ليس قائم الزاوية في B.

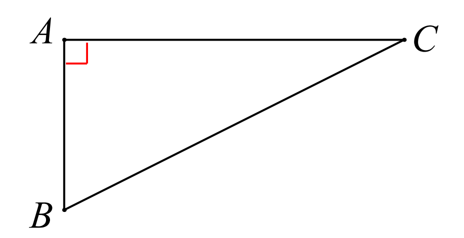
بذات الأسلوب نجد أن المثلث FED ليس قائم الزاوية في F



مسافة نقطة عن مستقيم.



نشاط « الاستفادة من مبرهنة فيثاغورث لمعرفة أقرب نقطة من مستقيم معلوم إلى نقطة معلومة »



1. الأطول

1. ABC مثلث قائم في A . اشرح، مستفيداً من مبرهنة فيثاغورث، لماذا BC^2 أكبر من كلٍ من AB^2 و AC^2 .

2. ما الضلع الأطول في المثلث القائم؟

الحل:

لأنه $BC^2 = AC^2 + AB^2$ الوتر

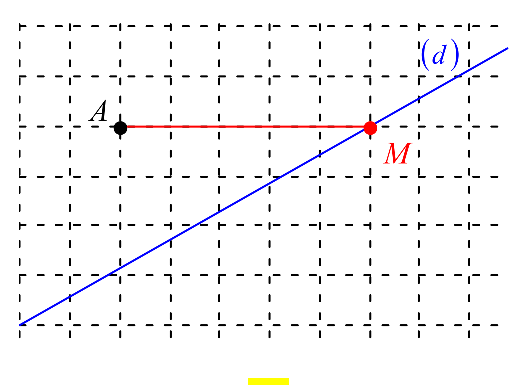
2. الأقصر

A نقطة خارج المستقيم (d).

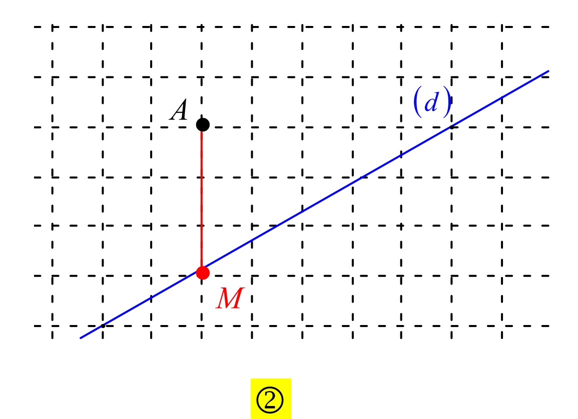
طلب مدرس الصف الثامن من طلابه التعرف إلى أقرب نقطة M من المستقيم (d) عن النقطة A .

رسم طلال الشكل ① ورسمت لمياء الشكل ② .

أيمكن رسم شكل أصح مما رسما؟ استفد من مبرهنة فيثاغورث.



①



②

الحل:

(d)

A

M



تحقق من فهمك

ارسم مثلثاً ABC قائم الزاوية في A ، وفيه $AB = 4 \text{ cm}$ و $AC = 5 \text{ cm}$.

1. ما بعد النقطة B عن المستقيم (AC) ؟
2. ما بعد النقطة C عن المستقيم (AB) ؟



تدرب

① ارسم مستقيماً (d) ونقطة M تبعد عنه مسافة 3 cm.

1. ارسم النقطة M_1 صورة النقطة M وفق التناظر الذي محوره (d).
2. ارسم ثلاث نقاط أخرى على بعد 3 cm عن المستقيم (d).
3. أين تقع النقاط التي تبعد عن (d) 3 cm ؟

الحل:

M

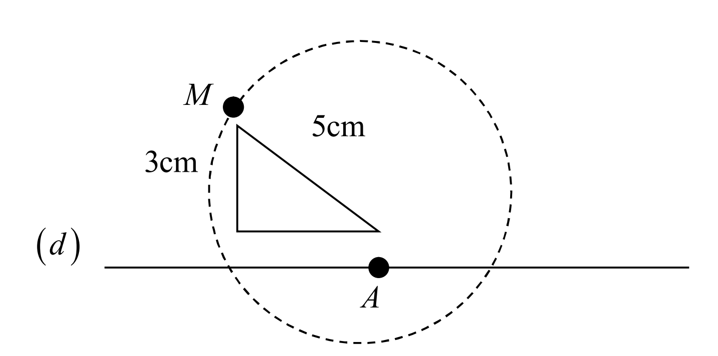
M_2

تقع على نفس الاستقامة موازية المستقيم (d)

② ارسم مستقيماً (d) ووضِعْ عليه نقطةٍ A .

حدِّدْ موقع النقطة M التي تبعد عن A مسافة 5 cm وعن (d) مسافة 3 cm. اشرح عملك.

الحل:



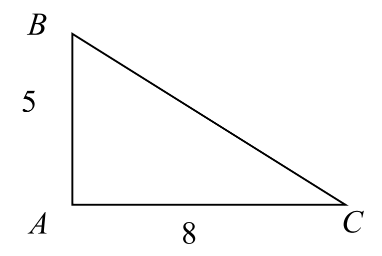
نرسم مثلث قائم وتره $MA = 5\text{cm}$ وطول ضلعه القائمة 3 وتستند الضلع القائمة الأخرى على المستقيم

توجد أربع نقط تحقق شروط المسألة تقع على دائرة مركزها A ونصف قطرها 5cm

③ ABC مثلث فيه $AB = 5\text{ cm}$ و $AC = 8\text{ cm}$ ومساحته 20 cm^2.

1. ارسم شكلاً يحقق هذه المعطيات وارسم ارتفاعه $[BH]$.
2. احسب بعد B عن المستقيم (AC).
3. احسب بعد C عن المستقيم (AB).

الحل:



يمكن رسم مثلث قائم في A يحقق شروط المسألة ويكون الارتفاع $[BH]$ منطبق على $[AB]$

بعد B عن المستقيم (AC) يساوي 5cm وبعد C عن المستقيم (AB) يساوي 8cm

④ ما أقصر مسار للانتقال من نقطةٍ من المستقيم (d) إلى نقطة من المستقيم (d') مروراً بالنقطة M؟ اشرح.

الحل:

نرسم عمود من M على المستقيم (d) وعمود آخر على المستقيم (d')

لأن العمود أقصر مسافة بين النقطة والمستقيم

مماس دائرة.

نشاط « تعرُّف مفهوم المستقيم المماس لدائرة»

.1 ① ارسم دائرة $\mathscr{C}$ مركزها O ونصف قطرها $2\ \text{cm}$ و $[AB]$ قطر فيها.

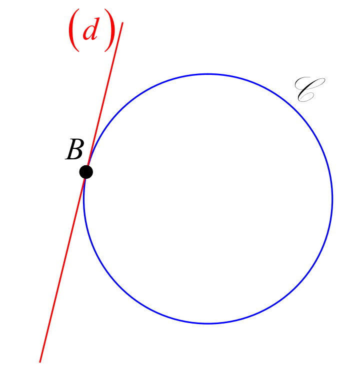
② ارسم ثلاثة مستقيمات (d_1) و (d_2) و (d_3) التي تعامد المستقيم (AB) وتبعد عن O على التوالي $5\ \text{cm}$ و $3\ \text{cm}$ و $0.5\ \text{cm}$.

.2 ① ارسم المستقيم (d) العمودي على (AB) في النقطة B.

② ضَعْ على المستقيم (d) نقطةً M تختلف عن B.

اشرح لماذا $OM > OB$.

③ استنتج أنَّ المستقيم (d) يشترك مع الدائرة $\mathscr{C}$ بالنقطة B فقط.



معنى الكلمات

القول « المستقيم (d) مماس للدائرة $\mathscr{C}$ »

يعني « المستقيم (d) يشترك مع الدائرة $\mathscr{C}$ بنقطة واحدة »

والنقطة المشتركة تسمى **نقطة التماس.**

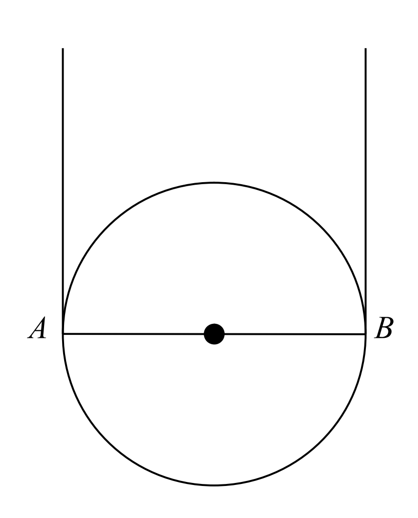
فيقال إنَّ المستقيم (d) يمس الدائرة $\mathscr{C}$ في تلك النقطة.

تحقق من فهمك

$[AB]$ قطعة مستقيمة طولها $4\ \text{cm}$.

1. ارسم هذه القطعة، وارسم الدائرة $\mathscr{C}$ التي قطرها $[AB]$.
2. ارسم مماسي الدائرة $\mathscr{C}$ من A و B.
3. ما الوضع النسبي لهذين المماسين؟ تحقق من إجابتك.

الحل:



متوازيين لأن كل منهما عمود على القطر $[AB]$

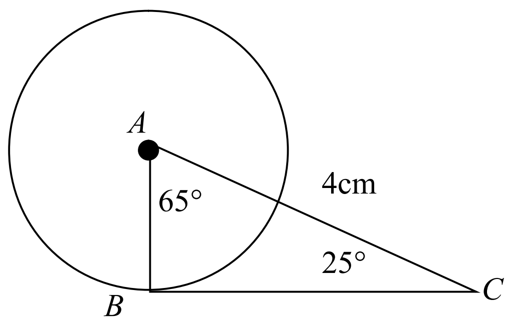


تدرب

① ارسم مثلثاً ABC زاويتاه $\widehat{BAC}=65^{\circ}$ و $\widehat{ACB}=25^{\circ}$ وضلعه $AC=4\ \text{cm}$.

1. ارسم الدائرة $\mathscr{C}$ التي مركزها A والمارة بالنقطة B.
2. اشرح لماذا المستقيم (BC) مماس للدائرة $\mathscr{C}$ في النقطة B.

الحل:



حسب المعطيات المثلث قائم في B

المستقيم (BC) مماس للدائرة $\mathscr{C}$ في النقطة B لأن $CB\perp AB$

② ارسم دائرة $\mathscr{C}$ مركزها O وارسم قطراً لها وليكن $[AB]$، ثم وضِّعْ نقطة M على هذه الدائرة تحقق $\widehat{BOM}=55^{\circ}$.

1. ارسم (d) مماس الدائرة $\mathscr{C}$ في النقطة M. لتكن C نقطة تقاطع المستقيمين (d) و (AB).
2. احسب قياس الزاوية $\widehat{OCM}$.

الحل:

بما أن (d) مماس الدائرة $\mathscr{C}$ في النقطة M فإن

$OM\perp d$ فالمثلث OMC قائم الزاوية في M

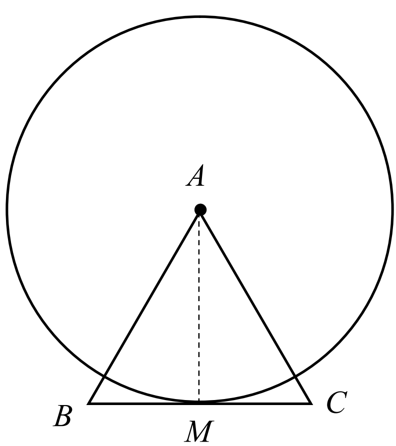
$$55^{\circ}+\widehat{OCM}=90^{\circ}$$

$$\widehat{OCM}=35^{\circ}$$

③ ABC مثلث متساوي الساقين في A، والنقطة M هي منتصف ضلعه $[BC]$.

1. ارسم الدائرة $\mathscr{C}$ التي مركزها A والمارة بالنقطة M.
2. ما وضع المستقيم (BC) بالنسبة إلى الدائرة $\mathscr{C}$؟ برِّرْ إجابتك.

الحل:

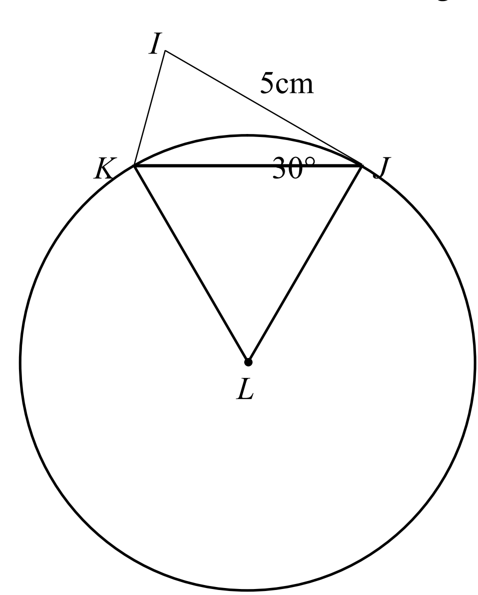


المستقيم (BC) مماس بالنسبة إلى الدائرة $\mathscr{C}$ لأن $[AM]$ متوسط متعلق بالرأس في مثلث متساوي الساقين فهوارتفاع ومنه $AM \perp BC$

④ 1. ارسم مثلثاً IJK متساوي الساقين في J ويكون $IJ = 5 \text{ cm}$ و $\widehat{IJK} = 30^{\circ}$.

2. ارسم المثلث المتساوي الأضلاع JKL خارج المثلث IJK.
3. أثبت أنَّ (IJ) مماس في النقطة J للدائرة $\mathscr{C}$ التي مركزها L ونصف قطرها 5 cm.

الحل:



4

لدينا $\widehat{IJK} = 30^\circ$ و $\widehat{KJL} = 60^\circ$ إذن $\widehat{IJL} = 90^\circ$

ومنه $IJ \perp JL$ ومنه (IJ) مماس في النقطة J للدائرة $\mathscr{C}$

⑤ 1. ارسم دائرة $\mathscr{C}$ مركزها O ووضّعْ عليها نقطةً A.

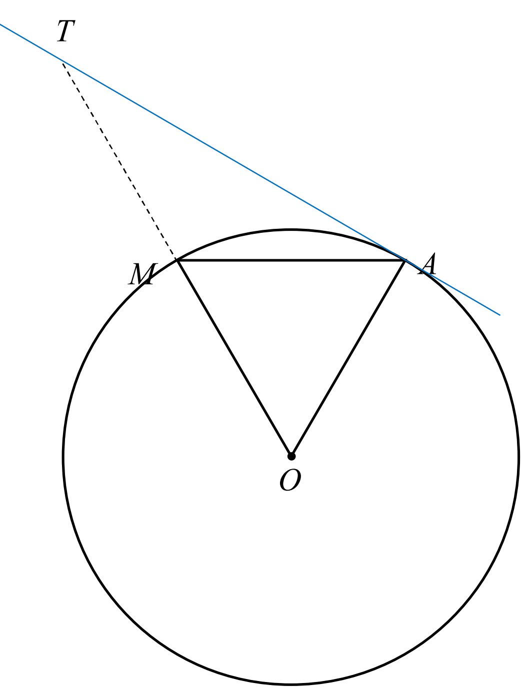
2. ارسم باستعمال الفرجار النقطة M على الدائرة $\mathscr{C}$ والتي تحقق $MA = MO$.

3. ارسم باستعمال الفرجار والمسطرة النقطة T نظيرة النقطة O بالنسبة إلى النقطة M.

4. أثبت أنَّ المستقيم (AT) هو مماس الدائرة $\mathscr{C}$ في النقطة A.

يزودك هذا التمرين بطريقة لإنشاء مماس لدائرة مركزها O في نقطةٍ A منها، باستعمال المسطرة والفرجار.

الحل:

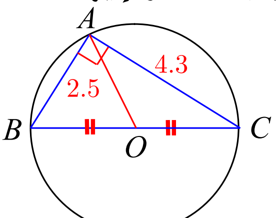


بما أن $MA = MO$ و والنقطة T نظيرة النقطة O بالنسبة إلى النقطة M فإن $TM = MO$

إذن AM خط متوسط في المثلث OAT و $AM = \frac{1}{2}OT$ فالمثلث قائم في A و المستقيم (AT) هو مماس الدائرة $\mathscr{C}$ في النقطة A

تمرينات ومسائل

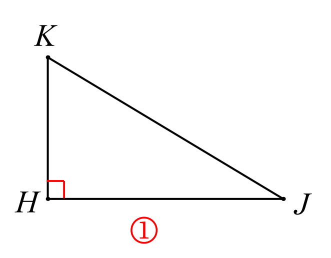
1 في كل حالة من الحالات الآتية، إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات. أشر إليها.

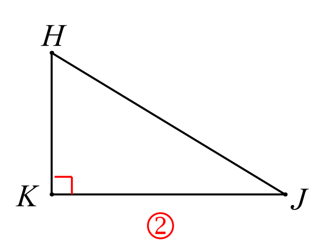


❶ حسب المعطيات على الشكل المرافق، يمكننا التأكيد على أنَّ

① $BC = 5$. ② $BC = 4.6$. ③ $BA = 2.5$.

❷ المساواة $HJ^2 + JK^2 = KH^2$ صحيحة في المثلث

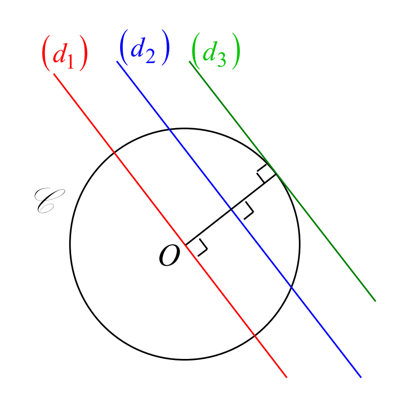




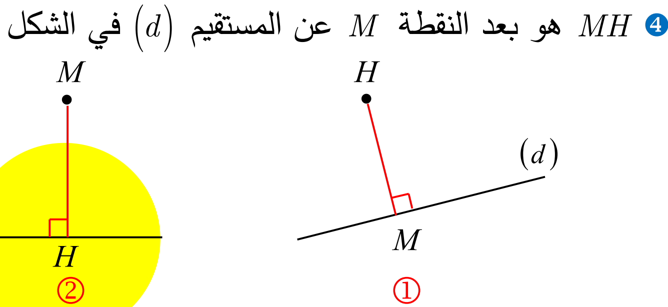
K J H ③

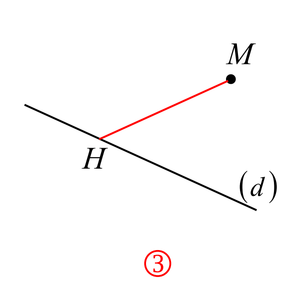
❸ المماس للدائرة $\mathscr{C}$ التي مركزها O هو المستقيم

① (d_1) ② (d_2) ③ (d_3)



❹ MH هو بعد النقطة M عن المستقيم (d) في الشكل



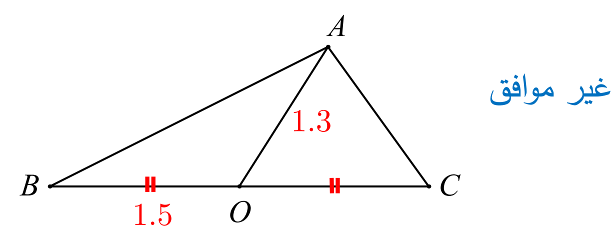


❺ $[AH]$ هو ارتفاع في المثلث ABC ، إذن بعد A عن (BC) يساوي

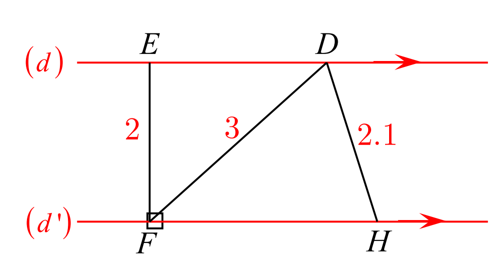
① 6 cm ② 12 cm ③ 5 cm

A B H C 13 cm 12 cm

2 قلْ إن كنت موافقاً أم لا على العبارات الآتية:

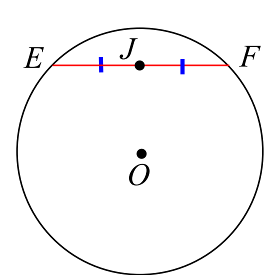


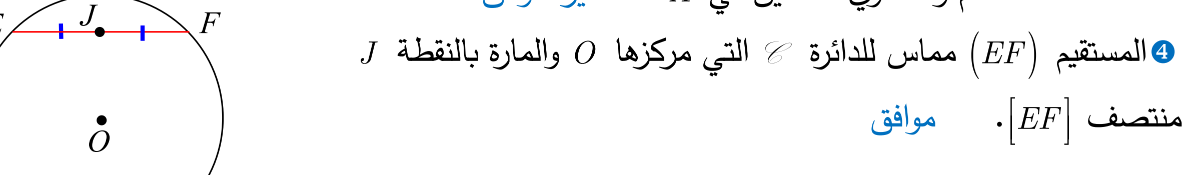
❶ المثلث ABC قائم الزاوية في A. غير موافق



❷ المستقيمان (d) و (d') متوازيان.
بعد النقطة D عن المستقيم (d') يساوي 2. موافق

❸ ABC مثلثٌ أطوال أضلاعه $AB = 12 \text{ cm}$ و $BC = 14 \text{ cm}$ و $AC = 12 \text{ cm}$.
هذا المثلث قائم ومتساوي الساقين في A. غير موافق





❹ المستقيم (EF) مماس للدائرة $\mathscr{C}$ التي مركزها O والمارة بالنقطة J منتصف $[EF]$. موافق

❺ ABC مثلثٌ قائم في A مع $AB = 5 \text{ cm}$ و $AC = 6 \text{ cm}$، إذن $AB^2 + AC^2 = BC^2$.
يترتب على ذلك أنَّ $BC = AB + AC = 5 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 11 \text{ cm}$. غير موافق

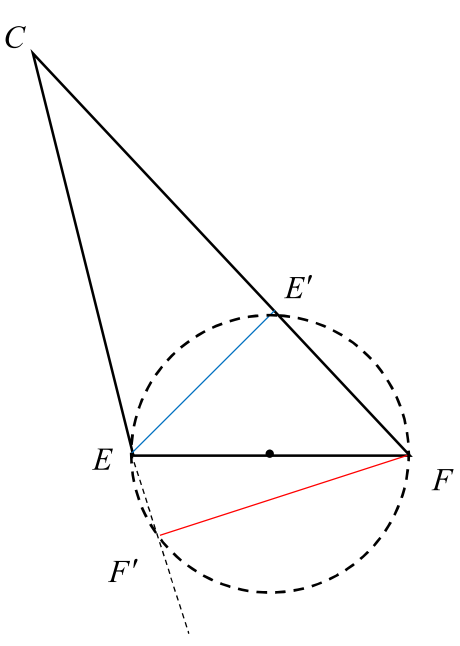
❻ ABC مثلثٌ أطوال أضلاعه $AB = 10 \text{ cm}$ و $AC = 6 \text{ cm}$ و $BC = 8 \text{ cm}$.
فالمستقيم (AC) مماس للدائرة التي قطرها $[BC]$.

3 في EFC مثلث، أطوال أضلاعه $EF = 6 \text{ cm}$ و $EC = 4 \text{ cm}$ و $FC = 8 \text{ cm}$.

$[EE']$ و $[FF']$ إثنان من ارتفاعاته.

1. ارسم شكلاً مناسباً.
2. ما مركز الدائرة المرسومة على المثلث $EE'F$؟ وكم هو نصف قطرها؟
3. ما مركز الدائرة المرسومة على المثلث $FF'E$؟ وكم هو نصف قطرها؟
4. اشرح إذن لماذا تقع E و F و E' و F' على دائرة واحدة.

الحل



مركز الدائرة المرسومة على المثلث $EE'F$ منتصف $[EF]$

ونصف قطرها 3cm

مركز الدائرة المرسومة على المثلث $FF'E$ منتصف $[EF]$

ونصف قطرها 3cm

من ثلاث نقط لا تقع على استقامة واحدة تمر دائرة وحيدة إذاً $[EF]$ نصف قطر لدائرة وحيدة تمر من

E و F و E' و F'

4 في الشكل المرافق:

ABC مثلث، $[AM]$ أحد متوسطاته.

H نقطة من $[AB]$ تحقق $MH = MB$.

1. ارسم الشكل ورمِّزْ القطع المتساوية.
2. تعرَّف الدائرة المارة برؤوس المثلث HBC.
3. لماذا $[CH]$ ارتفاع في المثلث ABC؟

الحل:

الدائرة المارة برؤوس المثلث HBC مركزها M ونصف قطرها $[MC]$

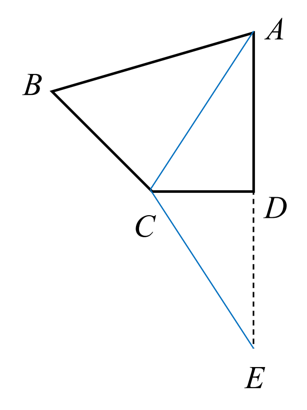
لأن $[BC]$ قطر للدائرة المارة برؤوس المثلث HBC فهو قائم في H إذن $[CH]$ ارتفاع في المثلث ABC

4

5 $ABCD$ شكل رباعي فيه $\widehat{D}=90^o$. E هي صورة النقطة A وفق التناظر الذي مركزه D.

1. ارسم شكلاً يتفق مع معطيات النص.
2. اشرح لماذا المثلث ACE متساوي الساقين في C.

الحل:



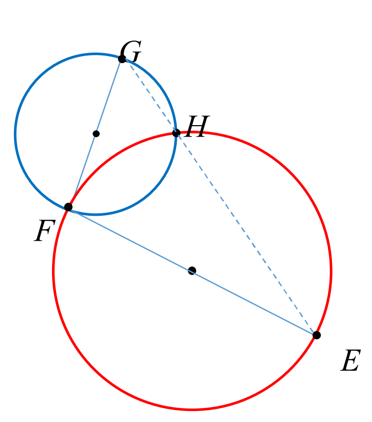
إن $\widehat{D}=90^o$ و E هي صورة النقطة A وفق التناظر الذي مركزه D. إذاً (CD) محور $[AE]$ وبالتالي $CA=CE$ و المثلث ACE متساوي الساقين في C.

6 E و F و G ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

الدائرة $\mathscr{C}_1$ التي قطرها $[EF]$ والدائرة $\mathscr{C}_2$ التي قطرها $[FG]$ تتقاطعان في H.

1. ارسم شكلاً يتفق مع معطيات النص.
2. ما طبيعة كلٍ من المثلثين EFH و FGH ؟ استنتج أنَّ النقاط E و G و H على استقامة واحدة.
3. ما دور المستقيم (FH) في المثلث EFG ؟

الحل:



المثلث EFH تقع رؤوسه على دائرة ضلعه $[FE]$ قطر فيها فهو قائم الزاوية في H ومنه

$FH \perp EH$

المثلث FGH تقع رؤوسه على دائرة ضلعه $[GF]$ قطر فيها فهو قائم الزاوية في H ومنه

$FH \perp GH$

نستنتج أنَّ النقاط E و G و H على استقامة واحدة

دور المستقيم (FH) في المثلث EFG هو ارتفاع

7 1. ارسم قطعةً مستقيمة $[BC]$ طولها 6 cm.

2. باستعمال الفرجار ومسطرة مدرجة، عين موضعاً للنقطة A ليكون المثلث ABC قائم الزاوية في A ويكون $AB = 4 \text{ cm}$. أيوجد أكثر من موضع للنقطة A؟ وضِّحْ.

الحل:

نعم يوجد موضعين للنقطة A متناظرين بالنسبة للقطعة المستقيمة $[BC]$

8 لتكن $\mathscr{C}$ دائرة أحد أقطارها $[MN]$. A نقطة من هذه الدائرة و B صورة M وفق التناظر الذي مركزه A.

1. ارسم شكلاً معبراً عن معطيات النص.
2. ما طبيعة المثلث MAN؟ اشرح.
3. ما دور (AN) في المثلث NMB؟ اشرح.
4. استنتج أنَّ $NM = NB$.

الحل:

المثلث MAN تقع رؤوسه على دائرة ضلعه $[MN]$ قطر فيها فهو قائم الزاوية في A إذن

$NA \perp MB$

دور (AN) في المثلث NMB ارتفاع لأن $NA \perp MB$ ومتوسط كون أن B صورة M وفق التناظر الذي مركزه A إذن $MA = MB$

فالمثلث MNB متساوي الساقين ومنه $NM = NB$

9 JKL مثلث قائم في J. طولا ضلعيه: $JK = 4.5 \text{ cm}$ و $KL = 7.5 \text{ cm}$.

استعمل مبرهنة فيثاغورث لحساب الطول JL.

الحل:

$$JK^2 + JL^2 = KL^2$$

$$4.5^2 + JL^2 = 7.5^2$$

$$JL^2 = 36$$

$$JL = 6$$

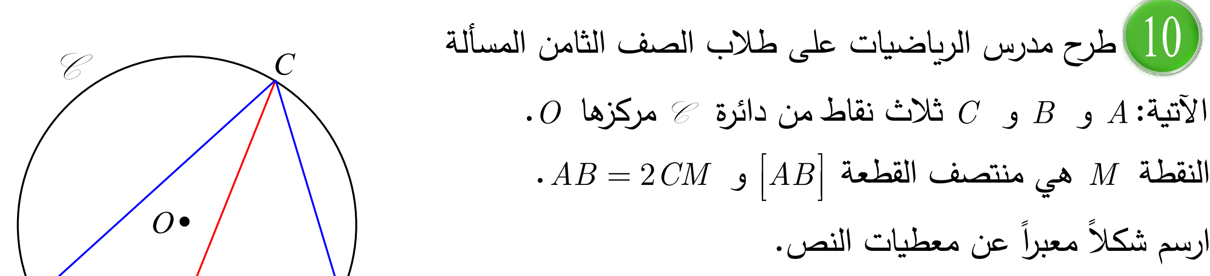
10 طرح مدرس الرياضيات على طلاب الصف الثامن المسألة الآتية: A و B و C ثلاث نقاط من دائرة $\mathscr{C}$ مركزها O.

النقطة M هي منتصف القطعة $[AB]$ و $AB = 2CM$.

ارسم شكلاً معبراً عن معطيات النص.

رسم عدنان الشكل الذي تراه جانباً.

اشرح لماذا هذا الشكل لا يعبر عن معطيات النص.



الحل:

بما أن النقطة M هي منتصف القطعة $[AB]$ و $AB = 2CM$

إذن $CM = \frac{1}{2}AB$ ومنه $CM = AM = BM$ فالنقط A,B,C تقع على دائرة واحدة مركزها M

11 E و F نقطتان من نصف دائرة قطرها $[IJ]$.

المستقيمان (IE) و (JF) متقاطعان في K، والمستقيمان (IF) و (JE) متقاطعان في L.

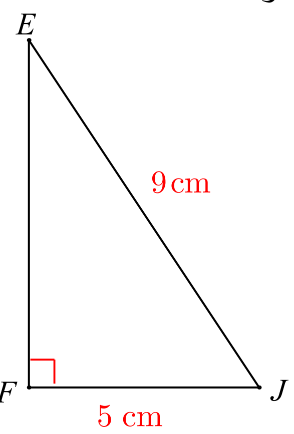
1. ارسم شكلاً معبراً عن معطيات النص، ورمز الزوايا القائمة في الشكل.
2. ما دور النقطة L في المثلث IJK؟
3. لماذا المستقيمان (IJ) و (KL) متعامدان؟

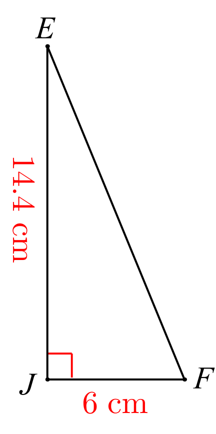
الحل:

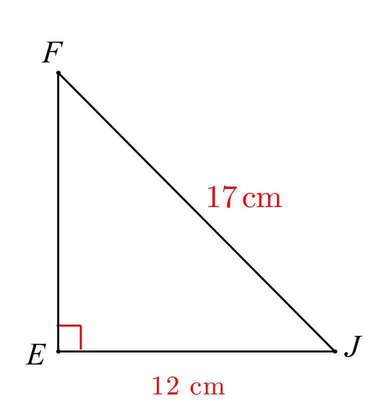
دور النقطة L في المثلث IJK أنها نقطة تلاقي الارتفاعين JL ، IL عند رسم العمود من K على الضلع $[IJ]$ فإنه ارتفاع وبما أن الارتفاعات في مثلث تلتقي في نقطة واحدة ، هذا العمود هو مستقيم مار من L فإن المستقيمان (IJ) و (KL) متعامدان

12 في كلٍ من الحالات ① و ② و ② :

احسب طول الضلع $[EF]$ في المثلث EFJ مقرباً لخانة عشرية واحدة.







③ ② ①

يمكن حساب طول الضلع $[EF]$ في المثلث EFJ في كلٍ من الحالات ① و ② و ② باستعمال مبرهنة فيثاغورث:

الحالة ① :

$$FE^2 + EJ^2 = FJ^2$$

$$144 + EJ^2 = 289$$

$$EJ^2 = 145$$

$$EJ = \sqrt{145} \approx 12\text{cm}$$

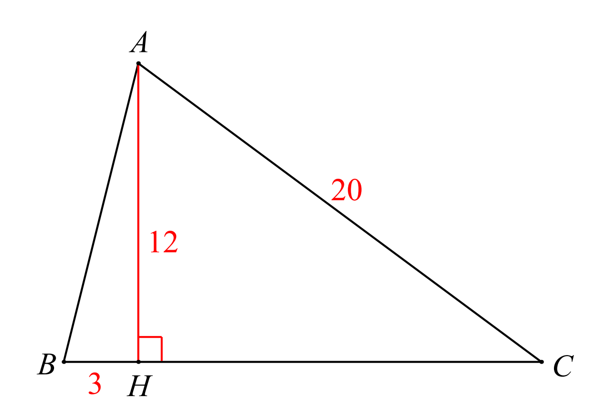
الحالة ② :

4

$$EJ^2 + JF^2 = EF^2$$
$$207.36 + 36 = EF^2$$
$$EF^2 = 243.36$$
$$EF = \sqrt{243.36} = 15.6cm$$

الحالة ③ :

$$FE^2 + FJ^2 = EJ^2$$
$$FE^2 + 25 = 81$$
$$FE = \sqrt{56} \approx 7.5cm$$



12 $[AH]$ ارتفاع في المثلث ABC.

استعمل المعلومات المعطاة على الشكل المرافق لحساب الطولين AB و HC .

الحل:

في المثلث القائم AHC :

حسب مبرهنة فيثاغورث:

$$AH^2 + HC^2 = AC^2$$
$$144 + HC^2 = 400$$
$$HC^2 = 256$$
$$HC = \sqrt{256} = 16$$

في المثلث القائم AHB :

حسب مبرهنة فيثاغورث:

$$AH^2 + HB^2 = AB^2$$
$$144 + 16 = AB^2$$
$$AB^2 = 160$$
$$AB = \sqrt{160} \approx 12.6cm$$

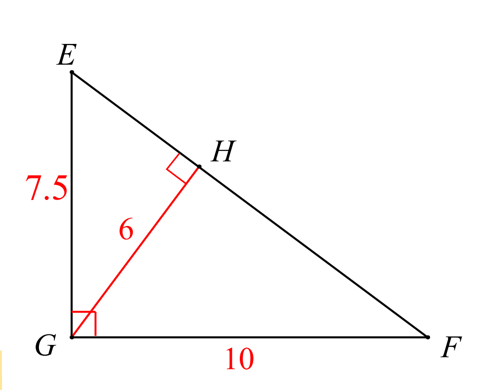
13 EFG مثلث قائم في مثلث قائم في G.

$[GH]$ ارتفاعه المرسوم من G.

1. استعمل المعلومات المعطاة على الشكل

لحساب الطولين EF و HF.

2. احسب الطول HE بطريقتين مختلفتين.



الحل:

EFG مثلث قائم في G حسب فيثاغورث:

$$EG^2 + GF^2 = EF^2$$
$$56.25 + 100 = EF^2$$
$$EF^2 = 156.25$$
$$EF = \sqrt{156.25} = 12.5\text{cm}$$

$$EG^2 + GF^2 = EF^2$$
$$56.25 + 100 = EF^2$$
$$EF^2 = 156.25$$
$$EF = \sqrt{156.25} = 12.5\text{cm}$$

GHF مثلث قائم في H حسب فيثاغورث:

$$GH^2 + HF^2 = GF^2$$
$$36 + HF^2 = 100$$
$$HF^2 = 64$$
$$HF = \sqrt{64} = 8\text{cm}$$

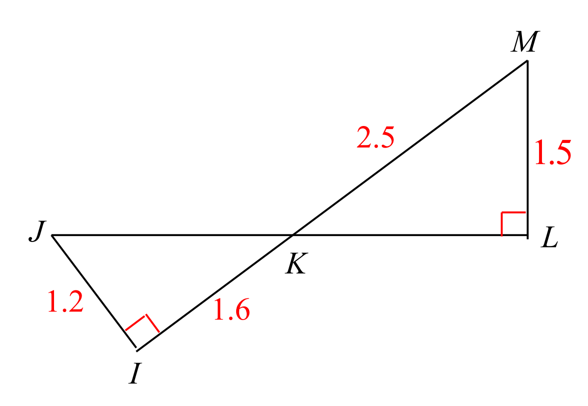
حساب الطول HE:

طريقة 1 : $HE = 12.5 - 8 = 4.5\text{cm}$

طريقة 2 : GHE مثلث قائم في H حسب فيثاغورث

4

$$GH^2 + HE^2 = GE^2$$
$$36 + HF^2 = 56.25$$
$$HF^2 = 20.25$$
$$HF = \sqrt{20.25} = 4.5\text{cm}$$



14 J و K و L ثلاث نقاط على استقامة واحدة،
كذلك النقاط I و K و M.

1. استعمل المعلومات المثبتة على الشكل المرافق لحساب الطولين JK و KL.
2. ما وضع النقطة K بالنسبة إلى القطعة $[JL]$؟

الحل:

حسب مبرهنة فيثاغورث في المثلث القائم KLM :

$$KL^2 + LM^2 = KM^2$$
$$KL^2 + 2.25 = 6.25$$
$$KL^2 = 4$$
$$KL = \sqrt{4} = 2$$

حسب مبرهنة فيثاغورث في المثلث القائم JKI :

$$JI^2 + IK^2 = JK^2$$
$$1.44 + 2.56 = JK^2$$
$$JK^2 = 4$$
$$JK = \sqrt{4} = 2$$

النقطة K في منتصف القطعة $[JL]$

15 1. ارسم مثلثاً متساوي الأضلاع GHK طول ضلعه 5 cm.

2. احسب طول أحد ارتفاعات هذا المثلث مقرباً لخانة عشرية واحدة.

الحل:

نرسم الارتفاع GN فيكون خط متوسط أيضاً

حسب مبرهنة فيثاغورث في المثلث القائم GNK :

$$GN^2 + NK^2 = GK^2$$
$$GN^2 + 6.25 = 25$$
$$GN^2 = 18.75$$
$$GN = \sqrt{18.75} \approx 4.3\text{cm}$$

16 $ABCD$ مستطيلٌ، بعداه $AB = 13$ cm و $BC = 9$ cm.

1. ارسم هذا المستطيل.
2. احسب نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه مقرباً الجواب إلى لخانة عشرية واحدة.

الحل:

في المثلث القائم BCD حسب مبرهنة فيثاغورث

$$BC^2 + CD^2 = BD^2$$
$$81 + 169 = BD^2$$
$$BD^2 = 250$$
$$BD = \sqrt{250} \approx 15.8$$

نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه $r = \frac{DB}{2} = \frac{15.8}{2} = 7.9\text{cm}$

17 $ABCD$ معين مركزه O. $AB = 7.5$ cm و $BD = 4.2$ cm.

1. ارسم هذا المعين.
2. احسب AC ، ثم احسب مساحة $ABCD$.

الحل:

قطرا المعين متناصفان إذن: $OB = 2.1\text{cm}$

قطرا المعين متعامدان ، في المثلث القائم AOB :

$$AO^2 + OB^2 = AB^2$$
$$AO^2 + 4.41 = 56.25$$
$$AO^2 = 51.84$$
$$AO = \sqrt{51.84} = 7.2$$

$$AC = 2 \times 7.2 = 14.4\text{cm}$$

مساحة المعين تساوي نصف جداء طولي قطريه المتعامدين

$$S = \frac{1}{2} \times 4.2 \times 14.4 = 30.24\text{cm}^2$$

18 ABC ، ضلعاه: $AB = 15$ cm و $BC = 18$ cm.

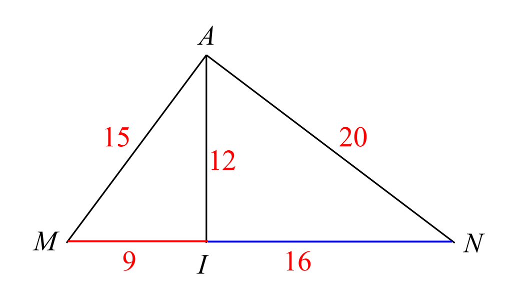
النقطة M هي منتصف $[BC]$ مع $AM = 12$ cm.

1. ارسم شكلاً يناسب معطيات النص.

4

2. ما طبيعة المثلث AMB ؟

3. استنتج طبيعة المثلث ABC .



19 في الشكل المرافق، النقاط A و M و I و N تحقق $AM = 15$ و $AI = 12$ و $AN = 20$ و $IM = 9$ و $IN = 16$.

1. أثبت أنَّ كلاً من المثلثين AIM و AIN قائم الزاوية.

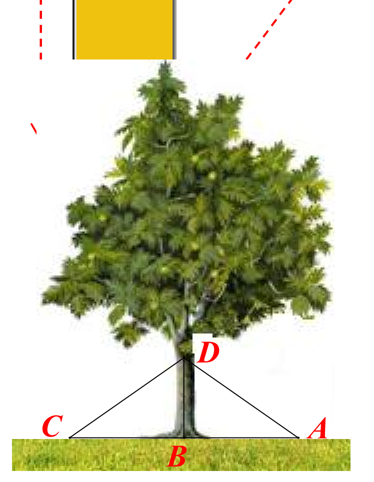
2. ما الوضع النسبي للنقاط M و I و N ؟ استنتج طبيعة المثلث AMN .

20 دعامتان متعامدتان

أراد نجارٌ أن يتحقق من تعامد الدعامتين الخشبيتين الممثلتين بالشكل المرسوم جانباً، حيث ثبت على الشكل بعدا كلٍ منهما.

تأكد النجار أنَّ الدعامتين متعامدتان بعد أن قاس طول قطعة مستقيمة.

ما تلك القطعة؟ وكم طولها؟



21 نقل فلاح هذه الشجرة من إحدى الغابات إلى حديقة منزلية لغرسها شاقولياً على أرض مستوية

فاستعمل الرابطين $[DA]$ و $[DC]$. طول كلٍ منهما 2.5 m .

طلب الفلاح من سامر ابن صاحب المنزل، وهو طالب في الصف الثامن، أن يبين له إن كانت الشجرة قد ثبتت شاقولياً أم لا.

قاس سامر الأطوال:

$BA = 2\text{ m}$ و $BD = 140\text{ cm}$ و $AD = 2.5\text{ m}$

1. هل نصبت الشجرة شاقولياً؟ لماذا؟

2. كم يجب أن الطول BD لتصبح الشجرة شاقولية؟

22 ABC مثلث متساوي الساقين في A.

فيه $AB = 5\ \text{cm}$ ومساحته $12\ \text{cm}^2$.

1. احسب بعد C عن المستقيم (AB).
2. أيمكن توقع بعد B عن المستقيم (AC)؟ لماذا؟

لإحراز تقدم





23 عودة إلى مثلث قائم

معلومة

في مثلث ABC، إذا كانت M منتصف $[BC]$ وكان $MA = \frac{1}{2}MB$، كان المثلث ABC قائم الزاوية في A.

1. ارسم مثلثاً EFG متساوي الأضلاع وطول ضلعه $4\ \text{cm}$.
2. ارسم: I نظيرة النقطة G بالنسبة إلى النقطة F، و J نظيرة النقطة F بالنسبة إلى النقطة G، و K نظيرة النقطة F بالنسبة إلى النقطة E.
3. جدْ على الشكل جميع المثلثات القائمة مع الإشارة إلى الرأس القائم ووتر كلٍ منها.

24 حساب طول

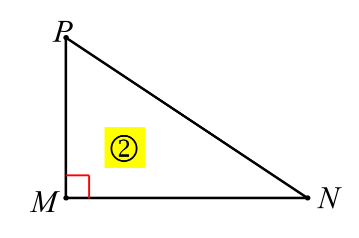
يجب معرفة دور كل من الأطوال الثلاثة في مساواة مبرهنة فيثاغورث.

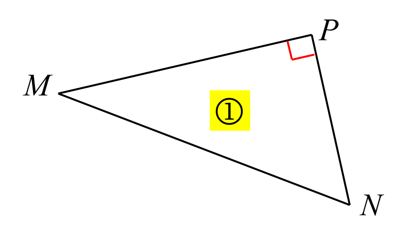
$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

BC ← طول الوتر

AB ، AC ← طولا الضلعين القائمين

1. في أيٍّ من المثلثين ① و ② يمكن كتابة $MN^2 = PM^2 + PN^2$؟



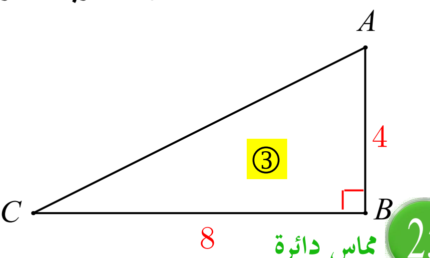


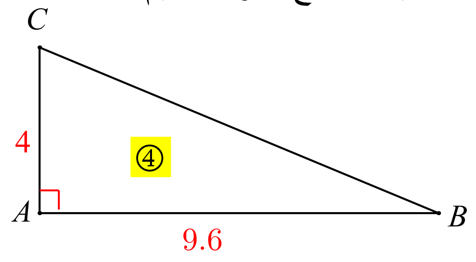
2. في كلٍ من الحالتين ③ و ④:

① ما الرأس القائم في المثلث ABC وما وتره؟

② اكتب مساواة مبرهنة فيثاغورث.

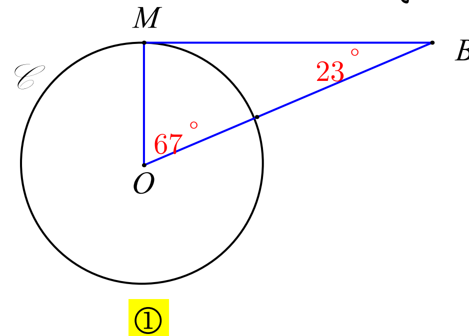
③ احسب القيمة التامة أو المقربة لمنزلة عشرية واحدة لطول الضلع غير المعلوم.

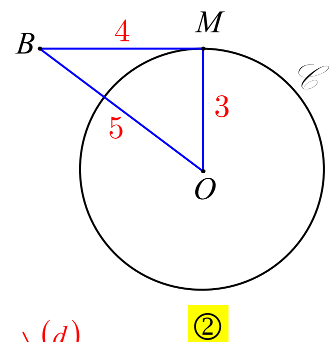




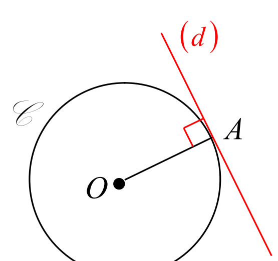
25 مماس دائرة

في كلٍ من الحالتين ① و ② اشرح لماذا المستقيم (BM) مماس للدائرة $\mathscr{C}$ التي مركزها O في النقطة M منها.





إذا كانت A نقطة من الدائرة $\mathscr{C}$ التي مركزها O. كان المستقيم (d) العمودي على (OA) في النقطة A مماس للدائرة $\mathscr{C}$.



26 تعلم صياغة نص

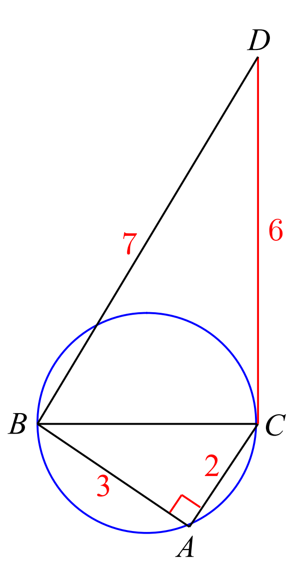
اقرأ النص والحل المنجز من قبل أحد الطلاب. ثم حرّرْ الحل مع الأخذ بمجمل ملاحظات المصحح.

النص

ABC مثلث قائم الزاوية في A، $AB = 3$ و $AC = 2$.

DBC مثلث فيه $DC = 6$ و $DB = 7$.

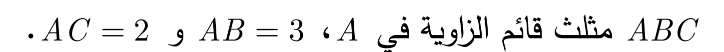
هل المستقيم (CD) مماس للدائرة التي قطرها $[BC]$؟



حل الطالب، مع ملاحظات المصحح

- $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 3^2 + 2^2 = 13$

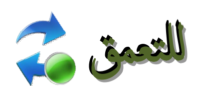


- $BC = 3.6$ هذه ليست القيمة الحقيقية.

- في المثلث BCD : $BC^2 + CD^2 = 3.6^2 + 6^2$ الملاحظة السابقة.
- إذن $BC^2 + CD^2 = 48.96$ عوض $BC^2 = 13$ ثم أكمل.
- $BC^2 + CD^2 \neq DC^2$ ، فالمثلث DCB ليس قائماً في C.

لأنك لم تعوض بالقيم الحقيقية .

- بالنتيجة، المستقيم (CD) ليس مماساً لهذه الدائرة.



للتعمق

27 استخدام إحدى خواص المماس

$[OA]$ و $[OB]$ نصفا قطرين متعامدين في دائرةٍ $\mathscr{C}$ مركزها O.

مماسا $\mathscr{C}$ في A و B يتقاطعان في E. ما طبيعة الرباعي $AOBE$؟

توجيه

- $[OA]$ و $[OB]$ نصفا قطرين في $\mathscr{C}$ ← $OA = OB$
- $(OA) \perp (OB)$
- (AE) مماس للدائرة $\mathscr{C}$ ← .... ← $(AE) \perp (AO)$
- (BE) مماس للدائرة $\mathscr{C}$ ← .... ← $(BE) \perp (OB)$
- $(OA) \perp (OB)$ و $(AE) \perp (AO)$ و $(BE) \perp (OB)$ ← .... ← $AOBE$ هو مستطيل
- $AOBE$ هو مستطيل و $OA = OB$ ← .... ← الرباعي $AOBE$ هو ....

28 استعمال إحدى خواص المثلث القائم

ABC و ABD مثلثان قائمان مشتركان بالوتر $[AB]$ والرأسان D, C بجهة واحدة بالنسبة إلى $[AB]$. النقطة J هي منتصف القطعة $[AB]$. ارسم شكلاً. ثم حدد ما طبيعة المثلث CDJ.



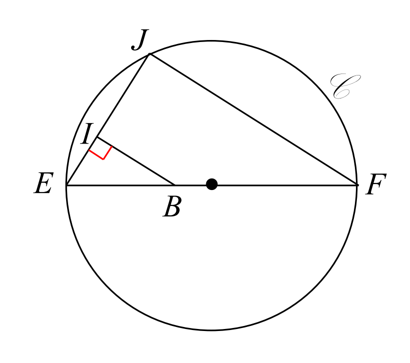
مساعدة

① ABC قائم في C والنقطة J هي منتصف الوتر $[AB]$.

ما المساواة التي نستنتجها بين ثلاثة أطوال؟

② تصرَّف بطريقة مماثلة مع المثلث ABD.

29 اختيار وسائل



$\mathscr{C}$ دائرة قطرها $[EF]$.

J نقطة من $\mathscr{C}$ تختلف عن E و F.

B نقطة من $[EF]$ و I مسقط B على (EJ).

أثبت أنَّ $(BI) \parallel (FJ)$.




مساعدة

لإثبات توازي مستقيمين، نختار ما يناسب للحالة التي نحن بصددها من بين الوسائل الآتية:

① إثبات أنَّ المستقيمين هما حاملا ضلعين متقابلين في متوازي أضلاع.

② إثبات أنَّ أحد المستقيمين هو صورة الآخر وفق تناظر مركزي.

③ إثبات أنَّ المستقيمين هما عمودان على مستقيم واحد.

30 إثبات مثلث قائم ومستقيمات متوازية

ليكن ABC مثلثاً أطوال أضلاعه $AB = 10{,}4 \text{ cm}$ و $BC = 4 \text{ cm}$ و $AC = 9.6 \text{ cm}$.

1. ارسم شكلاً باستعمال المسطرة والفرجار مع الشرح.

2. أثبت أنَّ هذا المثلث قائم الزاوية وسمِّ الرأس القائم.

3. لتكن D تلك النقطة من $[AB]$ التي تحقق $AD = 7.\ 8\text{cm}$، ولتكن E نقطة تقاطع الدائرة $\mathscr{C}$ التي قطرها $[AD]$ مع القطعة المستقيمة $[AC]$.

① حدِّدْ طبيعة المثلث AED.

② أثبت أنَّ المستقيمين (BC) و (DE) متوازيان.

4. احسب طول القطعة المستقيمة $[DE]$.

من الحل إلى النص

31

إليك حل وفاء لأحد تمارين وظيفة الهندسة:

$AB^2 + AC^2 = 30.25 + 132.25 = 163$ و $BC^2 = 156.25$

$AB^2 + AC^2 \neq BC^2$ ، فالمثلث ABC ليس قائماً.

ما نص التمرين الذي قدمت وفاء حلاً له؟

4



الوحدة الخامسة
الهرم والمخروط الدوراني

1. الهرم.
2. حجم هرم.
3. المخروط الدوراني.
4. حجم مخروط دوراني.

انطلاقة نشطة

في كلٍ مما يلي، واحدة فقط من الإجابات الثلاث ① و ② و ③ المقترحة صحيحة، أشر إليها:

① ارتفاع هذا الموشور القائم يساوي

① 7 cm

② 5cm

③ 2.4 cm

② مساحة السطح الجانبي للموشور السابق تساوي

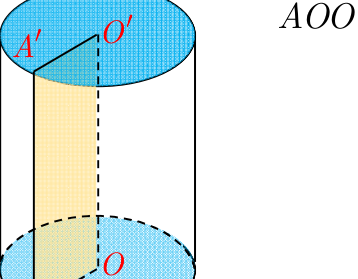
① 42 cm^2 ② 84 cm^2 ③ 420 cm^2

③ حجم الموشور السابق يساوي

① 420 cm^3 ② 210 cm^3 ③ 42 cm^3

④ ABC مثلث قائم الزاوية في A، $\widehat{B} = 47^\circ$، إذن

① $\widehat{C} = 133^\circ$ ② $\widehat{C} = 43^\circ$ ③ $\widehat{C} = 47^\circ$



⑤ هذه الأسطوانة ناتجة عن دوران الرباعي $AOO'A'$ حول (OO')، فالرباعي $AOO'A'$ هو

① متوازي أضلاع

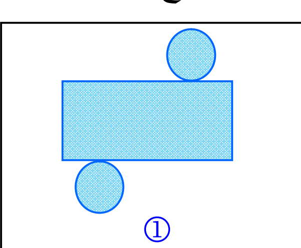
② مستطيل

③ معين

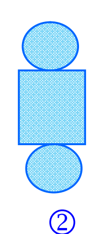
⑥ في حالة $AA' = 5\text{ cm}$ و $OA = 3\text{ cm}$، المساحة الجانبية للأسطوانة السابقة مقربة لمنزلة عشرية واحدة، تساوي

① 47.1 cm^2 ② 141.4 cm^2 ③ 94.2 cm^2

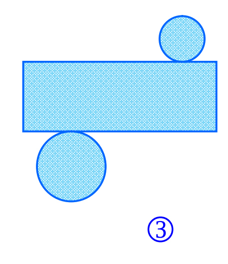
⑦ شبكة السطوح للأسطوانة الدورانية السابقة هي



①



②

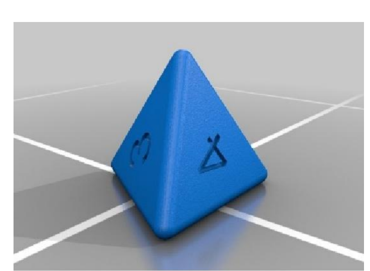


③

 الهرم.

 **نشاط** « العناصر المكونة للهرم مروراً بشبكة السطوح » **ط 1**

1. **وصفومة**





في كلٍ من هذين الشكلين، الأوجه الجانبية هي مثلثات مشتركة برأس واحد: هو رأس الهرم.

1. ما طبيعة قاعدة الهرم في كلٍ من الشكلين السابقين؟ وما عدد أحرف كلٍ منهما؟

الحل:

طبيعة قاعدة الهرم



مثلث، عدد الأحرف:6



شكل رباعي، عدد الأحرف: 8

2. اذكر عناصرَ أخرى للهرم.

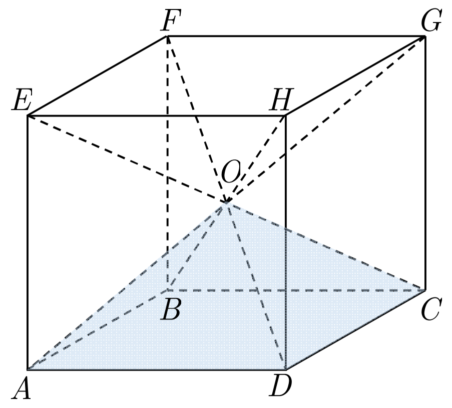
الحل:

رأس، قاعدة، وجه جانبي

الهرم المنتظم: قاعدته: مضلع منتظم (مثلث متساوي الأضلاع، مربع ...)

أوجهه الجانبية: مثلثات متساوية الساقين وطبوقة)

1. شبكة السطوح لهرم منتظم



الشكل المرافق يبين كيف يمكن تقسيم مكعب طول حرفه $5\ \text{cm}$ إلى ستة أهرامات منتظمة مشتركة بالرأس O مركز المكعب، قاعداتها المربعة هي أوجه المكعب.

1. أحد هذه الأهرامات هو $O.ABCD$. سمِّ الأهرامات الخمسة الأخرى.

2. ارسم الرباعي $BDHF$ بأبعاده الحقيقية. ارسم القطرين $[BH]$ و $[DF]$، ثم نقطة تقاطعهما O.

3. ارسم شبكة السطوح للهرم $O.ABCD$ بأبعادها الحقيقية.

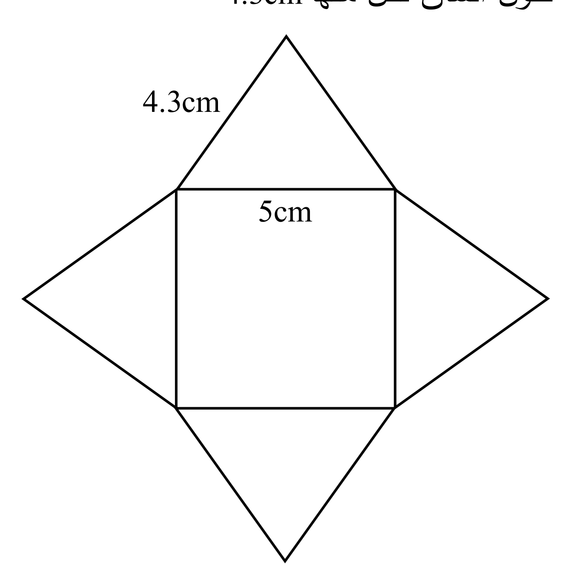
4. ارسم شبكة السطوح للأهرامات الأخرى. جمِّعْ الشبكات الست للحصول على المكعب الموصوف.

الحل:

1. $O.GCDH$ ،$O.HDAE$ ،$O.EABF$ ،$O.FBCG$ ،$O.HGFE$

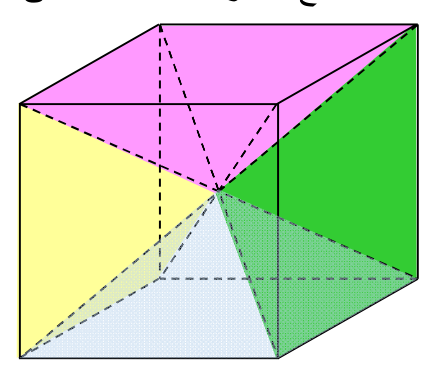
2. يرسم التلميذ الرباعي $BDHF$ على هيئة مستطيل عرضه 5cm وطوله 7cm تقريباً

3. شبكة السطوح للهرم $O.ABCD$: مؤلفة من مربع طول ضلعه 5cm و 4 مثلثات متساوية الساقين طول الساق لكل منها 4.3cm

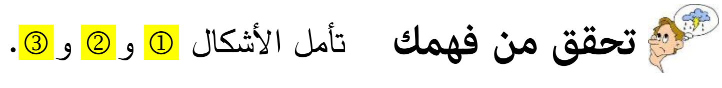


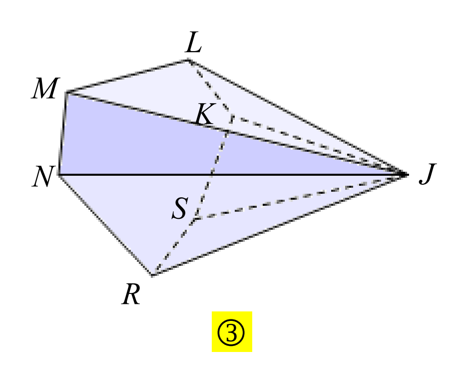
5

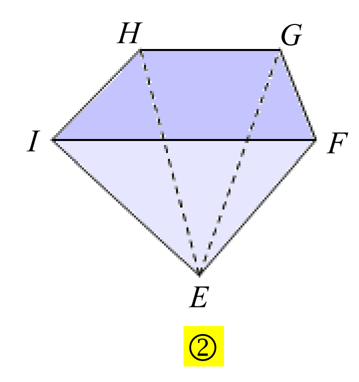
4. بتجميع الأهرامات نحصل على المكعب:

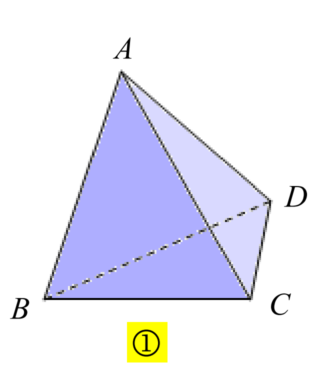


 **تحقق من فهمك** تأمل الأشكال ① و ② و ③.







ثم أكمل الجدول الآتي:

رقم الهرم	①	②	③
اسم القاعدة	BCD		
اسم الرأس	A		
عدد الأوجه الجانبية			
عدد الأحرف			

الحل:

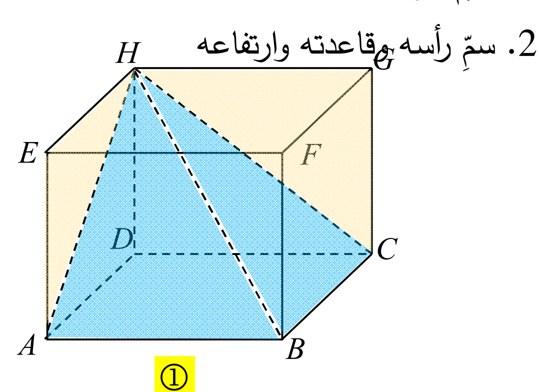
رقم الهرم	①	②	③
اسم القاعدة	BCD	$IHGF$	$KLMNRS$
اسم الرأس	A	E	J
عدد الأوجه الجانبية	3	4	6
عدد الأحرف	6	8	12

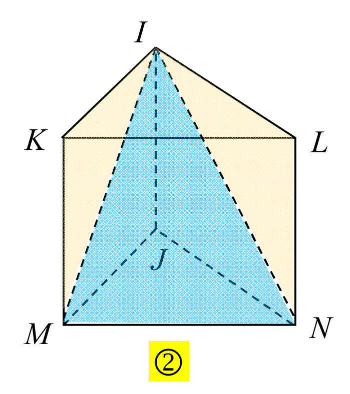
تدرب

① في كلٍ من الحالتين: ① $ABCDEFGH$ موشور ② $KLIMNJ$ موشور قائم

1. علِّمْ هرماً.

2. سمِّ رأسه وقاعدته وارتفاعه





الحل:

1. $H.ABCD$ ، $I.MNJ$

2.

الهرم	الرأس	القاعدة	الارتفاع
$H.ABCD$	H	$ABCD$	HD
$I.MNJ$	I	MNJ	IJ

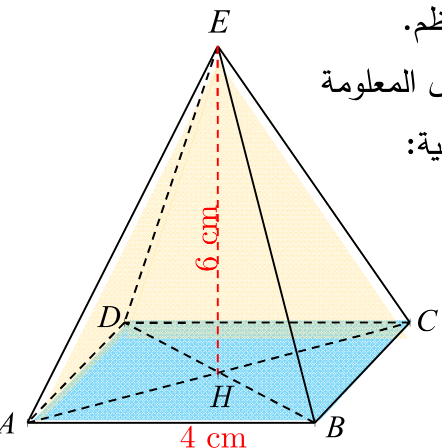
② الشكل المرافق هو رسم فراغي لهرم منتظم.

استفد من خواص الهرم المنتظم ومن الأطوال المعلومة

لرسم الأشكال الآتية بأطوالها وزواياها الحقيقية:

① القاعدة $ABCD$. ② المثلث HAB .

③ المثلث EHB . ④ الوجه EBC .



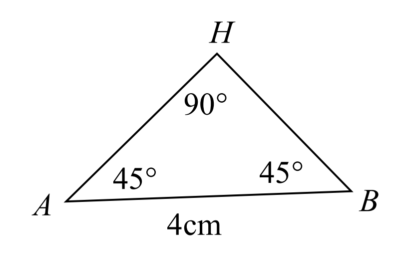
5

الحل:

① بما أن الهرم منتظم فإن القاعدة مربع:

A 4cm B
90° 90°
4cm 4cm
90° 90°
D 4cm C

② قطرا المربع متناصفان، متساويا الطول ومتعامدان، فالمثلث HAB قائم الزاوية ومتساوي الساقين:

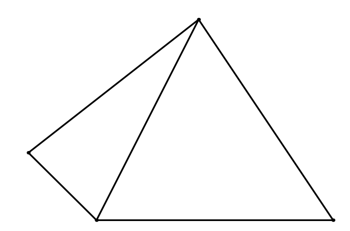


③ ارتفاع الهرم عمود على مستوي قاعدته فالمثلث EHB قائم

6cm
90°
2.8cm



③ ارسم الشكل وأكمله لتحصل على الهرم المنشود.

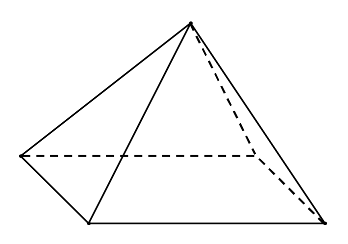


① هرم قاعدته مستطيل.

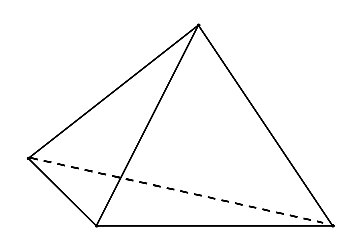
② هرم قاعدته مثلث.

الحل:

① هرم قاعدته مستطيل.



② هرم قاعدته مثلث.



④ **رباعي وجوه منتظم**

① ارسم رباعي وجوه منتظم $ABCD$.

② ماذا يمكن القول عن جميع أحرفه.

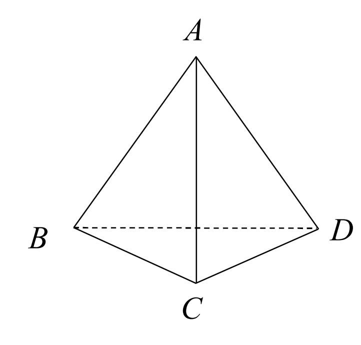
③ ارسم شبكة سطوح رباعي وجوه منتظم طول حرفه 3 cm.

رباعي الوجوه المنتظم هو هرم ثلاثي، جميع أوجهه هي مثلثات متساوية الأضلاع.

رباعي الوجوه المنتظم هو هرم منتظم باتخاذ أي وجه من وجوهه الأربعة قاعدة له.

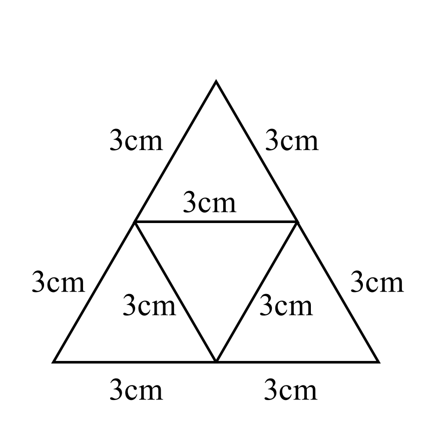
الحل:

① الرسم:



② جميع أحرفه متساوية الطول

③ شبكة سطوح رباعي وجوه منتظم:



5



حجم هرم.



نشاط « صيغة لحجم هرم في حالة خاصة »

1. **مكعب طول حرفه** 5 cm

تأمل المكعب الموصوف في الدرس السابق:

1. احسب حجم هذا المكعب.

2. استنتج حجم الهرم $O.ABCD$.

الحل:

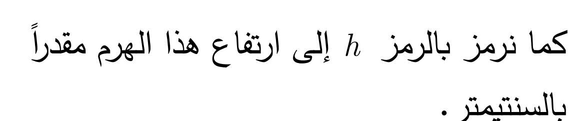
حجم المكعب يحسب بالعلاقة : $v = l^3$ حيث l طول حرفه إذن: $v = 5^3 = 125\text{cm}^3$

المكعب تم تقسيمه إلى 6 أهرامات طبوقة وبالتالي حجم الهرم $O.ABCD$: $v_1 = \frac{125}{6}\text{cm}^3$

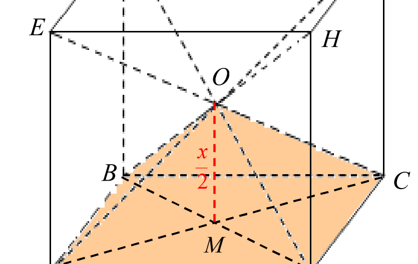
2. **مكعب طول حرفه** x cm

نرمز إلى مساحة المربع $ABCD$ بالرمز S مقدراً بالسنتيمترات المربعة.

ونرمز بالرمز $\mathcal{V}$ إلى حجم الهرم $O.ABCD$ مقدراً بالسنتيمترات المكعبة.



كما نرمز بالرمز h إلى ارتفاع هذا الهرم مقدراً بالسنتيمتر.



1. اشرح لماذا $\mathcal{V} = \frac{1}{6} \times S \times x$.

2. جد العدد k الذي يحقق $\mathcal{V} = k \times S \times h$.

الحل:

1. المكعب هو موشور قائم قاعدته مربع حجمه ناتج جداء مساحة القاعدة بالارتفاع أي $S \times x$ وبما أن المكعب تم تقسيمه إلى 6 أهرامات طبوقة يكون $O.ABCD$ $\mathcal{V} = \frac{S \times x}{6} = \frac{1}{6} \times S \times x$

2. حسب المعطيات من الشكل نجد: $h=\frac{x}{2}$ إذن: $x=2\times h$ ومنه بالتعويض:

$\mathcal{V}=\frac{1}{6}\times\mathcal{S}\times2\times h$ إذن: $\mathcal{V}=\frac{1}{3}\times\mathcal{S}\times h$ بالمقارنة مع العلاقة $\mathcal{V}=k\times\mathcal{S}\times h$ نستنتج أن $k=\frac{1}{3}$

تحقق من فهمك

① احسب حجم هرم بالسنتيمترات المكعبة ارتفاعه 15 cm، وقاعدته مربع طول ضلعه 12 cm.

الحل:

$$\mathcal{V}=\frac{1}{3}\mathcal{S}h=\frac{1}{3}\times(12)^2\times15=720\text{cm}^3$$

② هرم ارتفاعه 36 m وحجمه 156 m^3. ما مساحة قاعدته؟

الحل:

$$\mathcal{V}=\frac{1}{3}\mathcal{S}h$$

$$156=\frac{1}{3}\times\mathcal{S}\times36$$

$$\mathcal{S}=13\text{m}$$



تدرب

① احسب حجم هرم بالسنتيمترات المكعبة ارتفاعه 24.6 cm، وقاعدته معين قطراه 48 cm و 11.2 cm.

الحل:

مساحة المعين نصف ناتج جداء طولي قطريه $\mathcal{S}=\frac{1}{2}\times48\times11.2=268.8\text{cm}^2$

$$\mathcal{V}=\frac{1}{3}\mathcal{S}h=\frac{1}{3}\times268.8\times24.6=1308.16\text{cm}^3$$

② احسب حجم هرم ارتفاعه 2.1 cm، وقاعدته MNP مثلث قائم في M وفيه $MN=1.5\text{ cm}$ و $NP=2.5\text{ cm}$.

الحل:

مساحة المثلث القائم نصف ناتج جداء طولي ضلعيه القائمين

حسب فيثاغورث: $MN^2 + MP^2 = NP^2$

$2.25 + MP^2 = 6.25$ نجد $MP^2 = 6.25 - 2.25 = 4$ إذن $MP = 2$

مساحة المثلث القائم MNP : $\mathcal{S} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1.5 = 1.5\text{cm}^2$

حجم الهرم: $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{S}h = \frac{1}{3} \times 1.5 \times 2.1 = 1.05\text{cm}^3$

③ هرم حجمه 81.7333 mm^3، قاعدته مربع طول ضلعه 4.7 mm ما ارتفاع هذا الهرم؟

الحل:

مساحة القاعدة $\mathcal{S} = 4.7^2 = 22.09\text{mm}^2$

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{S}h$$

$$81.7333 = \frac{1}{3} \times 22.09 \times h$$
$$h \simeq 11.1\text{mm}$$

④ هرمان حجماهما متساويان.

قاعدة أحدهما مربع طول ضلعه 2.5 cm، وارتفاعه يساوي 5.1 cm.

ارتفاع الهرم الآخر يساوي ثُلث ارتفاع الأول.

ما مساحة قاعدة الهرم الآخر؟

الحل:

ليكن V_1 حجم الهرم الأول إذن: $V_1 = \frac{1}{3} \times 2.5^2 \times 5.1 = 10.625\text{cm}^2$

وليكن V_2 حجم الهرم الثاني إذن: $V_2 = \frac{1}{3}Sh_2$ و $h_2 = \frac{1}{3} \times 5.1 = 1.7$ وبما أن $V_1 = V_2$ فإن:

$$10.625 = \frac{1}{3} \times S \times 1.7$$
$$S = 18.75\text{cm}^2$$

⑤ ABC مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه 6.8 cm. $[AH]$ ارتفاع

1. احسب الطول AH لأقرب ميليمتر.

2. نجعل المثلث ABC قاعدةً لهرم منتظم رأسه E وارتفاعه $10\ \text{cm}$.

احسب حجم هذا الهرم لأقرب cm^3.

الحل:

1. نحسب الارتفاع: $AH = \frac{6.8\sqrt{3}}{2} = 3.4\sqrt{3}\text{cm}$

بالتحويل إلى ميليمتر: $AH = 3.4\sqrt{3} \times 10 = 34\sqrt{3} \simeq 59\text{mm}$

2. الحجم: $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{S}h = \frac{1}{3} \times 3.4\sqrt{3} \times 10 = \frac{34\sqrt{3}}{3} \simeq 20\text{cm}^3$

⑥ هرم حجمه $200\ \text{mm}^3$ وقاعدته مستطيل، بعدا هذا المستطيل $5\ \text{cm}$ و $3\ \text{cm}$.

احسب ارتفاع هذا الهرم.

الحل:

تحويل بعدي المستطيل إلى ميليمتر: $5 \times 10 = 50\text{mm}$ و $3 \times 10 = 30\text{mm}$

مساحة القاعدة $\mathcal{S} = 30 \times 50 = 1500\text{mm}^2$

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{S}h$$

$$200 = \frac{1}{3} \times 1500 \times h$$

$$h = 0.4\text{mm}$$

5

المخروط الدوراني.

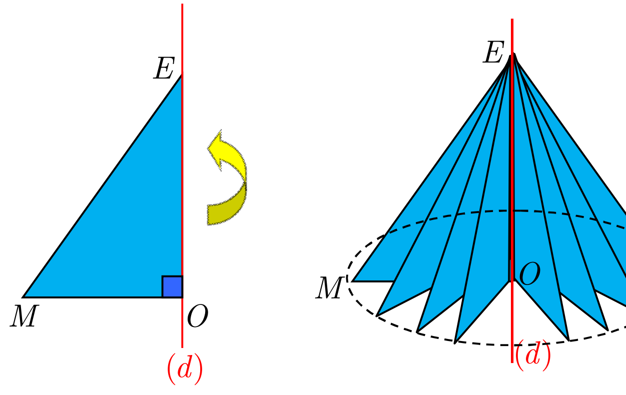


نشاط « عناصر المخروط الدوراني »

1. **وصف** سقوف أبراج قصر هي في هيئة مخاريط اذكر مكونات أحد هذه المخاريط.



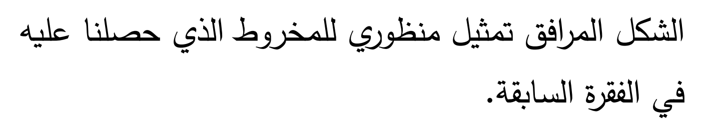
2. **خبرة**



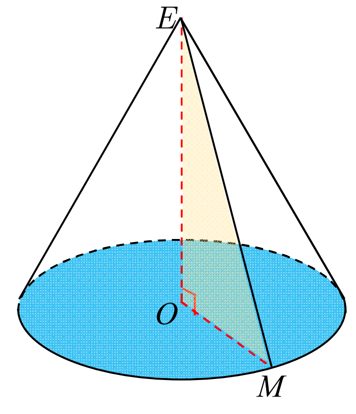
نقول إنَّ مجسماً هو مجسم دوراني، لنعني أنه ناتج عن دوران سطح حول محور دورة كاملة.

1. ارسم على ورق مقوى، مثلثاً EMO قائم الزاوية في O بحيث يكون $EO = 12 \text{ cm}$ و $EM = 13 \text{ cm}$.
2. ثبِّتْ الضلع $[EO]$ على قلمٍ بشريط لاصق ثم دوِّر القلم.
3. في حالة الدوران دورةً كاملة حول المحور (d)، ما طبيعة الخط الذي ترسمه النقطة M ؟

3. **شبكة سطوح**



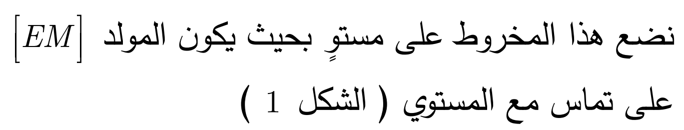
الشكل المرافق تمثيل منظوري للمخروط الذي حصلنا عليه في الفقرة السابقة.



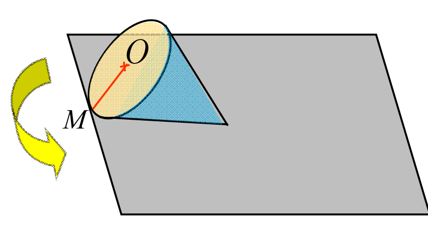


معلومة

- E هي رأس المخروط الدوراني.
- $[OE]$ (أو الطول OE) هو ارتفاعه.
- $[EM]$ هو أحد مولداته.

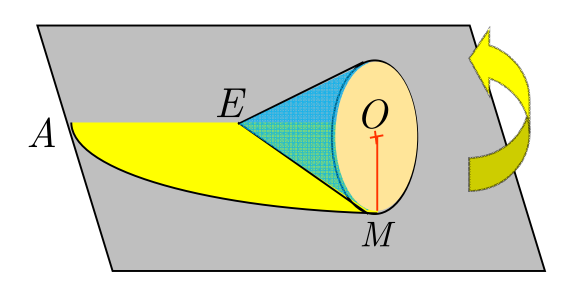


نضع هذا المخروط على مستوٍ بحيث يكون المولد $[EM]$ على تماس مع المستوي (الشكل 1)



الشكل 1

ندوِّر المخروط حول رأسه E حتى يصبح المولد $[EM]$ ثانيةً على تماس مع المستوي (الشكل 2)



الشكل 2

1. لماذا القوس $\overset{\frown}{AM}$ قوسٌ من الدائرة التي مركزها E ؟ سمِّ نصف قطرها.

2. احسب طول القوس $\overset{\frown}{AM}$.

3. استعمل التناسب لحساب قياس الزاوية $\widehat{AEM}$ بالدرجات ولأقرب منزلة عشرية واحدة.

4. ارسم بأبعاد حقيقية شبكة السطوح لهذا المخروط، ثم اصنع المخروط.

الحل:

لأن البعد EM ثابت وهو نصف قطرها

طول القوس : هو محيط دائرة القاعدة $2\pi \times OM$



تحقق من فهمك

الشكل الآتي هو لشبكة سطوح مخروط دوراني.

1. سمِّ رأس هذا المخروط.

2. سمِّ مركز القرص القاعدة. ما نصف قطر هذا القرص؟

3. ما طول أحد مولدات هذا المخروط؟

4. احسب طول القوس $\overset{\frown}{BC}$ من الدائرة التي مركزها A ، ثم احسب طول هذا القوس لمنزلتين عشريتين.

الحل:

1. رأس هذا المخروط. A

2. مركز القرص القاعدة O . نصف قطر هذا القرص 1cm

3. طول أحد مولدات هذا المخروط 3cm

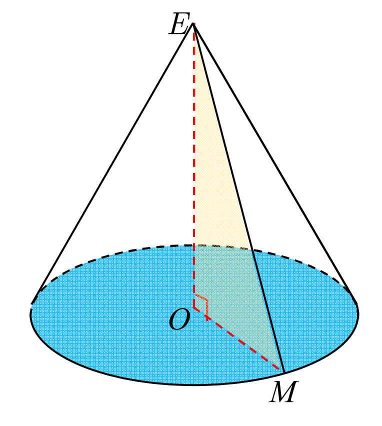
4. طول القوس $\overset{\frown}{BC}$ من الدائرة التي مركزها A : ثم احسب طول هذا القوس لمنزلتين عشريتين. $2 \times \pi \times 1 = 2 \times 3.14 \times 1 = 6.28\text{cm}$

تدرب

① مخروط دوراني رأسه E وقاعدته القرص المحاط بالدائرة $\mathscr{C}$ التي مركزها O.

M نقطة من الدائرة $\mathscr{C}$.

1. ارسم مخروطاً بمواصفات النص.



2. ارسم المثلث EOM بأبعاده الحقيقية في حالة $EO = 5\text{ cm}$ و $OM = 3\text{ cm}$.

3. أكمل الجدول الآتي بقيم حقيقية أو مقربة إلى منزلة عشرية واحدة.

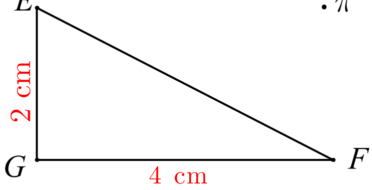
يتم حساب القيم باستعما مبرهنة فيثاغورث

EO	8	6	5	18.2	5.5
OM	5	4.5	8.7	1.2	2.5
EM	4.9	7.5	10	18.25	6

② EFG مثلث قائم الزاوية في G، $GE = 2\text{ cm}$ و $GF = 4\text{ cm}$.

في كل من الحالات الآتية، قل إن كنا سنحصل على مخروط دوراني أم لا.

عند الإيجاب، سمِّ رأس المخروط وقاعدته، ثم احسب حجمه بدلالة π.



① ندوِّر المثلث EFG حول $[GE]$.

① ندوِّر المثلث EFG حول $[GF]$.

① ندوِّر المثلث EFG حول $[EF]$.

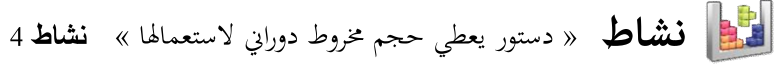
الحل:

1. نحصل على مخروط دوراني رأس المخروط E ، قاعدته القرص المتولد من دوران $[GF]$

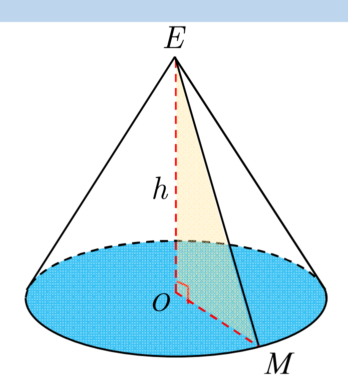
2. نحصل على مخروط دوراني رأس المخروط F ، قاعدته القرص المتولد من دوران $[GE]$

3. لا نحصل

④ حجم مخروط دوراني.

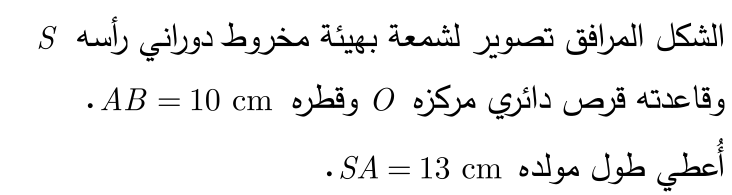



نشاط « دستور يعطي حجم مخروط دوراني لاستعمالها » **نشاط 4**



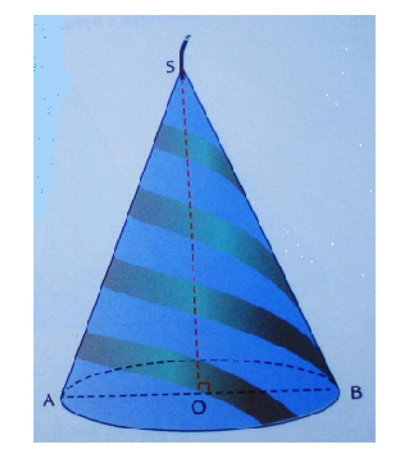
حجم مخروط دوراني

نقبل أنَّ حجم مخروط، وليكن $\mathcal{V}$ ، ارتفاعه h وقاعدته قرص دائري مساحته S ، تعطى بالعلاقة $\mathcal{V}=\frac{1}{3}S\,h$



الشكل المرافق تصوير لشمعة بهيئة مخروط دوراني رأسه S وقاعدته قرص دائري مركزه O وقطره $AB=10\text{ cm}$.

أُعطي طول مولده $SA=13\text{ cm}$.



1. احسب ارتفاع هذه الشمعة SO .

2. احسب حجم هذه الشمعة بالسنتيمترات المكعبة.

3. كم شمعة من هذا النمط يمكن صنعها من باستعمال 4 ليترات من الشمع؟

$\left(1\text{ L}=1\text{ dm}^3=1\ 000\text{ cm}^3\right)$



الحل:

باستعمال مبرهنة فيثاغورث في المثلث القائم SOB : نجد أن $SO=12\text{cm}$

حجم الشمعة $\mathcal{V}=\frac{1}{3}S\,h=\frac{1}{3}\times\pi\times 25\times 12\approx 314\text{cm}^3$

$4\times 1000=4000\text{cm}^3$

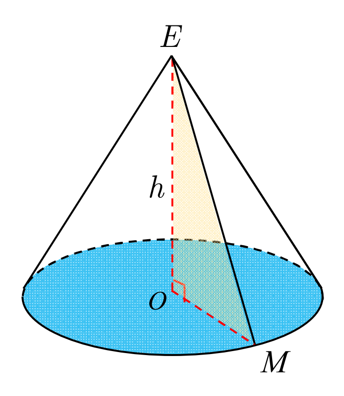
$4000\div 314\approx 12.7$ عدد الشمعات التي يمكن صنعها 12 شمعة



تحقق من فهمك

مخروط دوراني ارتفاعه 12 cm وطول قطر قاعدته 20 cm .

1. ارسم هذا المخروط.
2. احسب مساحة قاعدته لأقرب cm^2 .
3. احسب حجمه لأقرب cm^3 .



5

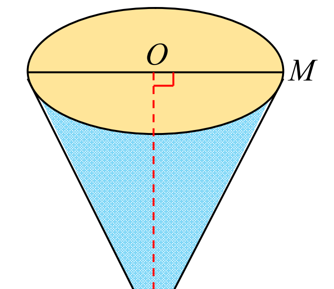
الحل:

مساحة القاعدة: $\pi \times 100 \approx 314\text{cm}^2$

الحجم: $\mathcal{V} = \frac{1}{3} S\, h = \frac{1}{3} \times 314 \times 12 = 1256\text{cm}^3$



تدرب



① وعاء بهيئة مخروط دوراني، ارتفاعه $OE = 10 \text{ cm}$ ونصف قطر قاعدته $OM = 5 \text{ cm}$.

احسب القيمة الحقيقية لحجم هذا الوعاء بالسنتيمترات المكعبة، ثم احسب هذا الحجم لأقرب cm^3.

الحل:

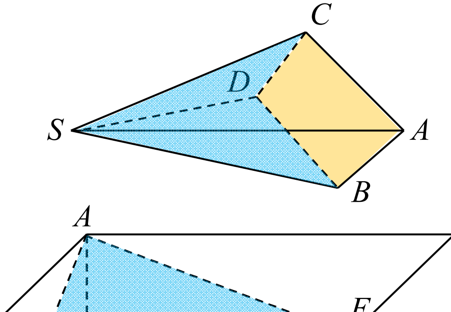
$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} S\, h = \frac{1}{3} \times \pi \times 25 \times 10 \approx 261.79938\text{cm}^3$$

الحجم لأقرب cm^3. 262cm^3

تمرينات ومسائل

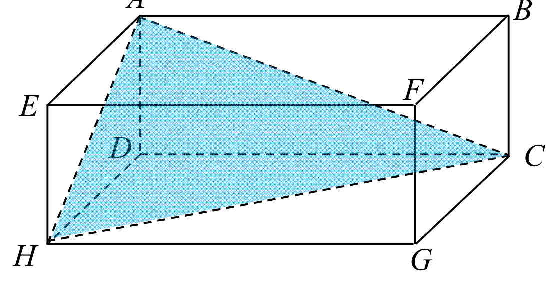


1 في كل حالة من الحالات الآتية، إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات. أشر إليها.



1 قاعدة هذا الهرم هي

① SBC ② $ABDC$ ③ SAB



2 الهرم $ACDH$ واقع داخل متوازي مستطيلات.

ارتفاع هذا الهرم ليس

① $[AH]$ ② $[HD]$ ③ $[DC]$

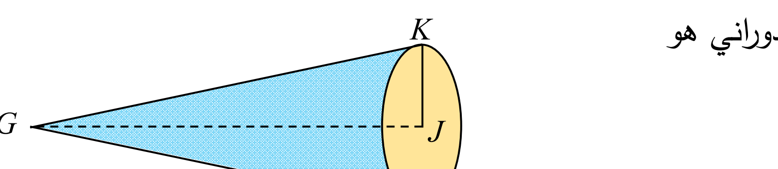
3 الأوجه الجانبية لأي هرم منتظم هي مثلثات

① متساوية الساقين ② متساوية الأضلاع ③ قائمة



4 هرم ارتفاعه 9 cm، وحجمه 75 cm^3، وقاعدته مربع. طول ضلع قاعدته يساوي

① 25 cm ① 5 cm ① 6.25 cm

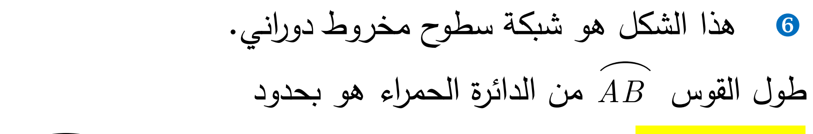


5 ارتفاع هذا المخروط الدوراني هو

① $[GK]$

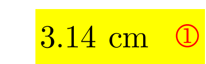
② $[JK]$

③ $[GJ]$



6 هذا الشكل هو شبكة سطوح مخروط دوراني.

طول القوس $\overset{\frown}{AB}$ من الدائرة الحمراء هو بحدود



① 3.14 cm

② 6.28 cm

③ 9.42 cm

5



7. مخروط دوراني ارتفاعه 10 cm ونصف قطر قاعدته 3 cm. حجم هذا المخروط يساوي ...

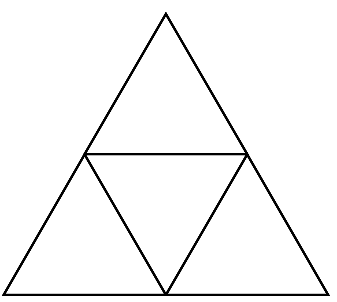
① $188.5\ \text{cm}^3$ ② $94.2\ \text{cm}^3$ ③ $282.7\ \text{cm}^3$

2 هل أنت موافق أم غير موافق؟ اشرح إجابتك.

1. إذا كان ارتفاع هرم عمودياً على مستوي قاعدته، كان الهرم منتظماً.
2. إذا اشترك مخروط وأسطوانة دورانية بقاعدة واحدة وكان ارتفاعاهما متساويان، كان حجم المخروط مساوياً ثُلث حجم الأسطوانة.
3. شبكة سطوح لهرم ثلاثي منتظم، تتألف من أربعة مثلثات.
4. ارتفاع مخروط دوراني عمودي على جميع أنصاف أقطار قاعدته.
5. هرم منتظم قاعدته مربع طول ضلعه 6 cm، وارتفاعه 4 cm. مساحة السطح الجانبي لهذا الهرم تساوي $60\ \text{cm}^2$.

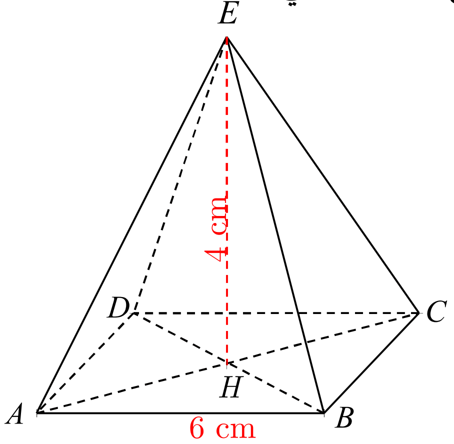
الحل:

1. غير موافق حتى يكون الهرم منتظما يجب أن تكون قاعدته مضلع منتظم وارتفاعه محور لقاعدته
2. موافق لأن $V_c\frac{1}{3} = \pi r^2 h\frac{1}{3} = S\,h\frac{1}{3} = \mathcal{V}$ حيث V_c حجم الأسطوانة.
3. موافق حسب الشكل:

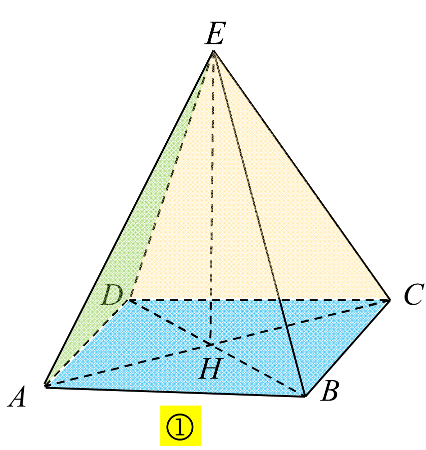


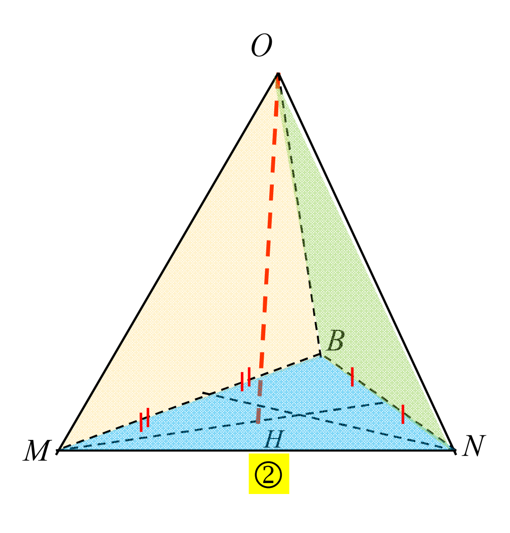
4. موافق لأنه عمود على مستوي القاعدة.
5. موافق لأن حسب مبرهنة فيثاغورث نجد أن ارتفاع الوجه الجانبي: 5cm

مساحة وجه جانبي: 15cm^2 مساحة السطح الجانبي لهذا الهرم تساوي $60\ \text{cm}^2$.



3 تأمل الشكلين الآتيين:





- في الشكل ①، $EABCD$ هرم منتظم.

ما طبيعة قاعدته؟ ما ارتفاعه؟ اشرح إجابتك.

- في الشكل ②، MNB مثلث متساوي الأضلاع. $[OH]$ هو ارتفاع الهرم $OMNB$.

اشرح لماذا هذا الهرم ليس منتظماً.

الحل:

في الشكل ①، $EABCD$ هرم منتظم وبالتالي قاعدته مضلع منتظم فهي مربع ، ارتفاعه EH

في الشكل ②، $[OH]$ ارتفاع الهرم ليس عمود على مستوي القاعدة.



4 $EABCD$ هرم منتظم، رأسه E، مستند على قاعدته $ABCD$.

$AB = 4.5$ cm، وارتفاع الهرم $EH = 4$ cm.

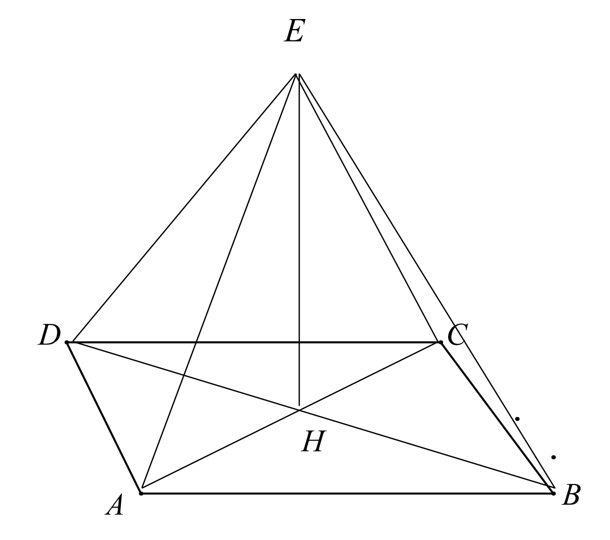
رسم أحدهم قاعدة هذا الهرم $ABCD$ بهيئة متوازي أضلاع، كما يشير الشكل المرافق.



1. ارسم هذا الشكل ووضِّعْ عليه النقطة H.

2. ارسم الرأس E منسجماً مع كون الهرم منتظماً.

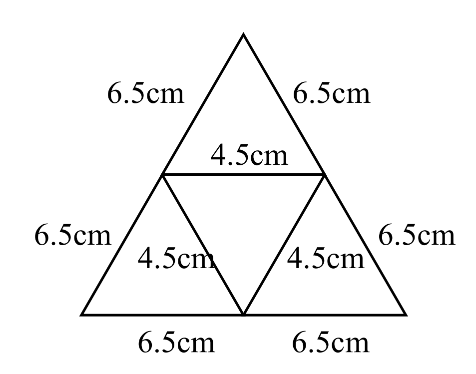
الحل:



5 $SEFG$ هرم منتظم. طول ضلع قاعدته $4.5\ \mathrm{cm}$ وطول حرفه الجانبي $6.5\ \mathrm{cm}$.

ارسم شبكة سطوح هذا الهرم.

الحل:

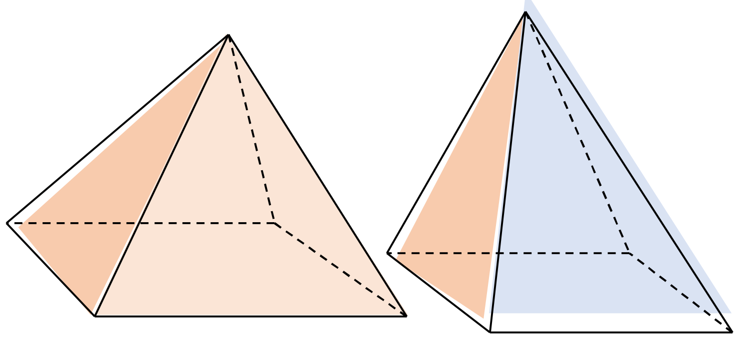


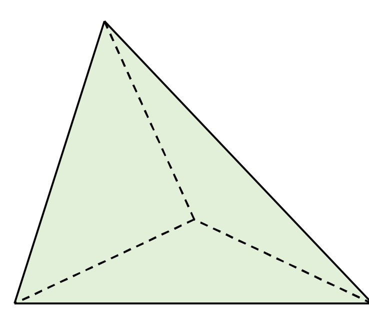
6 في الشكل المرافق ثلاثة أهرامات متداخلة.

1. انقل إلى صفحة بيضاء كلاً منها على حدته.

2. ارسم كل قطعة مستقيمة مرئية في كل شكل بخط متصل.

3. لوِّنْ الأوجه المرئية بألوان متباينة.



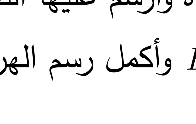




7 $EABC$ هرم منتظم مستند على قاعدته ABC، ارتفاعه $[EH]$.

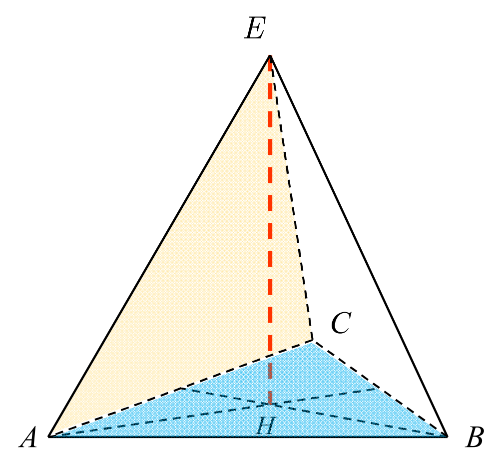
رسمَ مشاهد قاعدة هذا الهرم حسب رؤية مشاهد.

1. أعد رسم هذه القاعدة وارسم عليها النقطة H.

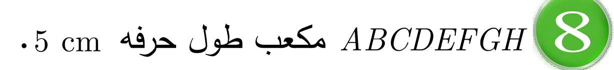


2. وضِّع رأس الهرم E وأكمل رسم الهرم.

الحل:



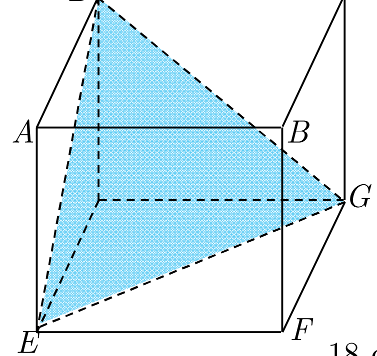
8 $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 5 cm.



1. ارسم، بأبعاد حقيقية، المثلث EHG ثم المثلث EDG.



2. استنتج طبيعة المثلث EDG.



الحل:

المثلث متساوي الأضلاع

9 ارسم هرم ارتفاعه 33 cm، وقاعدته مربع طول قطره 18 cm.

الحل:

يرسم الطالب الشكل

10 ارسم هرم ارتفاعه 31.5 cm، وقاعدته MNP مثلث متساوي الساقين في M وفيه:

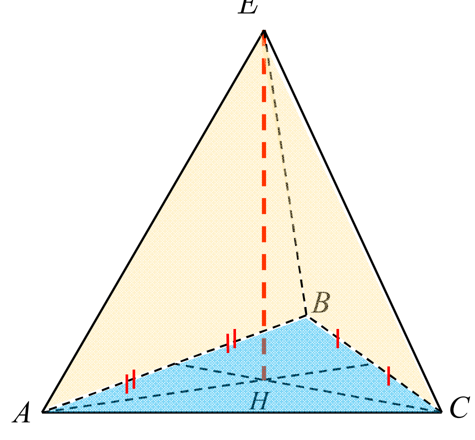
$MP = 12.5\text{ cm}$ و $NP = 15\text{ cm}$. (توجيه: احسب ارتفاع القاعدة $[MH]$)

الحل:

يرسم الطالب الشكل

5



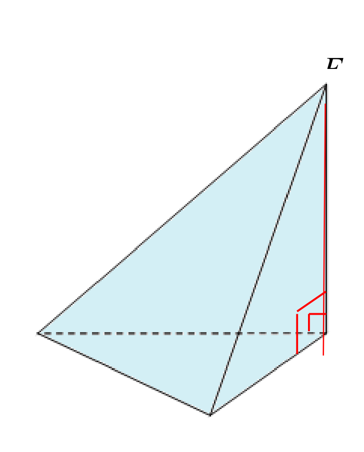


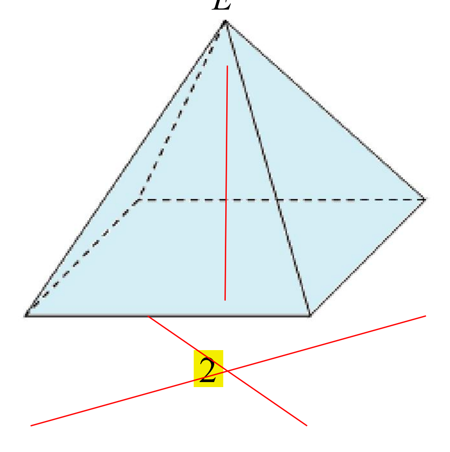
معلومة

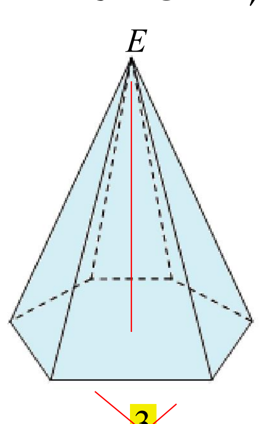
- ارتفاع هرم $[EH]$ هو العمود من رأسه E على مستوي قاعدته.
- H هي نقطة من مستوي قاعدة الهرم، وهي في حالة الهرم المنتظم (الشكل المرافق) مركز قاعدته، أي مركز الدائرة المارة برؤوس القاعدة.

11 إنشاء ارتفاع هرم

انسخ لديك الأشكال 1 و 2 و 3 ، ثم ارسم ارتفاع كلٍ من الأهرامات الثلاثة باللون الأحمر.
(الشكلان 2 و 3 هما لهرمين







12 استعمال دستور الحجم

1. هرم ارتفاعه 8 cm، قاعدته مربع طول ضلعه 3 cm.

① ارسم شكلاً ووضّح ارتفاعه $[EH]$، وأكمل $h = \cdots$.

② احسب S مساحة قاعدة هذا الهرم.

③ احسب $\mathcal{V}$ حجم هذا الهرم.

2. مخروط دوراني ارتفاعه 6 cm ونصف قطر قاعدته 8 cm.

① ارسم شكلاً ووضّح ارتفاعه $[EH]$، وأكمل $h = \cdots$.

② احسب S مساحة قاعدة هذا المخروط بالصيغة $k\pi\text{ cm}^2$. ما قيمة k؟

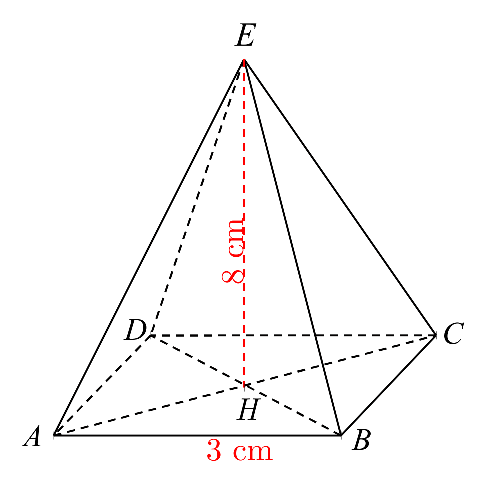
③ احسب $\mathcal{V}$ القيمة الحقيقية لحجم هذا المخروط، ثم احسب القيمة التقريبية له بوضع $\pi \approx 3.14$

مخروط دوراني، أو هرم، ارتفاعه h ومساحة قاعدته $\mathcal{S}$، يعطى حجمه $\mathcal{V}$ بالعلاقة

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{S}\,h$$

الحل:

.1

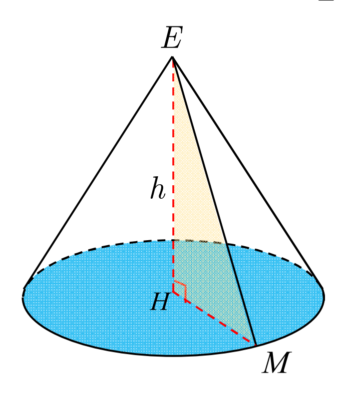


$$h = 8\text{cm}$$

$$S = 3\times 3 = 9\text{cm}^2$$

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}S\,h = \frac{1}{3}\times 9\times 3 = 9\text{cm}^3$$

.2



$$h = 6\text{cm}$$

$$k = 64 \text{ ، } S = \pi r^2 = \pi\times 8^2 = 64\pi\text{cm}^2$$

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}S\,h = \frac{1}{3}\times 64\pi\times 6 = 128\pi\text{cm}^3 \approx 401.92\text{cm}^3$$

13 تجانس وحدات القياس

- إذا كان الارتفاع h مقاساً بوحدة قياس الطول cm، يجب أن تقاس مساحة القاعدة S بوحدة قياس المساحة cm^2، ويقاس الحجم V بوحدة قياس الحجم cm^3.

1. انقل لديك الجدول الآتي وأكمله مستعملاً وحدات القياس المناسبة.

	هرم ❶	هرم ❷	هرم ❸
الارتفاع	5 cm	2 dm	9 cm
مساحة القاعدة	$12\, cm^2$	24 dm	$21\, cm^2$
الحجم	$20\, cm^3$	$16\, dm^3$	$63\, cm^2$

2. ① ارتفاع هرم 50 dm وحجمه $100\ m^3$. احسب مساحة قاعدته.

② ارتفاع مخروط دوراني 5.4 m ونصف قطر قاعدته 320 cm. احسب حجم المخروط بدلالة π.

💡 في دستور الحجم $V = \frac{1}{3} S h$، يجب أن تكون وحدات القياس متجانسة.

الحل:

① نجري التحويل: $50\ dm = 50 \div 10 = 5m$ و $s = \frac{3v}{h} = \frac{3 \times 100}{5} = 60m^3$

② نجري التحويل: $320\ cm = 320 \div 100 = 3.2m$

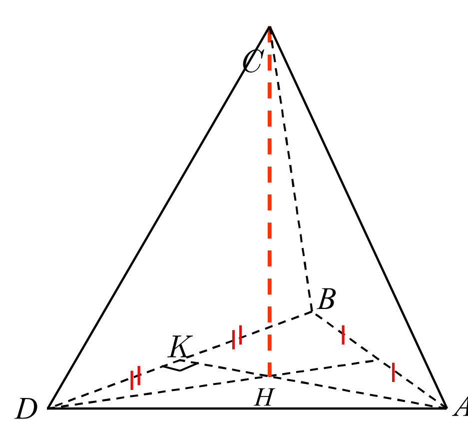
$$V = \frac{1}{3} S h = \frac{1}{3} \times \pi \times 3.2^2 \times 5.4 = 18.432\pi m^3$$

14 تعلم صياغة نص

اقرأ النص والحل المنجز من قبل أحد الطلاب. ثم حرِّرْ الحل مع الأخذ بمجمل ملاحظات المصحح.

النص احسب حجم الهرم $ABCD$، علماً:

$CH = 9\ cm$ و $BD = 12\ cm$ و $AK = 8\ cm$.



حل الطالب، مع ملاحظات المصحح

حجم الهرم:

$\frac{1}{3} S \times h$ علامَ يدل الرمز S في هذا الدستور؟

$\frac{1}{3} \times 8 \times 9 = \frac{8 \times 9}{3} = 24$ كلا

فحجم الهرم هو 24 . أين وحدة القياس؟

الحل:

حجم الهرم $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{S}\,h$

نحسب مساحة القاعدة (مثلث): $s = \frac{1}{2} \times BD \times AK = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48\text{cm}^2$

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{S}\,h = \frac{1}{3} \times 48 \times 9 = 144\text{cm}^3$$



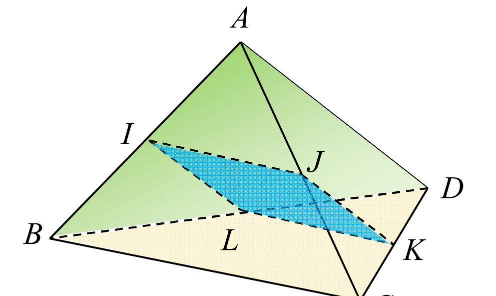
للتعمق

لحساب طول قطعة مستقيمة أو إثبات حقيقة في مجسم، نستعمل مبرهنات الهندسة المستوية:

مبرهنة فيثاغورث، المنتصفات، النسب المتساوية ......



15 إثبات توازي مستقيمات



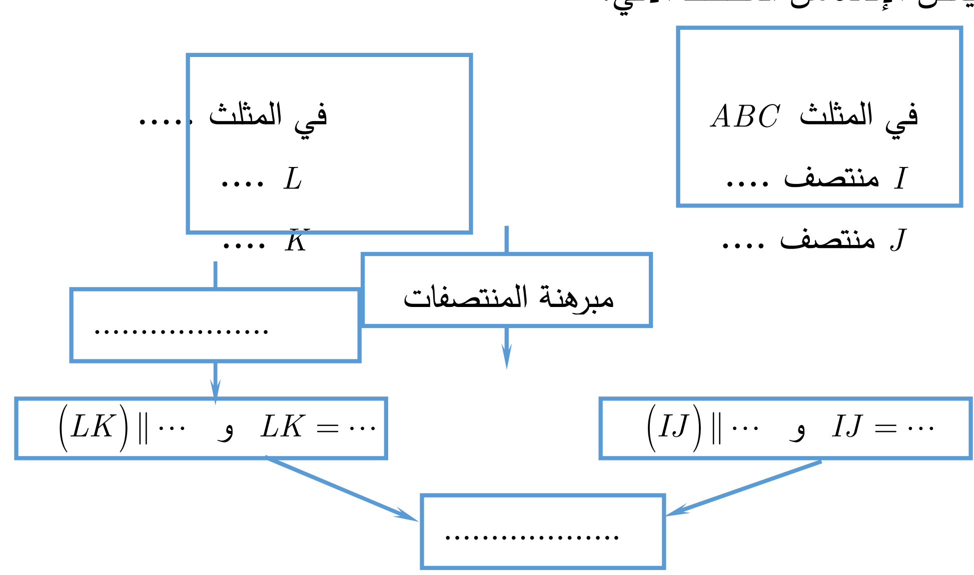
$ABCD$ رباعي وجوه منتظم. I و J و K و L هي

على التوالي منتصفات $[AB]$ و $[AC]$ و $[CD]$ و $[BD]$.

1. أثبت أنّ $IJ = LK$ وأنّ $(IJ) \parallel (LK)$.

2. ما طبيعة الرباعي $IJKL$؟

يمكن الإفادة من المخطط الآتي:



5

الحل:

في المثلث ABC : I منتصف $[AB]$ و L منتصف $[BD]$ حسب مبرهنة المنتصفات $IJ = \frac{1}{2}BC$

و $(IJ) \parallel (BC)$

في المثلث DBC : J منتصف $[AC]$ و K منتصف $[CD]$ حسب مبرهنة المنتصفات

$LK = \frac{1}{2}BC$ و $(LK) \parallel (BC)$

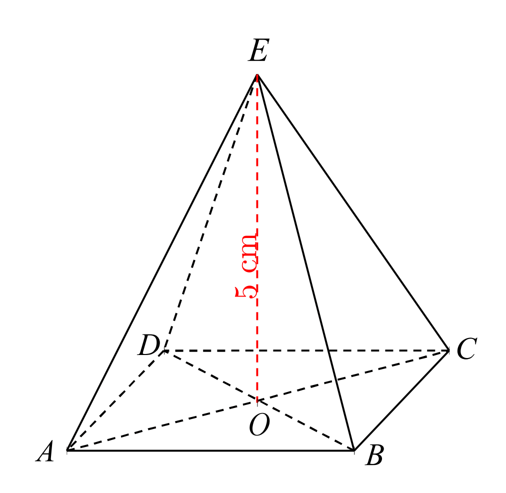
إذن: $IJ = LK$ وأنَّ $(IJ) \parallel (LK)$.

الرباعي $IJKL$ متوازي الأضلاع

16 $EABCD$ هرم منتظم قاعدته مربع. النقطة O هي مركز قاعدته $ABCD$.



$AC = 6 \text{ cm}$ و $EO = 5 \text{ cm}$.



1. ارسم شكلاً للهرم $EABCD$

2. احسب AE.

3. ما طبيعة المثلث OAB؟ احسب AB.



الحل:

حسب مبرهنة فيثاغورث في المثلث القائم EOA :

$AE^2 = 25 + 9 = 34$

$AE = \sqrt{34}$

المثلث OAB قائم الزاوية ومتساوي الساقين، حسب مبرهنة فيثاغورث:

$AB^2 = 9 + 9 = 18$

$AB = \sqrt{18}$

17 مساحة السطح الجانبي لمخروط دوراني

الشكل (م) يمثل مخروطاً دورانياً نصف قطر قاعدته 3 cm وطول مولده 5 cm.

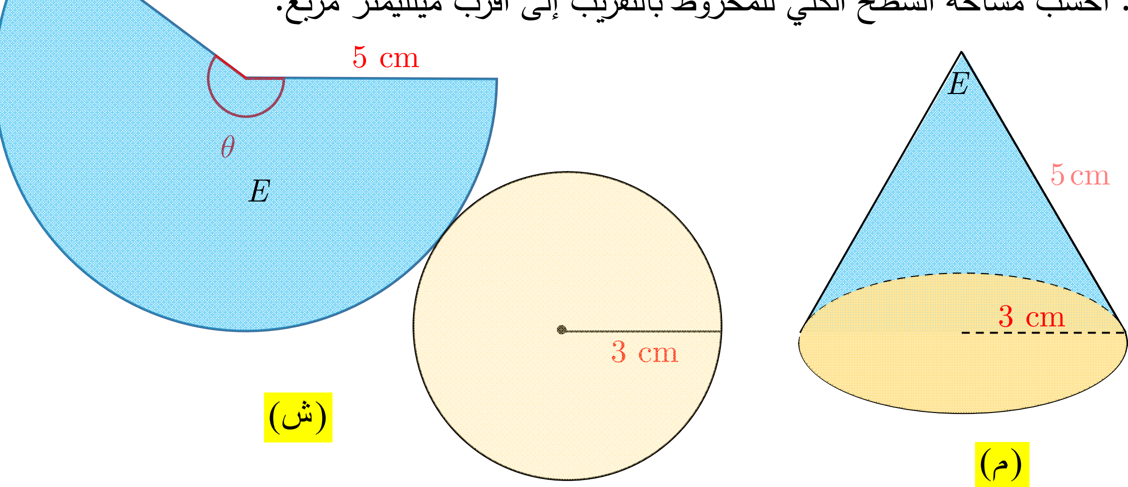
والشكل (ش) يمثل شبكة سطوح هذا المخروط.

مساحة القطاع الدائري الذي مركزه E تدعى المساحة الجانبية للمخروط.

1. احسب قياس الزاوية θ.

2. استنتج مساحة السطح الجانبي للمخروط.

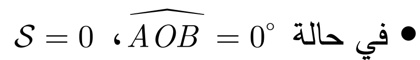
3. احسب مساحة السطح الكلي للمخروط بالتقريب إلى أقرب ميلليمتر مربع.



في دائرة مركزها O ونصف قطرها r، مساحة قطّاع دائري $\mathcal{S}$ متناسبة مع الزاوية المركزية $\widehat{AOB}$ التي ضلعاها يحددان القطاع.



بشكلٍ خاص:



- في حالة $\widehat{AOB} = 0^\circ$، $\mathcal{S} = 0$
- في حالة $\widehat{AOB} = 360^\circ$، $\mathcal{S} = \pi r^2$
- في حالة $\widehat{AOB} = 180^\circ$، $\mathcal{S} = \frac{1}{2}\pi r^2$

بشكل عام: في حالة $\widehat{AOB} = \theta^\circ$، $\mathcal{S} = \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$



الحل:

طول القوس $\pi r^2 = \pi \times 3^2 = 9\pi \text{cm}$

18 قيم حقيقية

هرم منتظم رأسه E وقاعدته مربع $ABCD$ طول ضلعه 5 cm وارتفاعه $EH = 6 \text{ cm}$.

1. الشكل المرافق تمثيل لقاعدة هذا الهرم.

أكمل رسم الهرم.

2. احسب حجمه.

3. السطح الجانبي لهذا الهرم يتألف من أربع مثلثات.

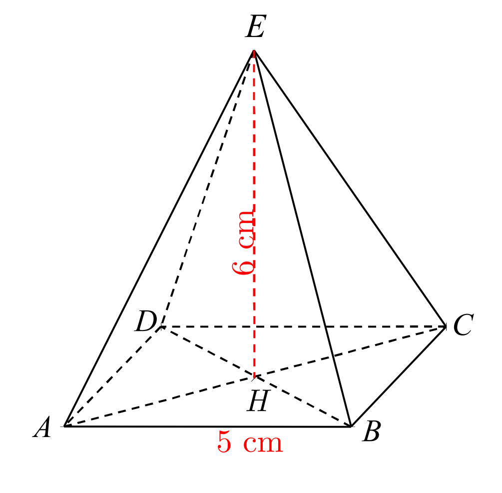
① ما طبيعة هذه المثلثات؟ وهل هي طبوقة.

② نرمز إلى ارتفاع أحد تلك المثلثات بالرمز $[EI]$. احسب الطول EI.

4. احسب مساحة السطح الكلي لهذا الهرم.

5. ارسم رسماً حقيقياً (غير منظوري) لكلٍ من المربع $ABCD$ والمثلث EHA.

6. ارسم شبكة سطوح لهذا الهرم.



الحل:

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{S}\,h = \frac{1}{3}\times 25\times 6 = 50\text{cm}^3$$

مثلثات متساوية الساقين وهي مثلثات طبوقة

في المثلث EHI : قائم الزاوية، حسب مبرهنة فيثاغورث

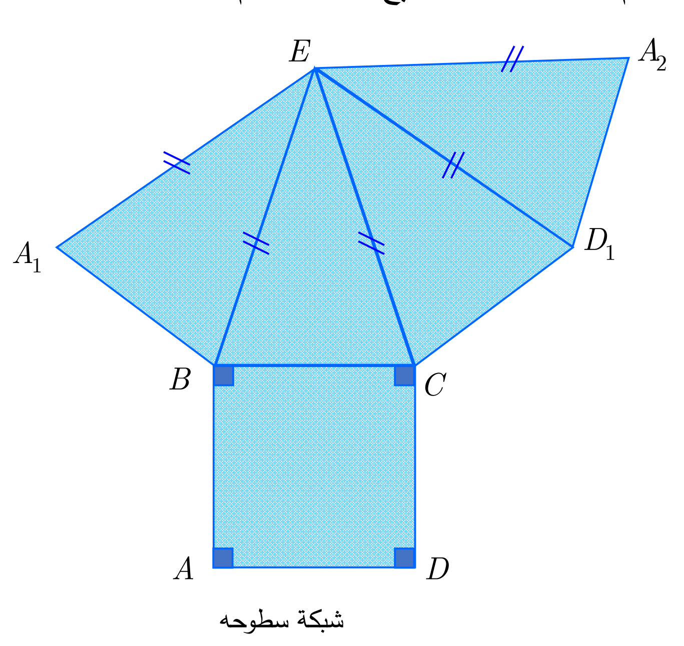
$$EI^2 = 36 + 6.25 = 42.25$$

$$EI = \sqrt{42.25} = \sqrt{\frac{4225}{100}} = \frac{65}{10} = 6.5$$

مساحة الوجه الواحد: $\frac{1}{2}\times 5\times 6.5 = 16.25\text{cm}^2$

مساحة السطح الكلي لهذا الهرم: $S = 4\times 16.25 + 25 = 90\text{cm}^2$

يرسم الطالب الشكل مربع ، مثلث قائم



شبكة سطوحه

19 مجسم دوراني

1. في المستوي $ABCD$ مربع طول ضلعه 3 cm. E نقطة من نصف المستقيم $[AB)$ تحقق $AE = 9\text{ cm}$. المستقيمان (EC) و (AD) متقاطعان في F.

① ارسم شكلاً.

② احسب الطول AF.

2. في الفراغ ندوِّر الشكل حول المستقيم (AE).

① ما المجسم S_1 الناتج عن دوران المثلث AEF؟

② ما المجسم S_2 الناتج عن دوران المربع $ABCD$؟

③ ارسم في شكل واحد المجسمين S_1 و S_2.

3. حساب

① احسب، بدلالة π، $\mathcal{V}_1$ حجم المجسم S_1 و $\mathcal{V}_2$ حجم المجسم S_2.

② تحقق من المساواة $\frac{9}{4} = \frac{\mathcal{V}_1}{\mathcal{V}_2}$.

الحل:

$BC \parallel AF$ حسب مبرهنة النسب الثلاث المتساوية:

$$\frac{EB}{EA} = \frac{EC}{EF} = \frac{BC}{AF}$$

$$\frac{6}{9} = \frac{EC}{EF} = \frac{3}{AF}$$

$$AF = 4.5$$

المجسم S_1 الناتج عن دوران المثلث AEF مخروط دوراني رأسه E

المجسم S_2 الناتج عن دوران المربع $ABCD$ اسطوانة

$$V_1 = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times \pi \times 4.5^2 \times 9 = 60.75\pi\text{cm}^3$$

$$V_2 = sh = \pi \times 3^2 \times 3 = 27\pi\text{cm}^3$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{60.75\pi}{27\pi} = 2.25 = \frac{9}{4}$$

20 جرس بهيئة مخروط دوراني، حجمه $3500\ \text{cm}^3$. نتصور قرصاً دائرياً بأبعاد قاعدة الجرس نصف قطره $15\ \text{cm}$.احسب ارتفاع هذا الجرس لأقرب سنتيمتر.

الحل:

$$V=\frac{1}{3}sh$$

$$3500=\frac{1}{3}\times\pi\times15^2\times h$$

$$h=\frac{3500}{75\pi}\approx15\text{cm}$$

21 مخروط دوراني، حجمه $100.43\ \text{cm}^3$ ونصف قطر قاعدته $3.6\ \text{cm}$.

احسب ارتفاع هذا المخروط لأقرب ميليمتر.

الحل:

$$V=\frac{1}{3}sh$$

$$100.43=\frac{1}{3}\times\pi\times3.6^2\times h$$

$$h=\frac{301.29}{12.96\pi}\approx7\text{cm}$$

نجري التحويل: $7\text{cm}=7\times10=70\text{mm}$

22 نصب مخروط على اسطوانة

الشكل المرافق تمثيل لمجسم مؤلف من مخروط مثبت على أسطوانة دورانية.

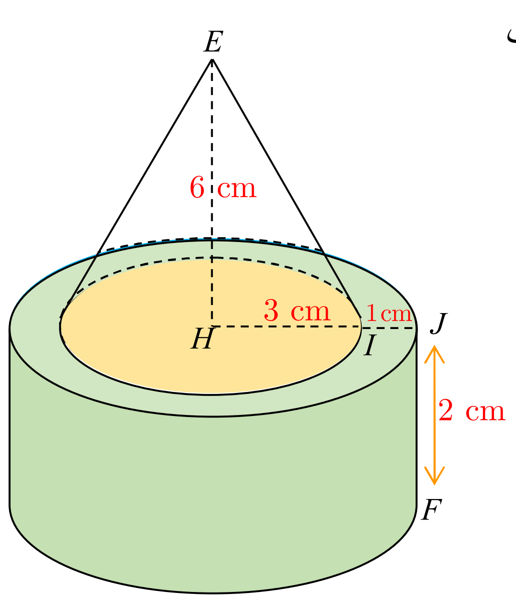
نعلم أنَّ ارتفاع المخروط $EH=6\ \text{cm}$ ونصف قطر قاعدته $HI=3\ \text{cm}$.

ونعلم أيضاً أنَّ ارتفاع الأسطوانة $FJ=2\ \text{cm}$ ونصف قطر قاعدته $HJ=4\ \text{cm}$.

احسب حجم المجسم.

الحل:

حجم المجسم ناتج جمع حجمي المخروط والاسطوانة:



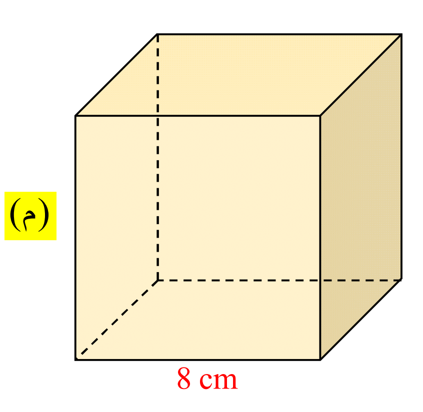
$$V_1 = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6 = 18\pi \text{cm}^3$$

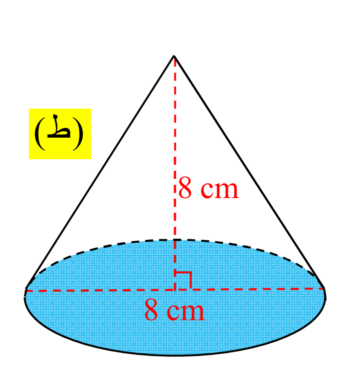
$$V_2 = sh = \pi \times 4^2 \times 2 = 32\pi \text{cm}^3$$

$$V = V_1 + V_2 = 18\pi + 32\pi = 50\pi \text{cm}^3$$

23 مخروط داخل مكعب

(م) مكعب طول حرفه 8 cm. (ط) مخروط قطر قاعدته 8 cm وارتفاعه 8 cm.





1. احسب حجم المكعب.

2. احسب حجم المخروط، ثم أوجد قيمته التقريبية لأقرب cm^3.

3. نضع المخروط داخل المكعب. هل يشغل المخروط 30 % من حجم المكعب؟ علل إجابتك.

الحل:

حجم المكعب: $V_1 = l^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512 \text{cm}^3$

حجم المخروط: $V_2 = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 8 = \frac{128}{3}\pi \approx 134 \text{cm}^3$

$\frac{512 \times 30}{100} = 153.6 \neq 134$ لا يشغل المخروط 30 % من حجم المكعب

5